



แผนการสอนมุ่งเน้นสมรรถนะอาชีพ

หลักสูตรประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง พุทธศักราช 2563

ประเภทวิชาอุตสาหกรรม สาขาวิชาช่างก่อสร้าง

วิชา กลศาสตร์วิศวกรรม (รหัสวิชา 30100 – 0101)



จัดทำโดย

นักศึกษาฝึกประสบการณ์วิชาชีพครู

นายณรงค์ชัย กลิ่นทองทิพย์

วศ.บ. วิศวกรรมโยธาและการศึกษา

แผนกวิชาช่างก่อสร้าง

วิทยาลัยเทคนิคชลบุรี

สำนักงานคณะกรรมการการอาชีวศึกษา

กระทรวงศึกษาธิการ

คำนำ

แผนการสอนเล่มนี้ จัดทำขึ้นตามรูปแบบแผนการสอนมุ่งเน้นฐานสมรรถนะวิชาชีพ ในรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม (รหัสวิชา 30100 – 0101) สาขาวิชาช่างก่อสร้าง หลักสูตรประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง พุทธศักราช 2563 ประเภทวิชาอุตสาหกรรมสาขาวิชาโยธา โดยมีจุดประสงค์เพื่อให้ผู้เรียนมีความรู้ความเข้าใจ ในการศึกษาเกี่ยวกับ ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับโครงสร้าง แรงปฏิกิริยา แรงเฉือน และโมเมนต์ดัด แรงภายใน ชิ้นส่วนของโครงข้อหมุน แรงเสียดทาน และ จุดศูนย์ถ่วง เซนทรอยด์ และโมเมนต์ความเฉื่อยของรูปเรขาคณิต เพื่อให้ในการจัดการเรียนการสอนเป็นไปอย่างมีประสิทธิภาพและบรรลุผลสัมฤทธิ์ตามสมรรถนะที่กำหนดไว้

แผนการสอนเล่มนี้ได้รับความอนุเคราะห์และสนับสนุน แนะนำ ตลอดให้คำปรึกษาจากคณะผู้บริหาร หัวหน้าแผนกวิชาช่างก่อสร้าง ผู้ทรงคุณวุฒิของวิทยาลัยเทคนิคชลบุรี สถาบันการอาชีวศึกษา เป็นอย่างดีและขอขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ โอกาสนี้ ถ้าหากพบข้อผิดพลาดหรือสิ่งที่ควรแก้ไขเพิ่มเติมประการใดหรือปรับเปลี่ยนให้เหมาะสมก็ขอน้อมรับและผู้จัดทำจะได้ทำการปรับปรุงและแก้ไขต่อไป

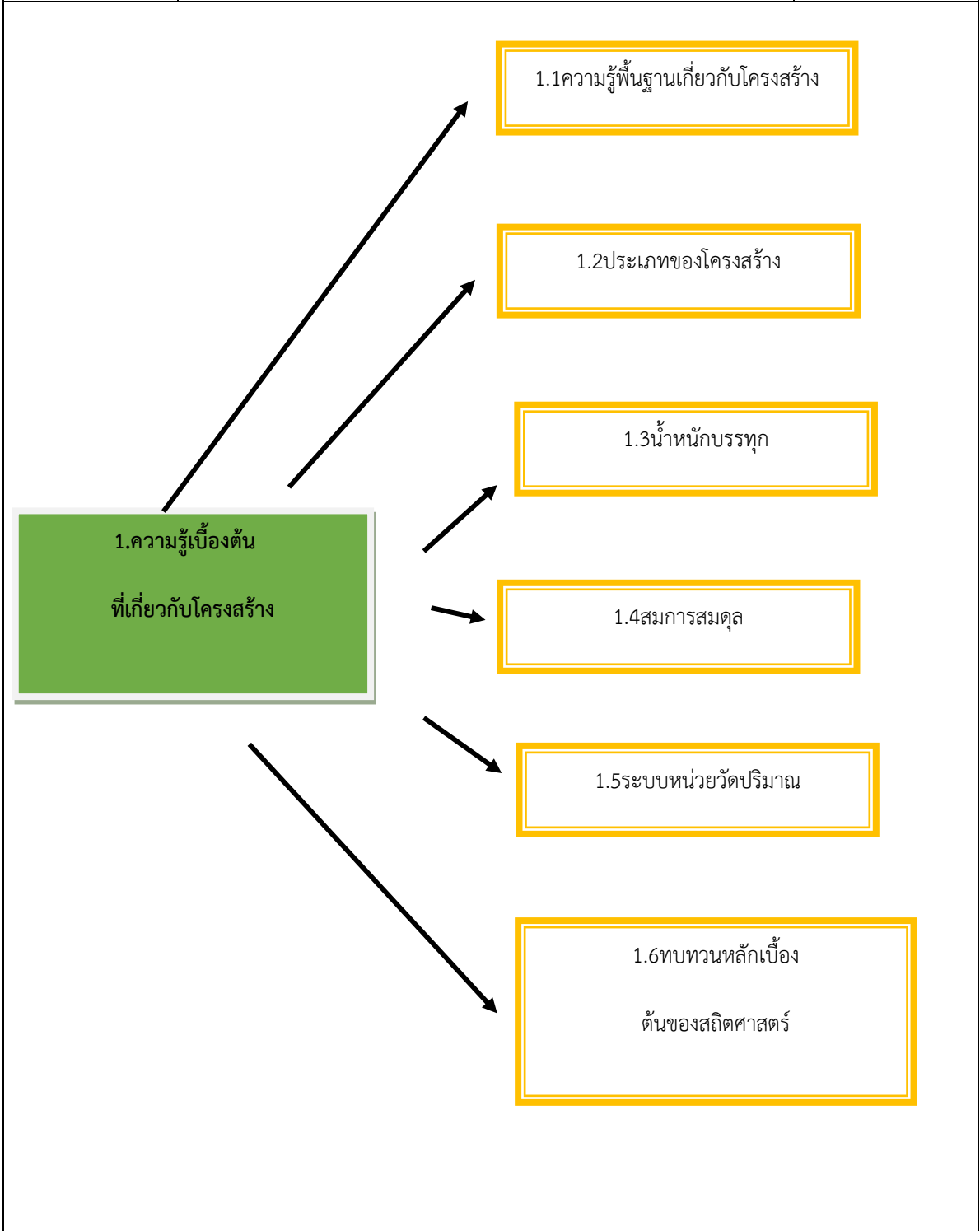
นาย ณรงค์ชัย กลิ่นทองทิพย์

5902032610046

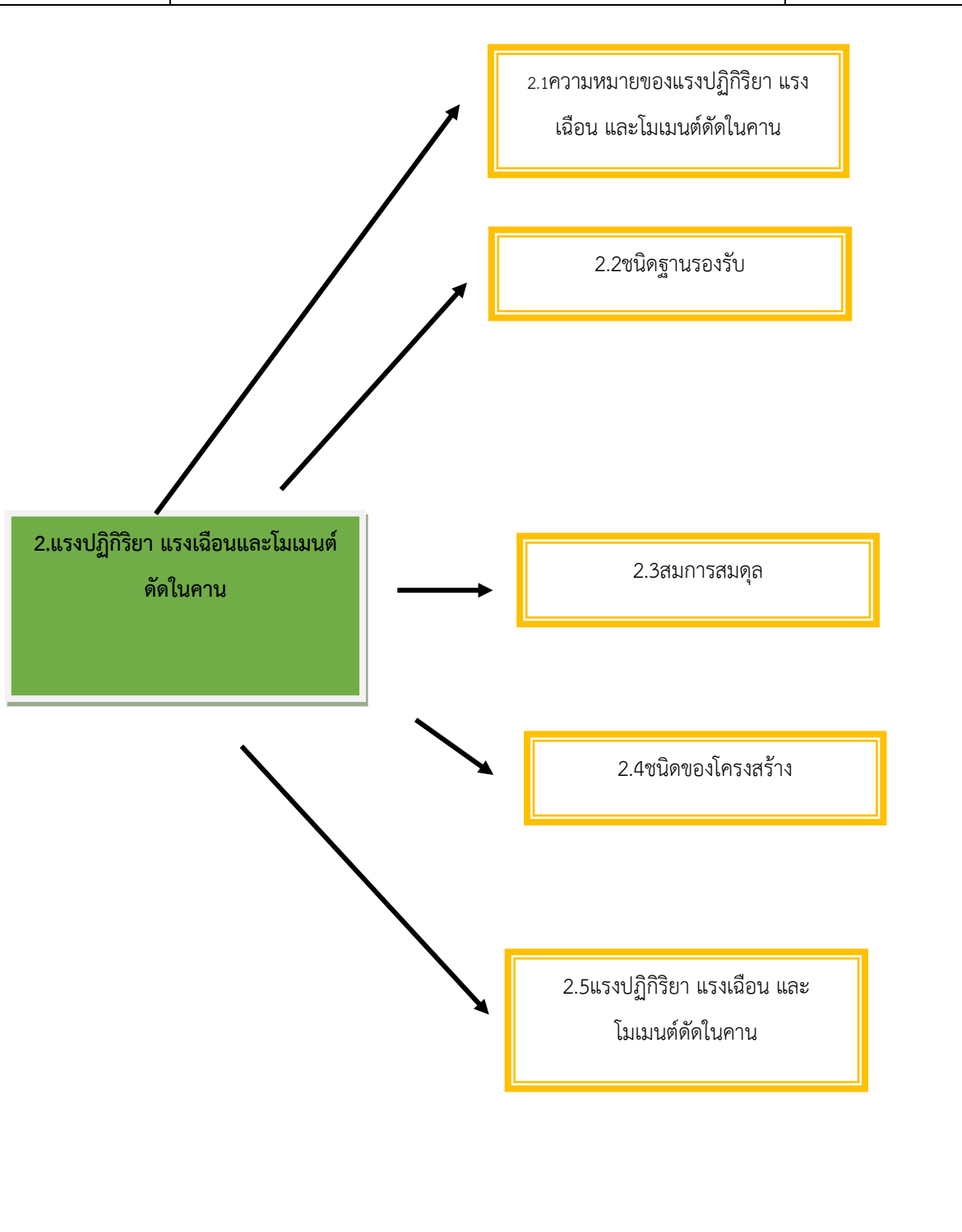
สารบัญ

เนื้อหา	หน้าที่
คำนำ.....	ก
สารบัญ.....	ข
หลักสูตรรายวิชา.....	ค
หน่วยการสอน.....	ง
สมรรถนะที่พึงประสงค์ของแผนการสอน.....	จ
เกณฑ์การวัดผลและประเมินผล.....	ฉ
แผนการเรียนรู้การสอน.....	
หน่วยที่ 1	
หน่วยที่ 2	
หน่วยที่ 3	
หน่วยที่ 4	
หน่วยที่ 5	
บรรณานุกรม.....	ซ

