

# ใบความรู้

## เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

### 1. ความหมายของสมการ

สมการ (Equation) คือ ประโยคสัญลักษณ์แสดงถึงการเท่ากันของจำนวน โดยใช้เครื่องหมาย“=” สมการในทางคณิตศาสตร์ อาจจะมีตัวแปรเดียวหรือหลายตัวก็ได้

ตัวแปร หมายถึง จำนวนที่ยังไม่ทราบค่า หรือจำนวนที่ต้องการหาค่าปรากฏอยู่ในสมการนั้นๆ นิยมเขียนแทนสัญลักษณ์  $x, y, z$  ฯลฯ

#### ตัวอย่าง

- 1)  $5 + 2 = 7$  เป็นประโยคสัญลักษณ์ที่ไม่มีตัวแปร
- 2)  $x + 5 = 0$  เป็นประโยคสัญลักษณ์ที่มี  $x$  เป็นตัวแปร
- 3)  $x - y = 5$  เป็นประโยคสัญลักษณ์ที่มี  $x$  และ  $y$  เป็นตัวแปร
- 4)  $x - 3 = 12$  เป็นประโยคสัญลักษณ์ที่มี  $x$  เป็นตัวแปร
- 5)  $x^2 + 8 = 6x$  เป็นประโยคสัญลักษณ์ที่มี  $x$  เป็นตัวแปร

2. คำตอบของสมการ คือ จำนวนที่แทนค่าลงในตำแหน่งของตัวแปรแล้ว ทำให้สมการเป็นจริง

3. สัมประสิทธิ์ของตัวแปร หมายถึง ค่าคงที่ที่คูณอยู่กับตัวแปรนั้น เช่น

$3x$  สัมประสิทธิ์ของตัวแปร  $x$  คือ 3

$y$  สัมประสิทธิ์ของตัวแปร  $y$  คือ 1

$ax$  สัมประสิทธิ์ของตัวแปร  $x$  คือ  $a$

4. การแก้สมการ คือ การหาค่าของตัวแปรที่ทำให้สมการเป็นจริง โดยอาศัยสมบัติการเท่ากันของจำนวนจริง

5. การตรวจคำตอบของสมการ เป็นการนำค่าตัวแปรที่ได้จากการแก้สมการ ไปแทนในสมการ ถ้าคำตอบของสมการถูกต้อง เมื่อนำไปแทนจะทำให้ค่าทั้งสองข้างของสมการเท่ากัน

### 6. สมบัติการเท่ากันของจำนวนจริง

สำหรับ  $a, b$  และ  $c$  เป็นจำนวนจริงใด ๆ

#### 6.1 สมบัติการสมมาตร (Symmetric property)

ถ้า  $a = b$  แล้ว  $b = a$

#### 6.2 สมบัติการถ่ายทอด (Transitive property)

ถ้า  $a = b$  และ  $b = c$  แล้ว  $a = c$

สำหรับจำนวนจริง ถ้าจำนวนหนึ่งเท่ากับจำนวนที่สอง จำนวนที่สองเท่ากับจำนวนที่สามแล้ว จำนวนที่หนึ่งและจำนวนที่สามจะเท่ากันด้วย

### 6.3 สมบัติการบวก (Additive property)

$$\text{ถ้า } a = b \text{ แล้ว } a + c = b + c$$

สำหรับจำนวนจริงสองจำนวนที่เท่ากัน เมื่อบวกแต่ละจำนวนด้วยจำนวนที่เท่ากันแล้ว ผลลัพธ์ที่ได้จะเท่ากันด้วย

### 6.4 สมบัติการคูณ (Multiplicative property)

$$\text{ถ้า } a = b \text{ แล้ว } ac = bc$$

สำหรับจำนวนจริงสองจำนวนที่เท่ากัน เมื่อคูณแต่ละจำนวนด้วยจำนวนที่เท่ากันแล้ว ผลลัพธ์ที่ได้จะเท่ากันด้วย

### 6.5 สมบัติการแจกแจง (Distributive property)

$$a \times (b + c) = (a \times b) + (a \times c) = ab + ac$$

$$\text{หรือ } (b + c) \times a = (b \times a) + (c \times a) = ba + ca$$

7. สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (Linear equation with one variable) คือ สมการที่มีตัวแปรเพียงตัวเดียว และมีเลขชี้กำลังสูงสุดของตัวแปรเท่ากับหนึ่งเท่านั้น สมประสิทธิ์ของตัวแปร  $x$  ไม่เท่ากับศูนย์  
รูปทั่วไปของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว คือ  $ax + b = 0$  เมื่อ  $a$  และ  $b$  เป็นค่าคงตัว  $a \neq 0$  และ  $x$  เป็นตัวแปร

ตัวอย่าง

1)  $3x + 5 = 10$  เป็นสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

2)  $19(1 + x) = 16x - 11$  เป็นสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

3)  $\frac{4x}{5} - \frac{3}{10} = \frac{x}{4}$  เป็นสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

4)  $x^2 - 4 = 0$  ไม่ใช่สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

5)  $x + 5y = 12$  ไม่ใช่สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ตัวอย่างที่ 1 จงหาค่า  $x$  จากสมการ  $9x+7 = 25$

วิธีทำ

$$\begin{aligned}9x+7 &= 25 \\9x+7-7 &= 25-7 \quad (\text{นำ } 7 \text{ ลบออกทั้งสองข้าง}) \\9x &= 18 \quad (\text{ต้องทำให้ } 9 \text{ มีค่าเป็น } 1) \\ \frac{9x}{9} &= \frac{18}{9} \quad (\text{นำ } 9 \text{ หารทั้งสองข้าง})\end{aligned}$$

ดังนั้น

$$x = 2 \quad \text{ตอบ}$$

ตรวจคำตอบ แทนค่า  $x=2$  ลงในสมการ  $9x+7 = 25$

$$\begin{aligned}\text{จะได้ว่า} \quad (9 \times 2) + 7 &= 25 \\25 &= 25 \quad \text{สมการเป็นจริง}\end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 2 จงหาค่า  $x$  จากสมการ  $5x-4 = 3(x-2)$

วิธีทำ

$$\begin{aligned}5x-4 &= 3(x-2) \\5x-4 &= 3x-6 \quad (\text{สมบัติการแจกแจง}) \\5x-4-3x &= 3x-3x-6 \quad (\text{นำ } 3x \text{ ลบออกทั้งสองข้าง}) \\2x-4 &= -6 \\2x-4+4 &= -6+4 \quad (\text{นำ } 4 \text{ บวกเข้าทั้งสองข้าง}) \\2x &= -2 \quad (\text{ต้องทำให้ } 2 \text{ มีค่าเป็น } 1) \\ \frac{2x}{2} &= \frac{-2}{2} \quad (\text{นำ } 2 \text{ หารทั้งสองข้าง})\end{aligned}$$

ดังนั้น

$$x = -1 \quad \text{ตอบ}$$

ตรวจคำตอบ แทนค่า  $x=-1$  ลงในสมการ  $5x-4 = 3(x-2)$

$$\begin{aligned}\text{จะได้ว่า} \quad 5(-1)-4 &= 3(-1-2) \\-5-4 &= 3(-3) \\-9 &= -9 \quad \text{สมการเป็นจริง}\end{aligned}$$

ถ้าสมการอยู่ในวงเล็บ เช่น ( ), [ ] หรือ { } ต้องถอดวงเล็บออกก่อน โดยถอดออกทีละวงเล็บ คือให้ถอดวงเล็บที่อยู่ด้านในสุดก่อน และระวังเครื่องหมายที่อยู่หน้าวงเล็บ ถ้าหน้าวงเล็บใดมีเครื่องหมายลบ (-) เมื่อถอดวงเล็บออกแล้วต้องเปลี่ยนเครื่องหมายทุกจำนวนภายในวงเล็บนั้นเป็นตรงข้ามเสมอ เช่น