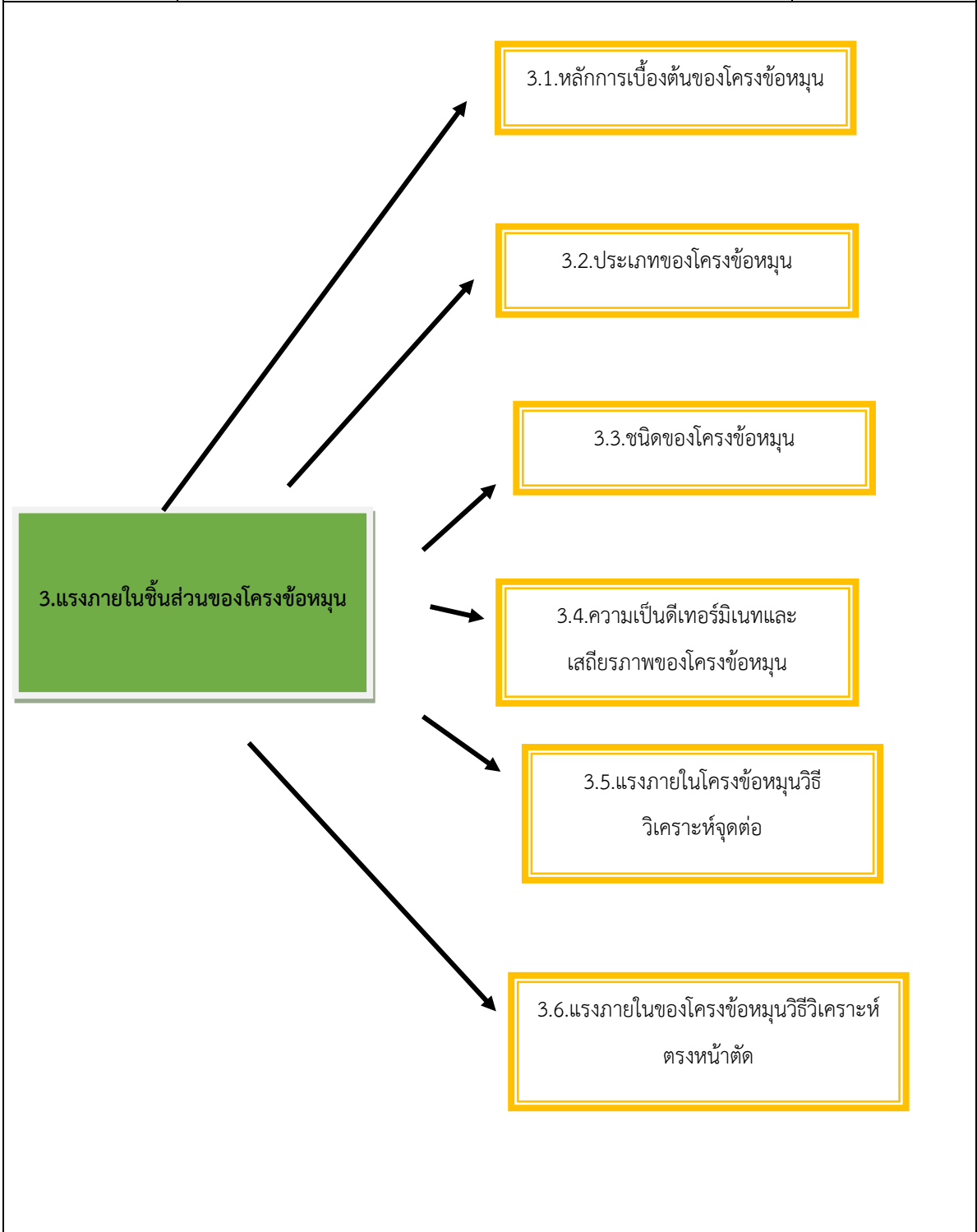
	ใบวิเคราะห์งาน(Job Analysis Sheet)		หน่วยที่ 1
	ชื่อรายวิชา	กลศาสตร์วิศวกรรม รหัสรายวิชา 30100-0101	สัปดาห์ที่ 1-2
	ระดับชั้น	ปวส. สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง	จำนวนคาบ 3
	ชื่อหน่วย	ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับโครงสร้าง	แผ่นที่ 1



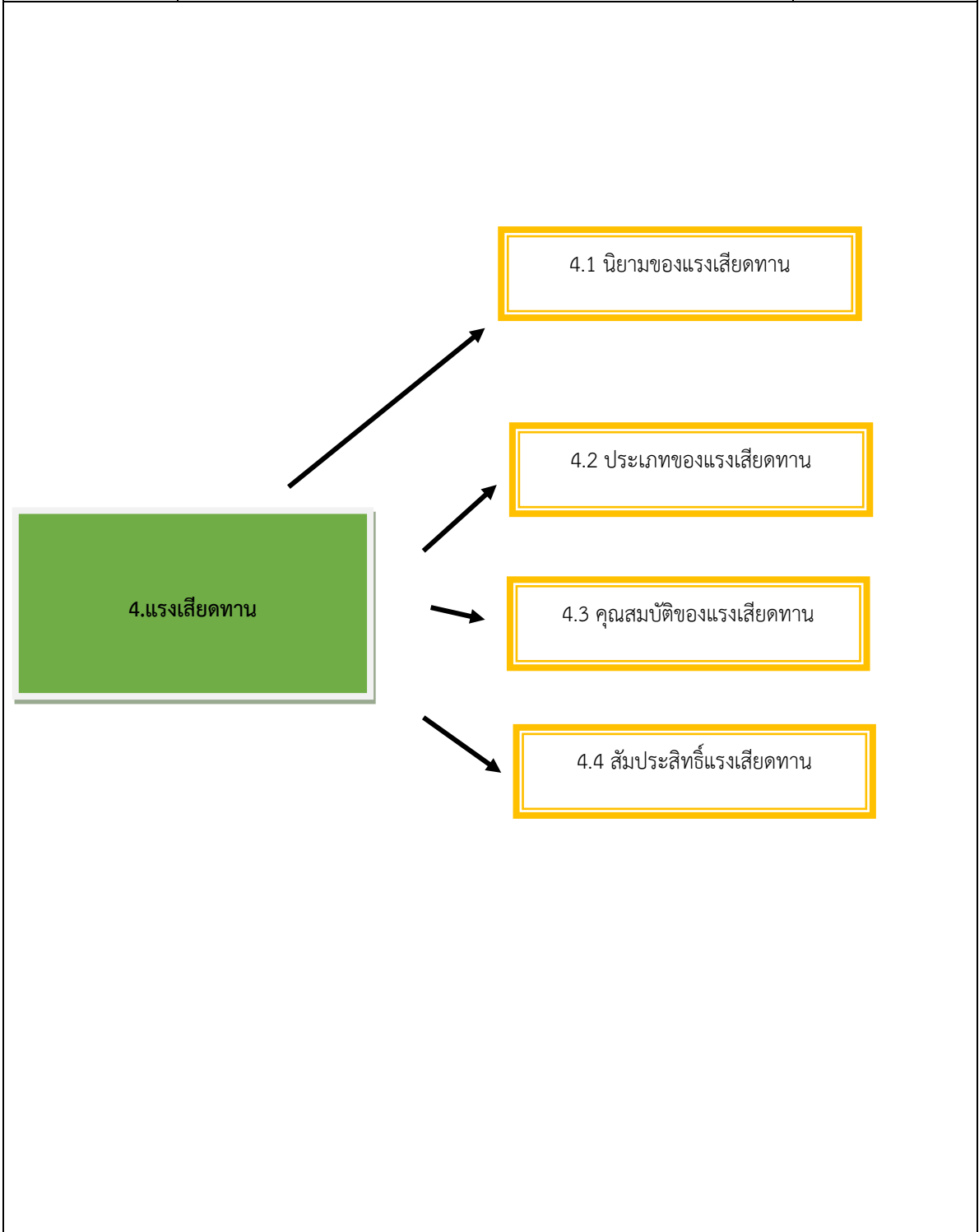
	ใบวิเคราะห์งาน(Job Analysis Sheet)		หน่วยที่ 2
	ชื่อรายวิชา	กลศาสตร์วิศวกรรม รหัสรายวิชา 30100-0101	สัปดาห์ที่ 3-11
	ระดับชั้น	ปวส. สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง	จำนวนคาบ 3
	ชื่อหน่วย	แรงปฏิกิริยา แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดในคาน	แผ่นที่ 1



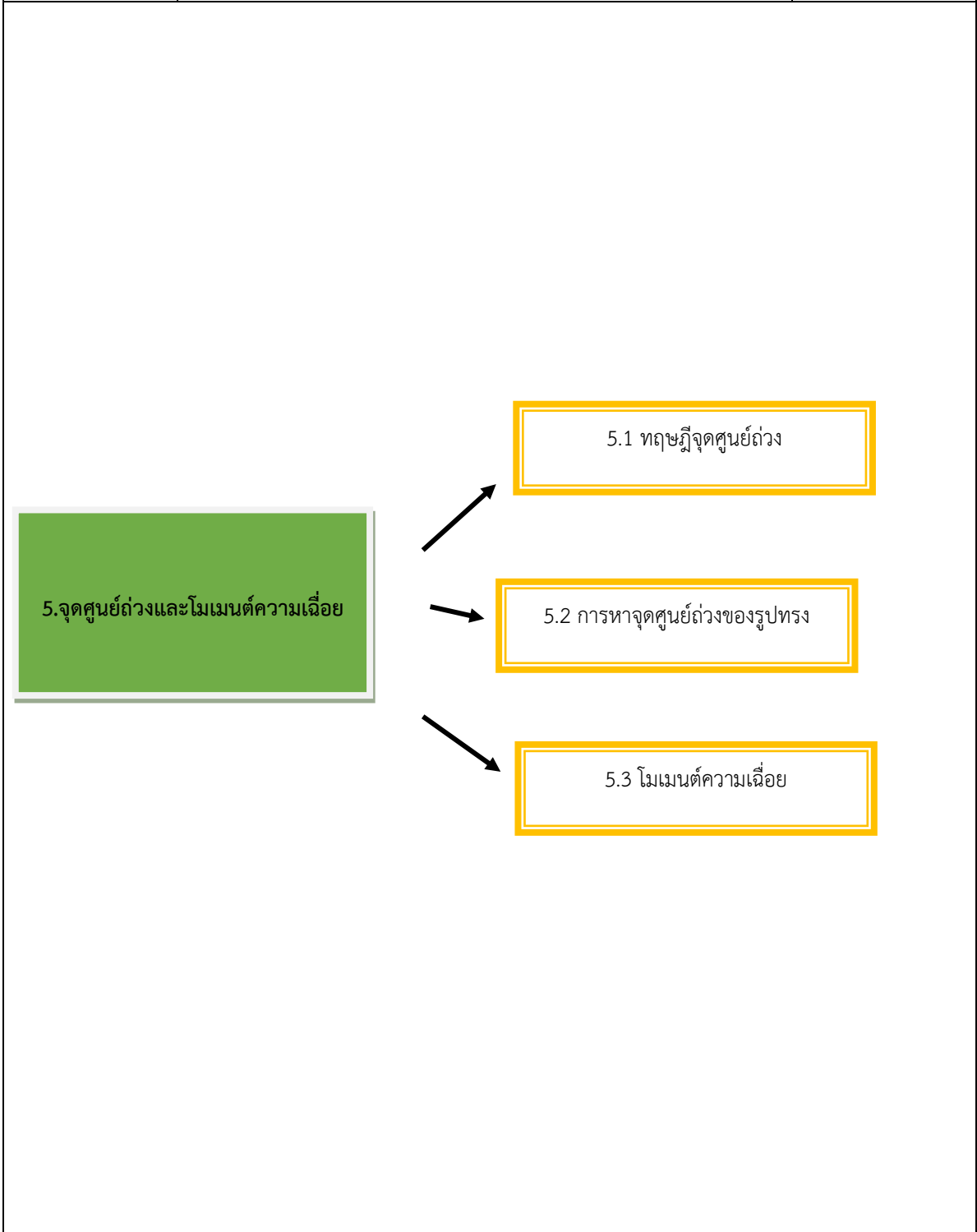
	ใบวิเคราะห์งาน(Job Analysis Sheet)		หน่วยที่ 3
	ชื่อรายวิชา	กลศาสตร์วิศวกรรม รหัสรายวิชา 30100-0101	สัปดาห์ที่ 12-14
	ระดับชั้น	ปวส. สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง	จำนวนคาบ 3
	ชื่อหน่วย	แรงภายในชิ้นส่วนของโครงข้อหมุน	แผ่นที่ 1