**ตัวอย่างที่ 3** จงหาค่า  $x$  จากสมการ  $5 + 2[4 - 3(x - 1)] = 10$

**วิธีทำ** ถอดวงเล็บ ( ) ออกโดยนำ 3 คูณเข้าไปในวงเล็บ พร้อมทั้งเปลี่ยนเครื่องหมายใน ( ) เป็นตรงข้าม

จะได้  $5 + 2[4 - 3x + 3] = 10$

$$5 + 2[7 - 3x] = 10$$

ถอดวงเล็บ [ ] ออกโดยนำ 2 คูณเข้าไปในวงเล็บ

$$5 + 14 - 6x = 10$$

$$19 - 6x = 10$$

$$19 - 6x - 19 = 10 - 19$$

$$\frac{-6x}{-6} = \frac{-9}{-6}$$

$$x = \frac{3}{2}$$

ดังนั้น

$$x = 1\frac{1}{2}$$

**ตอบ**

**ตรวจคำตอบ** แทนค่า  $x = \frac{3}{2}$  ลงในสมการ  $5 + 2[4 - 3(x - 1)] = 10$

จะได้  $5 + 2\left[4 - 3\left(\frac{3}{2} - 1\right)\right] = 10$

$$5 + 2\left[4 - 3\left(\frac{1}{2}\right)\right] = 10$$

$$5 + 2\left[4 - \frac{3}{2}\right] = 10$$

$$5 + 2\left[\frac{8 - 3}{2}\right] = 10$$

$$5 + 2\left[\frac{5}{2}\right] = 10$$

$$5 + 5 = 10 \quad \text{สมการเป็นจริง}$$

7.1 การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่อยู่หลายพจน์และอยู่ในรูปเศษส่วนต้องทำส่วนให้หมดไปก่อน โดยนำ ค.ร.น ของส่วนทั้งหมดมาคูณทุกพจน์ของสมการ จัดพจน์ของตัวแปร และพจน์ ค่าคงตัวให้อยู่คนละข้างของสมการ แล้วจึงหาค่าตัวแปร

ตัวอย่างที่ 4 จงหาค่า  $x$  จากสมการ  $\frac{7(x-4)}{8} = \frac{4x-25}{2}$

วิธีทำ  $\frac{7(x-4)}{8} = \frac{4x-25}{2}$

นำ 8 ซึ่งเป็น ค.ร.น. ของ 8,2 คูณทั้งสองข้างของสมการ

$$\frac{7(x-4)}{8} \times 8 = \frac{(4x-25)}{2} \times 8$$

$$7(x-4) = 4(4x-25)$$

$$7x-28 = 16x-100 \quad (\text{สมบัติการแจกแจง})$$

$$7x-16x = -100+28$$

$$-9x = -72$$

$$\frac{-9x}{-9} = \frac{-72}{-9}$$

$$x = 8$$

(นำ  $-9$  ทหารทั้งสองข้าง)

ดังนั้น

$$x = 8$$

**ตอบ**

ตัวอย่างที่ 5 จงหาค่า  $x$  จากสมการ  $\frac{5x-3}{6} = \frac{x}{3} + 2$

วิธีทำ  $\frac{5x-3}{6} = \frac{x}{3} + 2$

นำ 6 ซึ่งเป็น ค.ร.น. ของ 6,3 คูณทั้งสองข้างของสมการ

$$\frac{6(5x-3)}{6} = \frac{x}{3} \times 6 + (2 \times 6)$$

$$5x-3 = 2x+12$$

$$5x-2x = 3+12$$

$$3x = 15$$

$$x = \frac{15}{3}$$

$$x = 5$$

ดังนั้น

**ตอบ**

ตัวอย่างที่ 6 จงหาค่า  $x$  จากสมการ  $\frac{x+2}{5} - \frac{2x}{4} = 4$

วิธีทำ  $\frac{x+2}{5} - \frac{2x}{4} = 4$

นำ 20 ซึ่งเป็น ค.ร.น. ของ 5, 4 คูณทั้งสองข้างของสมการ

$$\frac{20(x+2)}{5} - \frac{20 \times 2x}{4} = 4 \times 20$$

$$4(x+2) - 5(2x) = 80$$

$$4x + 8 - 10x = 80$$

$$4x - 10x = 80 - 8$$

$$-6x = 72$$

$$\frac{-6x}{-6} = \frac{72}{-6}$$

ดังนั้น

$$x = -12$$

**ตอบ**

ตัวอย่างที่ 7 จงหาค่า  $x$  จากสมการ  $\frac{x-2}{4} - \frac{x-1}{8} = \frac{1}{2}$

วิธีทำ  $\frac{x-2}{4} - \frac{x-1}{8} = \frac{1}{2}$

นำ 8 ซึ่งเป็น ค.ร.น. ของ 2, 4 และ 8 คูณทั้งสองข้างของสมการ

$$\frac{8(x-2)}{4} - \frac{8(x+1)}{8} = \frac{1}{2} \times 8$$

$$2(x-2) - (x+1) = 4$$

$$2x - 4 - x - 1 = 4$$

$$x - 5 = 4$$

$$x = 4 + 5$$

ดังนั้น

$$x = 9$$

**ตอบ**

**หมายเหตุ** การแก้สมการโดยวิธีการย้ายข้างและการคูณไขว้ ทำได้โดยถ้าจำนวนที่เป็นบวก (+) จะย้ายไปเป็นลบ (-)

ถ้าเป็นลบ (-) จะย้ายไปเป็น (+) การคูณไขว้ ถ้าเป็นตัวคูณ (x) จะย้ายข้างไปเป็นตัวหาร (÷) ถ้าเป็นตัวหาร (÷)

จะย้ายข้างไปเป็นตัวคูณ (x) การย้ายจะย้ายจากซ้ายไปขวา หรือจะย้ายจากทางขวาไปทางซ้ายก็ได้