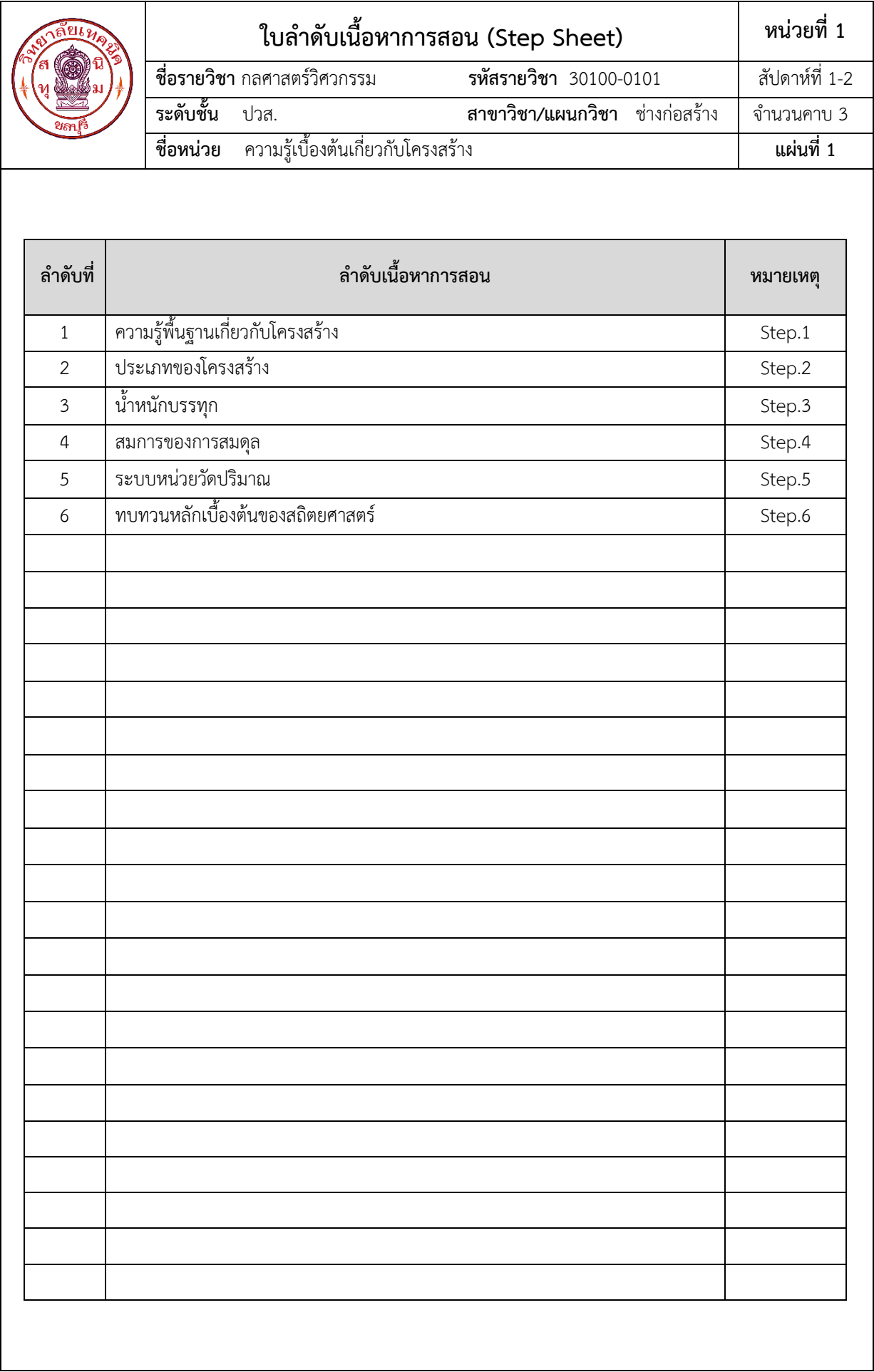


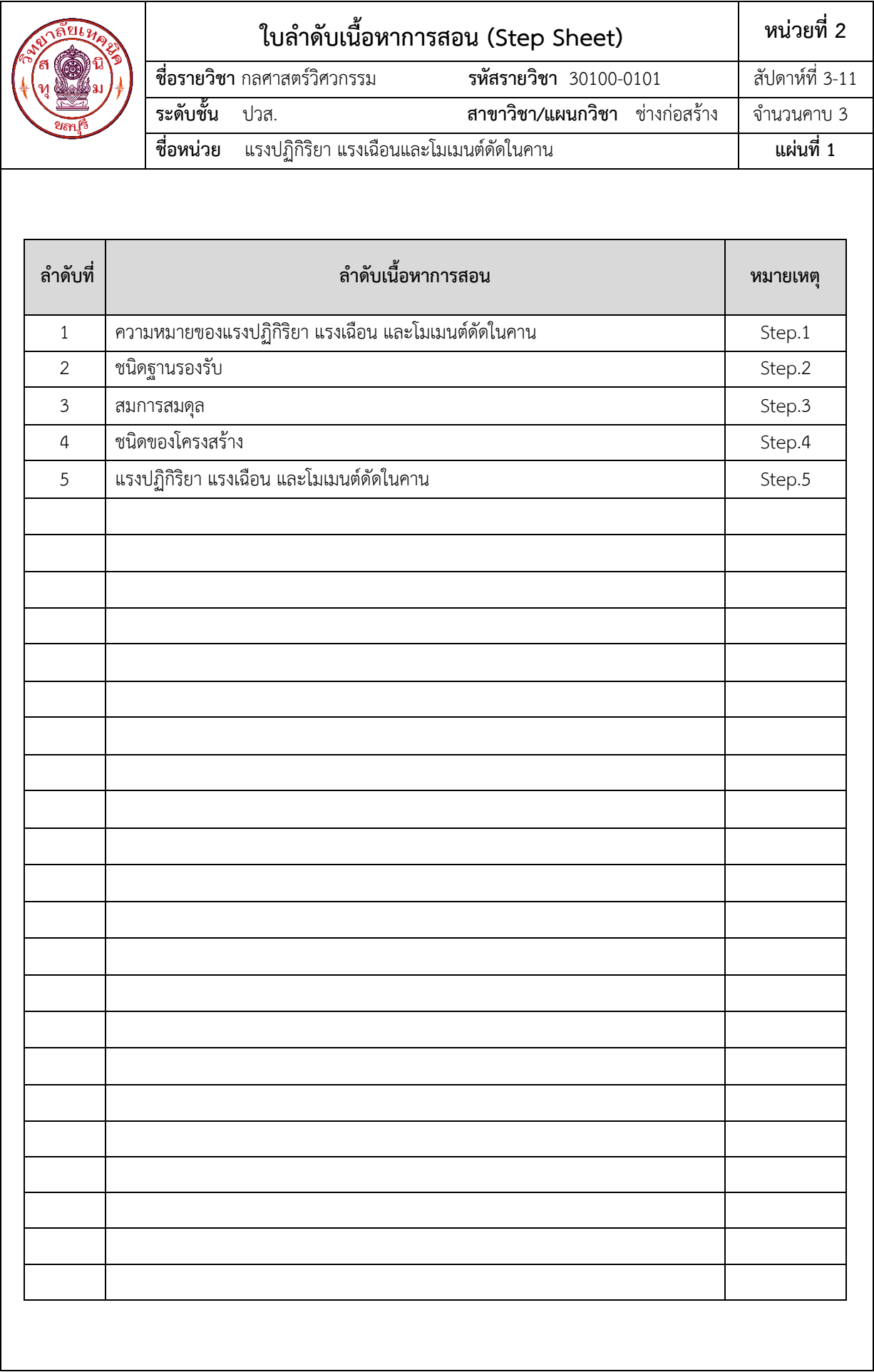
	ใบวิเคราะห์งาน(Job Analysis Sheet)		หน่วยที่ 4
	ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม	รหัสรายวิชา 30100-0101	สัปดาห์ที่ 15-16
	ระดับชั้น ปวส.	สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง	จำนวนคาบ 3
	ชื่อหน่วย แรงเสียดทาน		แผ่นที่ 1

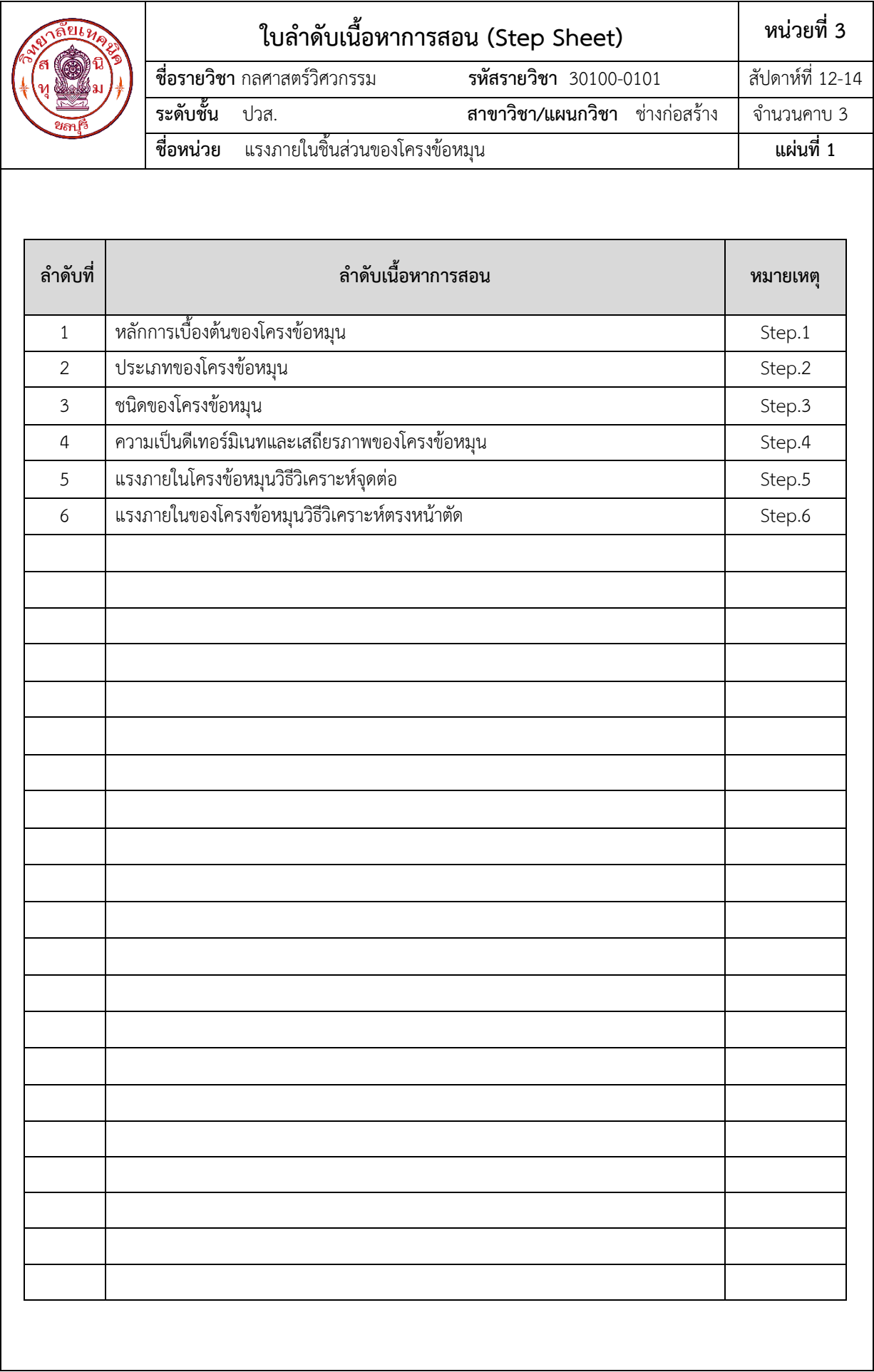


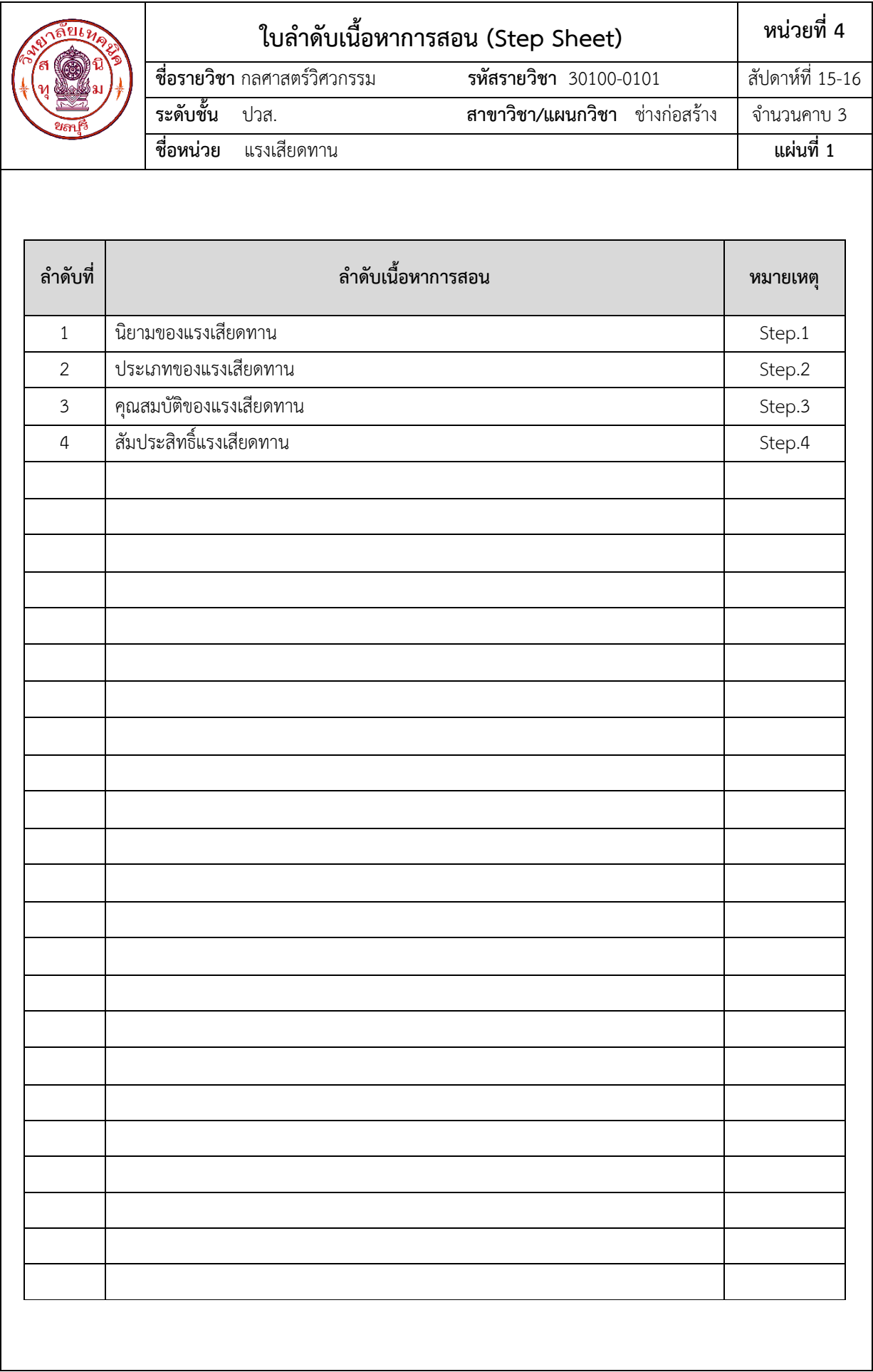
	ใบวิเคราะห์งาน(Job Analysis Sheet)		หน่วยที่ 5
	ชื่อรายวิชา	กลศาสตร์วิศวกรรม รหัสรายวิชา 30100-0101	สัปดาห์ที่ 17
	ระดับชั้น	ปวส. สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง	จำนวนคาบ 3
	ชื่อหน่วย	จุดศูนย์ถ่วงและโมเมนต์ความเฉื่อย	แผ่นที่ 1

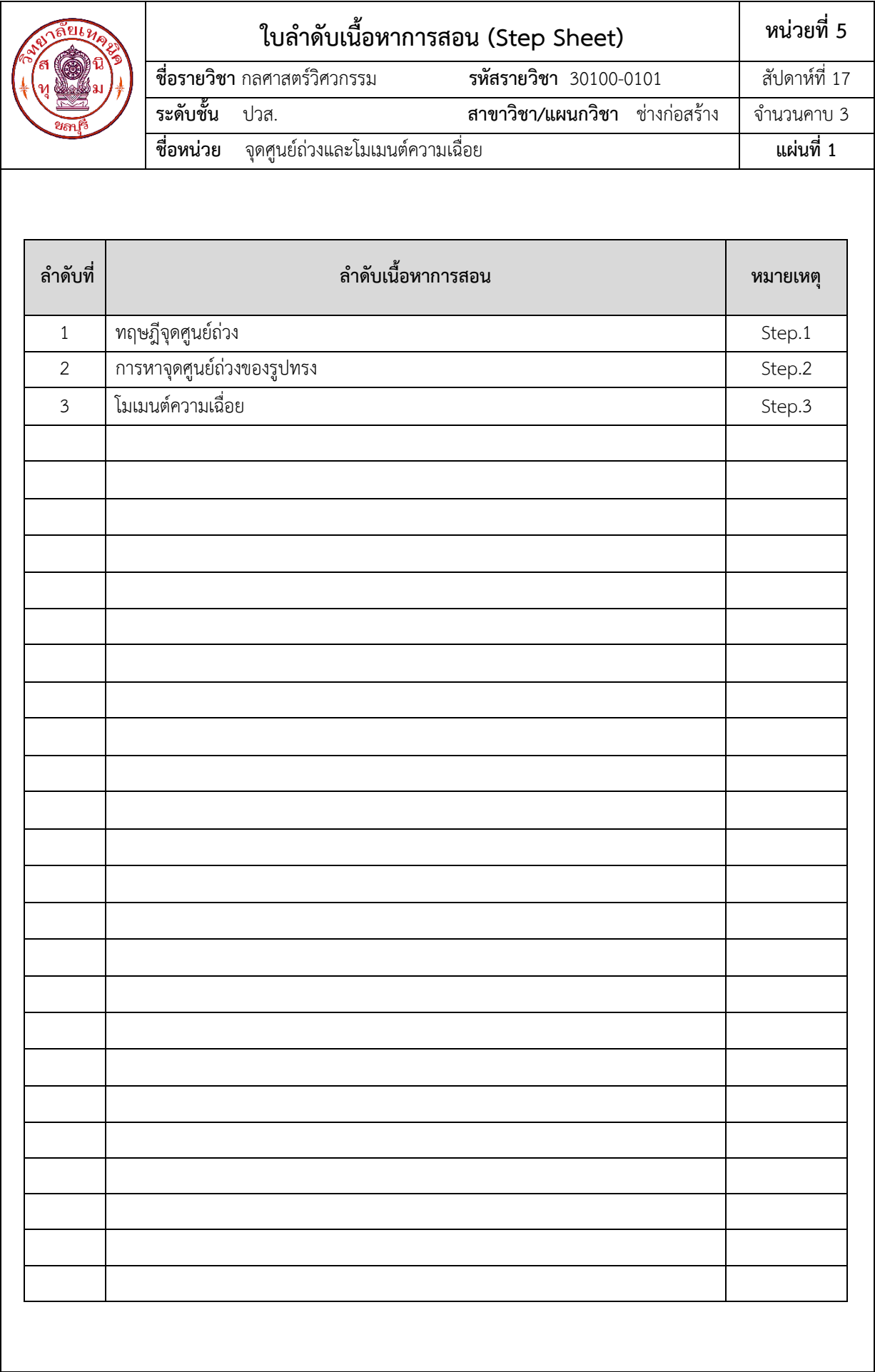












	ใบวิเคราะห์ขั้นตอน (Task Analysis)		หน่วยที่ 1
	ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม	รหัสรายวิชา 30100-0101	สัปดาห์ที่ 1-2
	ระดับชั้น ปวส.	สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง	จำนวนคาบ 3
	ชื่อหน่วย ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับโครงสร้าง		แผนที่ 1

Task Step	Skill	T	TS			Knowledge	T	TK		
			I	C	A			R	A	T
1.ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับโครงสร้าง						-บอกความหมายของโครงสร้างได้	N	✓		
2.ประเภทของโครงสร้าง	- แยกแยะประเภทของโครงสร้างได้	N	✓			- อธิบายประเภทของโครงสร้างได้	N	✓		
3.น้ำหนักบรรทุก	- แยกแยะน้ำหนักบรรทุกได้					- อธิบายน้ำหนักบรรทุกทุกได้	N	✓		
4.สมการของการสมดุล	- เลือกใช้สมการของการสมดุลได้	N	✓			- อธิบายสมการของการสมดุลได้	N		✓	
5.ระบบหน่วยวัดปริมาณ	-แปลงระบบหน่วยวัดปริมาณได้	N		✓		- อธิบายระบบหน่วยวัดปริมาณได้	N		✓	
6 ทบทวนหลักเบื้องต้นของสถิตยศาสตร์	- คำนวณหาแรง และ โมเมนต์ของแรงได้	O		✓		-อธิบายการหาแรง และ โมเมนต์ของแรงได้	O	✓		

Note

TS : Type of Skill

I : Imitation is needed

C : Control is needed

A : Automatism is needed

N : Need

TK : Type of Knowledge

R : Recalling is needed

A : Application is needed

T : Transfer is needed

O : Optionally

	ใบวิเคราะห์ขั้นตอน (Task Analysis)		หน่วยที่ 2
	ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม	รหัสรายวิชา 30100-0101	สัปดาห์ที่ 3-11
	ระดับชั้น ปวส.	สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง	จำนวนคาบ 3
	ชื่อหน่วย	แรงปฏิกิริยา แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดในคาน	แผ่นที่ 1

Task Step	Skill	T	TS			Knowledge	T	TK		
			I	C	A			R	A	T
1.ความหมายของแรงปฏิกิริยาแรงเฉือน และโมเมนต์ดัดในคาน						-บอกความหมายของแรงปฏิกิริยา แรงเฉือน และโมเมนต์ดัดในคานได้	N	✓		
2.ชนิดฐานรองรับ						- อธิบายชนิดของฐานรองรับได้	N	✓		
3.สมการสมดุล	- ใช้สมการของการสมดุลได้	N		✓		- อธิบายสมการของการสมดุลได้	N		✓	
4.ชนิดของโครงสร้าง						- บอกชนิดของโครงสร้างได้	N	✓		
5.แรงปฏิกิริยาแรงเฉือน และโมเมนต์ดัดในคาน	-คำนวณแรงปฏิกิริยาแรงเฉือน และโมเมนต์ดัดในคานได้	N		✓		- อธิบายการคำนวณแรงปฏิกิริยา แรงเฉือน และโมเมนต์ดัดในคานได้	N		✓	

Note

TS : Type of Skill

I : Imitation is needed

C : Control is needed

A : Automatism is needed

N : Need

TK : Type of Knowledge

R : Recalling is needed

A : Application is needed

T : Transfer is needed

O : Optionally

	ใบวิเคราะห์ขั้นตอน (Task Analysis)		หน่วยที่ 3
	ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม	รหัสรายวิชา 30100-0101	สัปดาห์ที่ 12-14
	ระดับชั้น ปวส.	สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง	จำนวนคาบ 3
	ชื่อหน่วย	แรงภายในชิ้นส่วนของโครงข้อหมุน	แผ่นที่ 1

Task Step	Skill	T	TS			Knowledge	T	TK		
			I	C	A			R	A	T
1.หลักการเบื้องต้นของโครงข้อหมุน						-บอกหลักการเบื้องต้นของโครงข้อหมุนได้	N	✓		
2.ประเภทของโครงข้อหมุน						- บอกประเภทของโครงข้อหมุนได้	N	✓		
3.ชนิดของโครงข้อหมุน						- บอกชนิดของโครงข้อหมุนได้	N	✓		
4.ความเป็นดีเทอร์มิเนทและเสถียรภาพของโครงข้อหมุน						-บอกความเป็นดีเทอร์มิเนทและเสถียรภาพของโครงข้อหมุนได้	N	✓		
5.แรงภายในโครงข้อหมุนวิธีวิเคราะห์จุดต่อ	-หาแรงภายในโครงข้อหมุนวิธีวิเคราะห์จุดต่อได้	N	✓			- อธิบายการหาแรงภายในโครงข้อหมุนวิธีวิเคราะห์จุดต่อได้	N		✓	
6.แรงภายในของโครงข้อหมุนวิธีวิเคราะห์ตรงหน้าตัด	- คำนวหาแรงภายในของโครงข้อหมุนวิธีวิเคราะห์ตรงหน้าตัดได้	N	✓			-อธิบายการหาแรงภายในของโครงข้อหมุนวิธีวิเคราะห์ตรงหน้าตัดได้	N		✓	

Note

TS : Type of Skill

I : Imitation is needed

C : Control is needed

A : Automatism is needed

TK : Type of Knowledge

R : Recalling is needed

A : Application is needed

T : Transfer is needed

	ใบวิเคราะห์ขั้นตอน (Task Analysis)		หน่วยที่ 4
	ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม	รหัสรายวิชา 30100-0101	สัปดาห์ที่ 15-16
	ระดับชั้น ปวส.	สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง	จำนวนคาบ 3
	ชื่อหน่วย แรงเสียดทาน		แผ่นที่ 1

Task Step	Skill	T	TS			Knowledge	T	TK		
			I	C	A			R	A	T
1.นิยามของแรงเสียดทาน						- อธิบายนิยามของแรงเสียดทานได้	N	✓		
2.ประเภทของแรงเสียดทาน						- บอกประเภทของแรงเสียดทานได้	N	✓		
3.คุณสมบัติของแรงเสียดทาน						- อธิบายคุณสมบัติของแรงเสียดทานได้	N	✓		
4.สัมประสิทธิ์แรงเสียดทาน	- คำนวณหาสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานได้	N		✓		- อธิบายการหาสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานได้	N		✓	

Note

TS : Type of Skill

I : Imitation is needed

C : Control is needed

A : Automatism is needed

N : Need

TK : Type of Knowledge

R : Recalling is needed

A : Application is needed

T : Transfer is needed

O : Optionally

	ใบวิเคราะห์ขั้นตอน (Task Analysis)		หน่วยที่ 5
	ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม	รหัสรายวิชา 30100-0101	สัปดาห์ที่ 17
	ระดับชั้น ปวส.	สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง	จำนวนคาบ 3
	ชื่อหน่วย จุดศูนย์ถ่วงและโมเมนต์ความเฉื่อย		แผนที่ 1

Task Step	Skill	T	TS			Knowledge	T	TK		
			I	C	A			R	A	T
1.ทฤษฎีจุดศูนย์ถ่วง						- บอกทฤษฎีจุดศูนย์ถ่วงได้	N	✓		
2.การหาจุดศูนย์ถ่วงของรูปทรง	- คำนวณหาการหาจุดศูนย์ถ่วงของรูปทรงได้	N		✓		- อธิบายการคำนวณหาการหาจุดศูนย์ถ่วงของรูปทรงได้	N		✓	
3.โมเมนต์ความเฉื่อย	- คำนวณหาโมเมนต์ความเฉื่อยได้	N		✓		- อธิบายการคำนวณหาโมเมนต์ความเฉื่อยได้	N		✓	

Note

TS : Type of Skill

I : Imitation is needed

C : Control is needed

A : Automatism is needed

N : Need

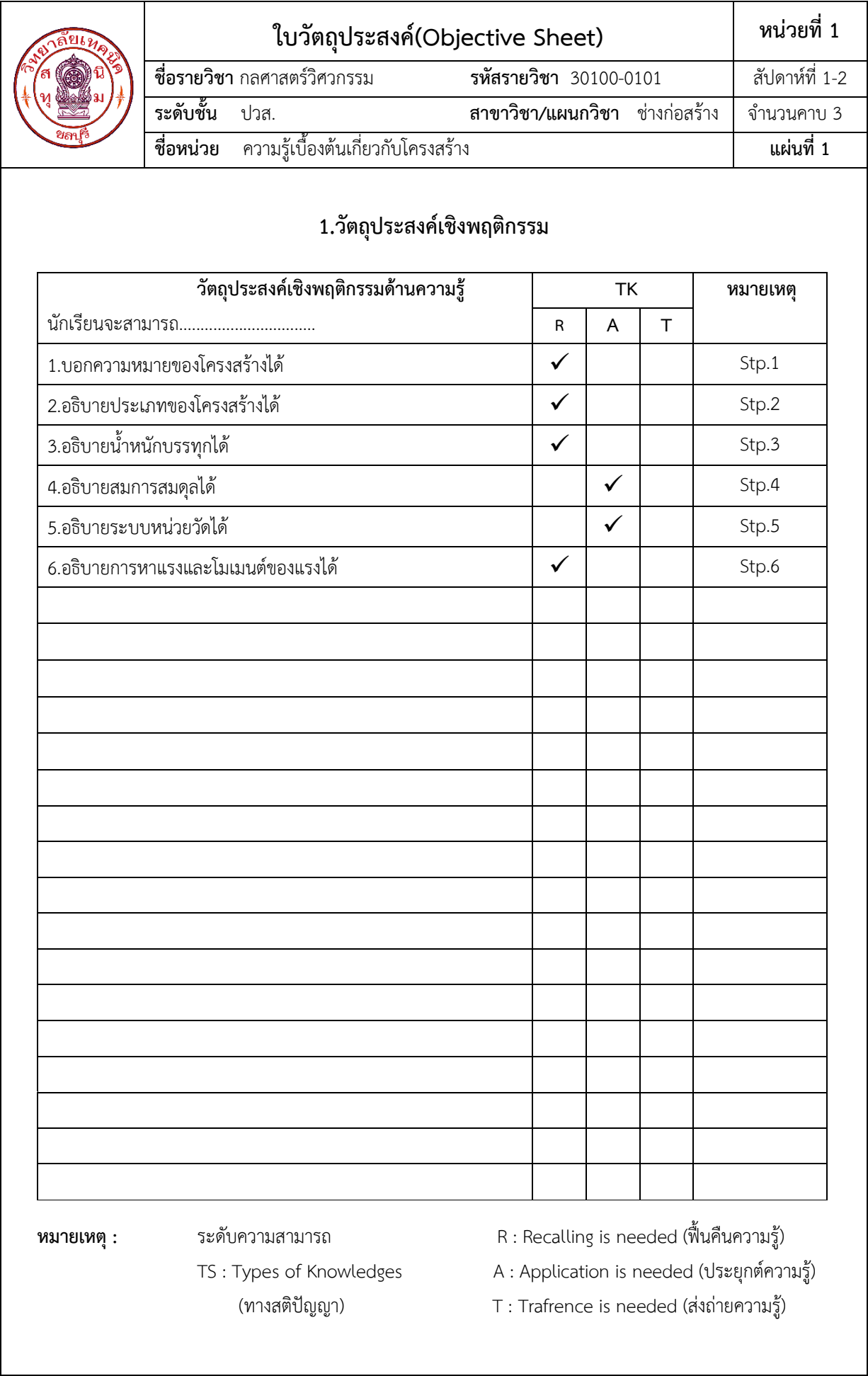
TK : Type of Knowledge

R : Recalling is needed

A : Application is needed

T : Transfer is needed

O : Optionally





ใบวัตถุประสงค์(Objective Sheet)

หน่วยที่ 2

ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม

รหัสรายวิชา 30100-0101

สัปดาห์ที่ 3-11

ระดับชั้น ปวส.

สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง

จำนวนคาบ 3

ชื่อหน่วย แรงปฏิกิริยา แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดในคาน

แผ่นที่ 1

1.วัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรม

วัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรมด้านความรู้ นักเรียนจะสามารถ.....	TK			หมายเหตุ
	R	A	T	
1.บอกความหมายของแรงปฏิกิริยา แรงเฉือน และโมเมนต์ดัดในคานได้	✓			Stp.1
2.อธิบายชนิดของฐานรองรับได้	✓			Stp.2
3.อธิบายสมการของการสมดุลได้		✓		Stp.3
4.บอกชนิดของโครงสร้างได้	✓			Stp.4
5.อธิบายการคำนวณแรงปฏิกิริยา แรงเฉือน และโมเมนต์ดัดในคานได้		✓		Stp.5

หมายเหตุ :

ระดับความสามารถ

R : Recalling is needed (ฟื้นคืนความรู้)

TS : Types of Knowledges
(ทางสติปัญญา)

A : Application is needed (ประยุกต์ความรู้)

T : Trafrence is needed (ส่งถ่ายความรู้)



ใบวัตถุประสงค์(Objective Sheet)

หน่วยที่ 3

ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม

รหัสรายวิชา 30100-0101

สัปดาห์ที่ 12-14

ระดับชั้น ปวส.

สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง

จำนวนคาบ 3

ชื่อหน่วย แรงภายในชิ้นส่วนของโครงข้อหมุน

แผ่นที่ 1

1.วัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรม

วัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรมด้านความรู้ นักเรียนจะสามารถ.....	TK			หมายเหตุ
	R	A	T	
1.บอกหลักการเบื้องต้นของโครงข้อหมุนได้	✓			Stp.1
2.บอกประเภทของโครงข้อหมุนได้	✓			Stp.2
3.บอกชนิดของโครงข้อหมุนได้	✓			Stp.3
4.บอกความเป็นดีเทอร์มิเนทและเสถียรภาพของโครงข้อหมุนได้	✓			Stp.4
5.อธิบายการหาแรงภายในโครงข้อหมุนวิธีวิเคราะห์จุดต่อได้		✓		Stp.5
6.อธิบายการหาแรงภายในของโครงข้อหมุนวิธีวิเคราะห์ตรงหน้าตัดได้		✓		Stp.6

หมายเหตุ :

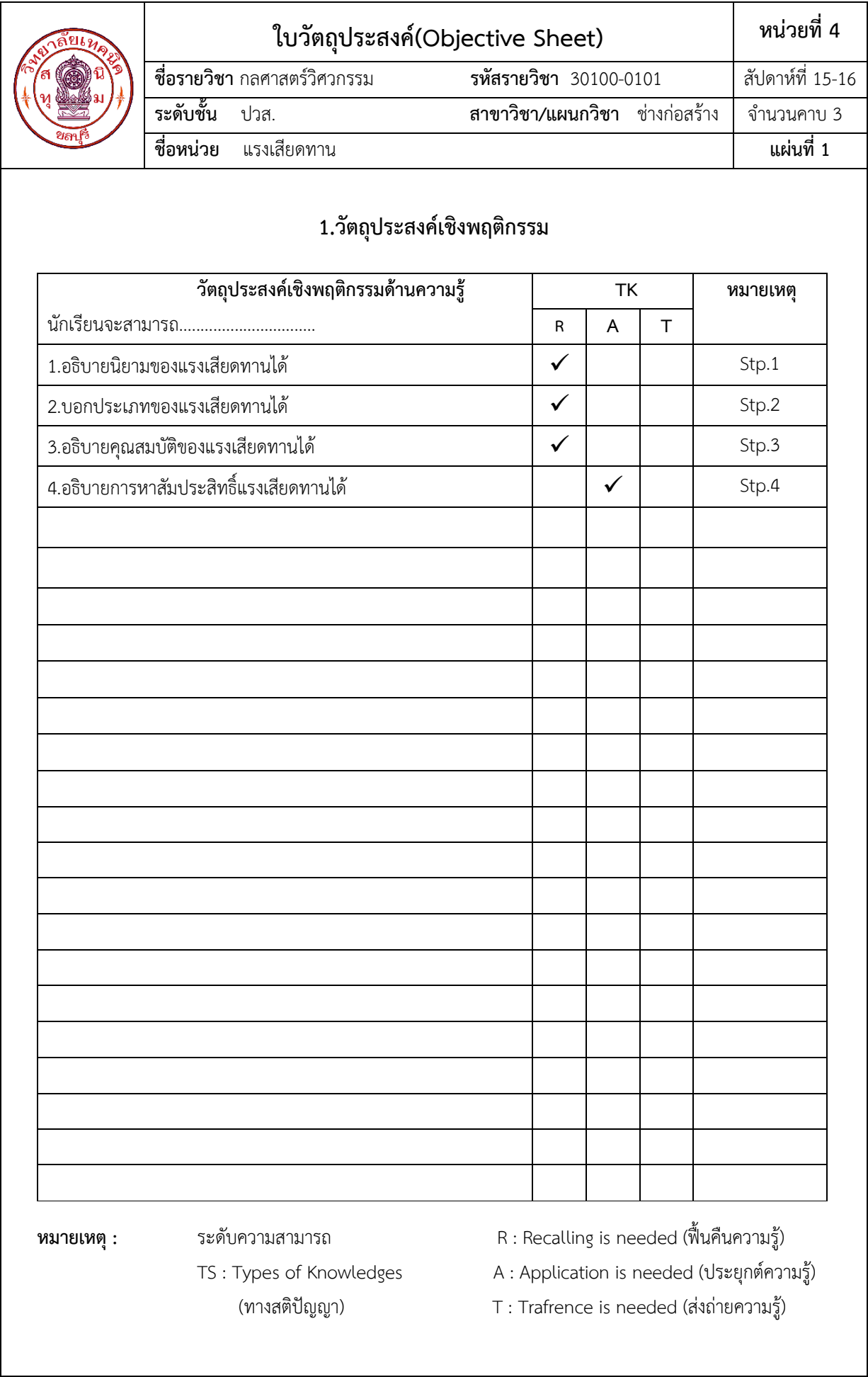
ระดับความสามารถ

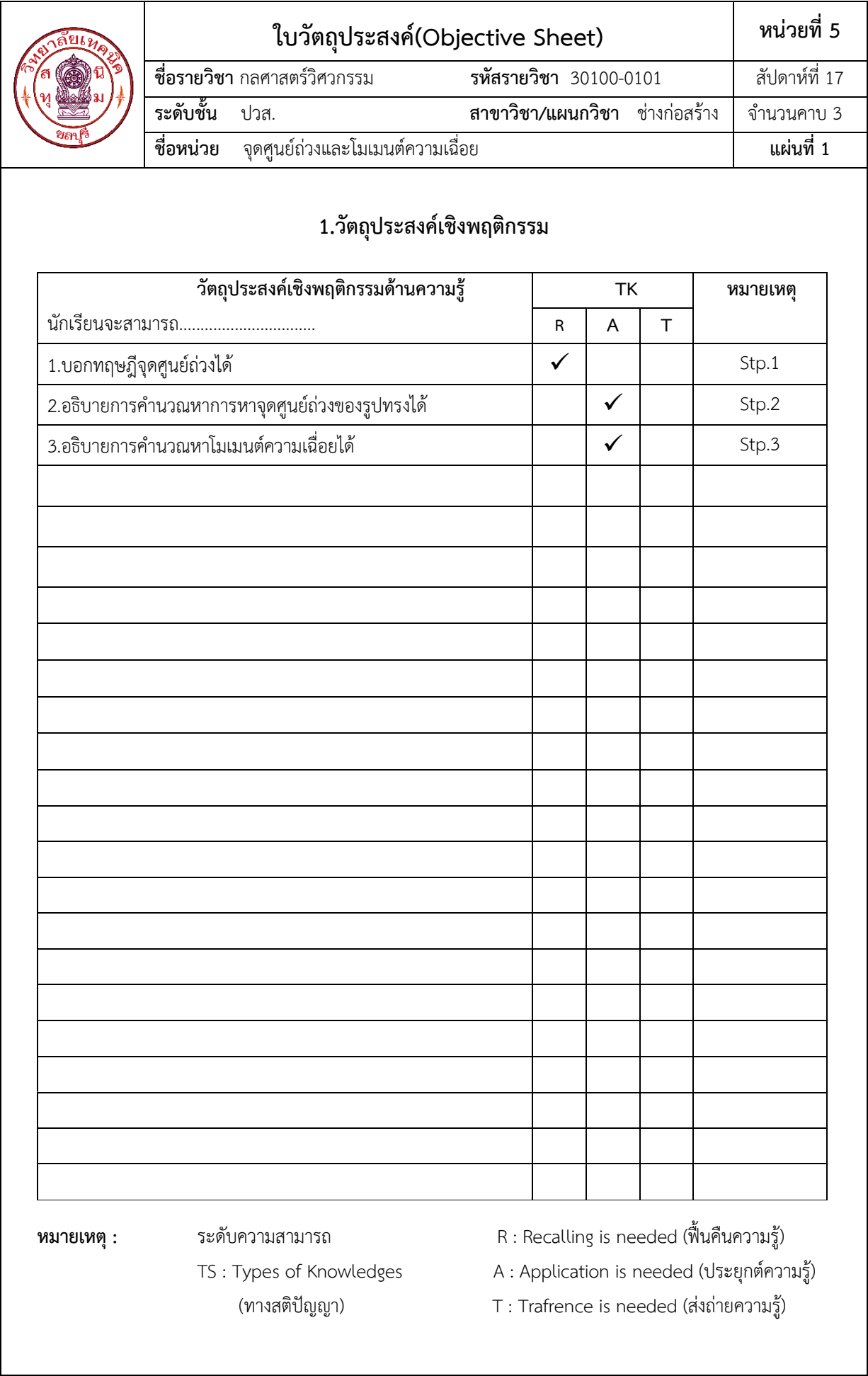
R : Recalling is needed (ฟื้นคืนความรู้)

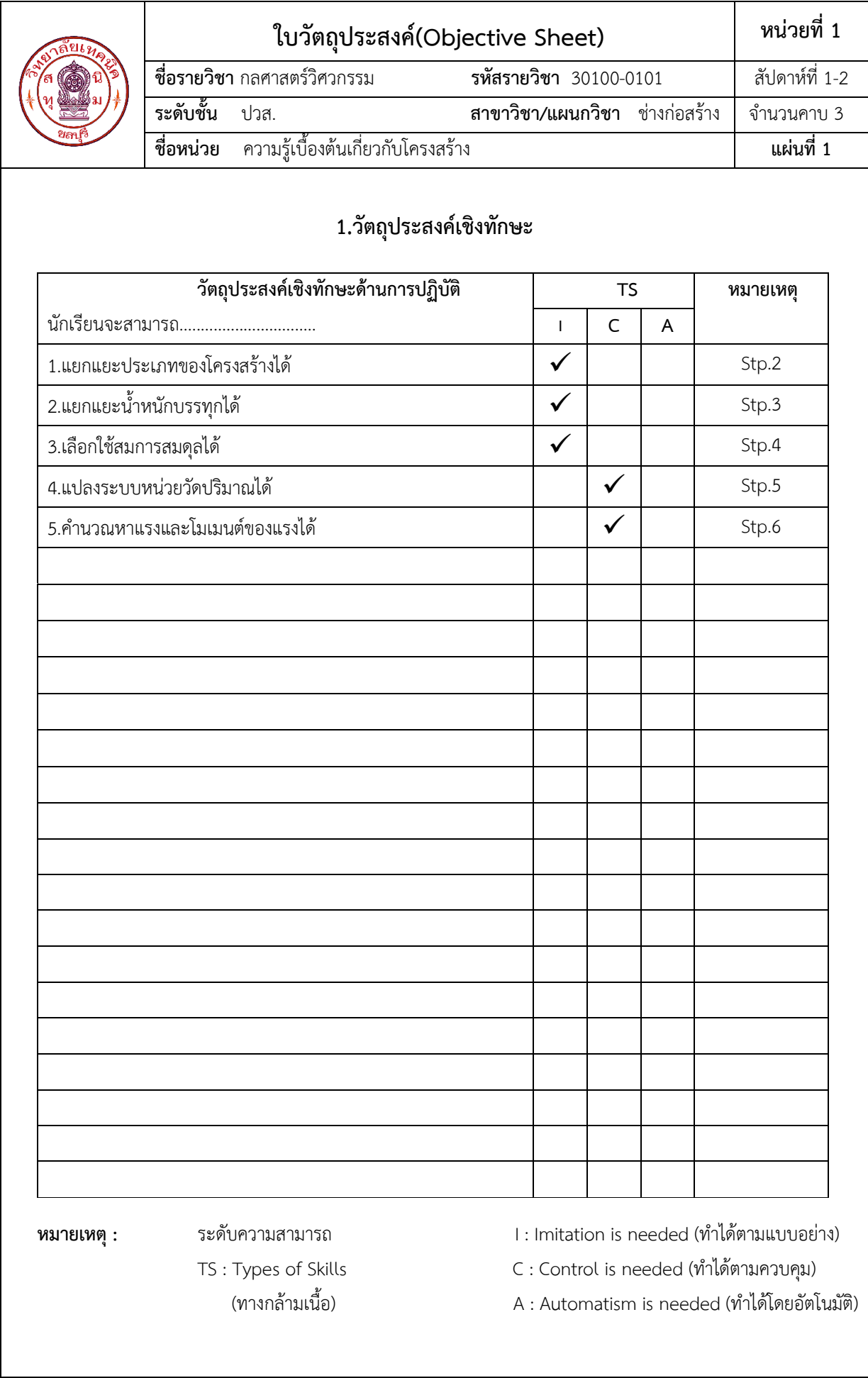
TS : Types of Knowledges
(ทางสติปัญญา)

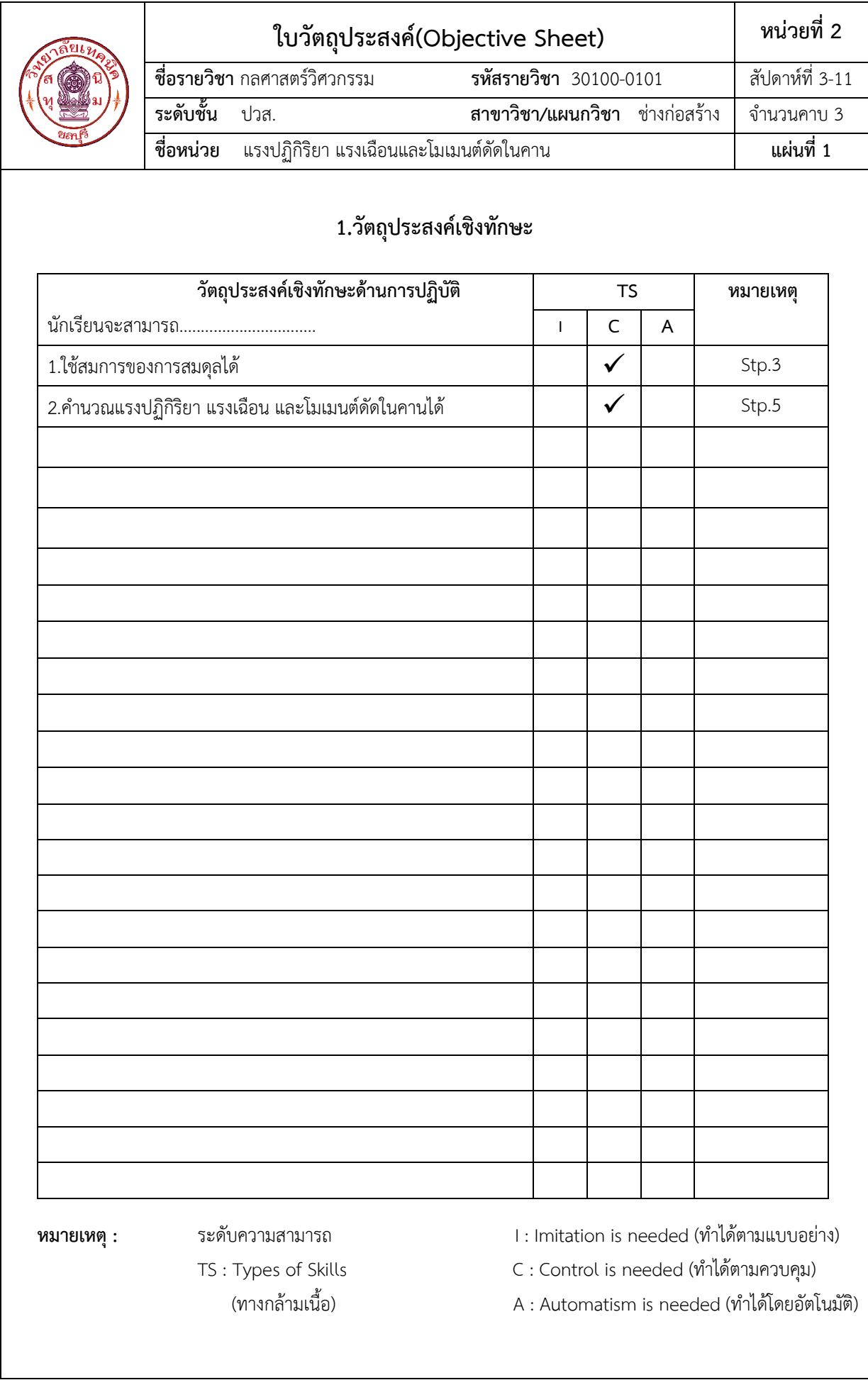
A : Application is needed (ประยุกต์ความรู้)

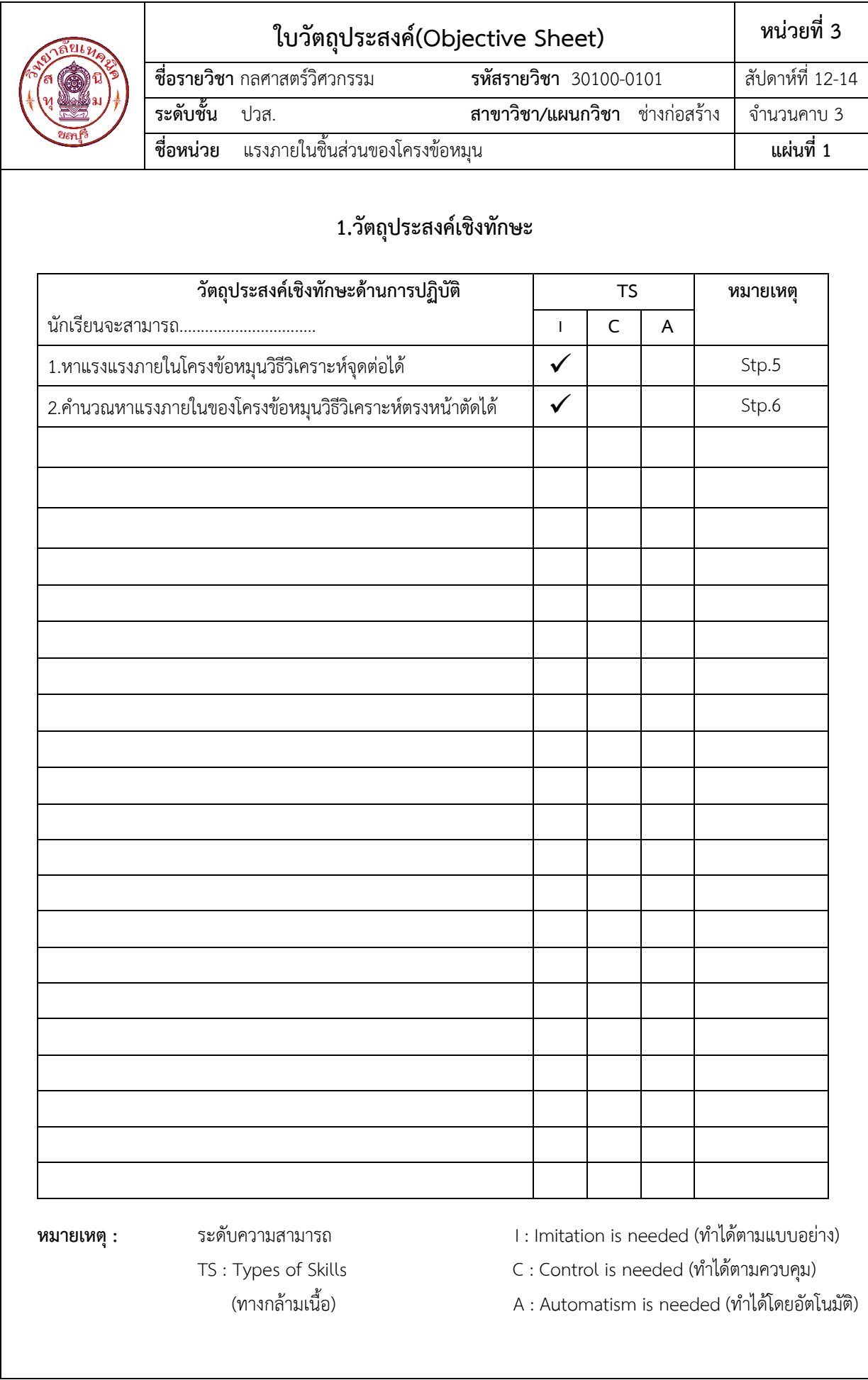
T : Trafrence is needed (ส่งถ่ายความรู้)

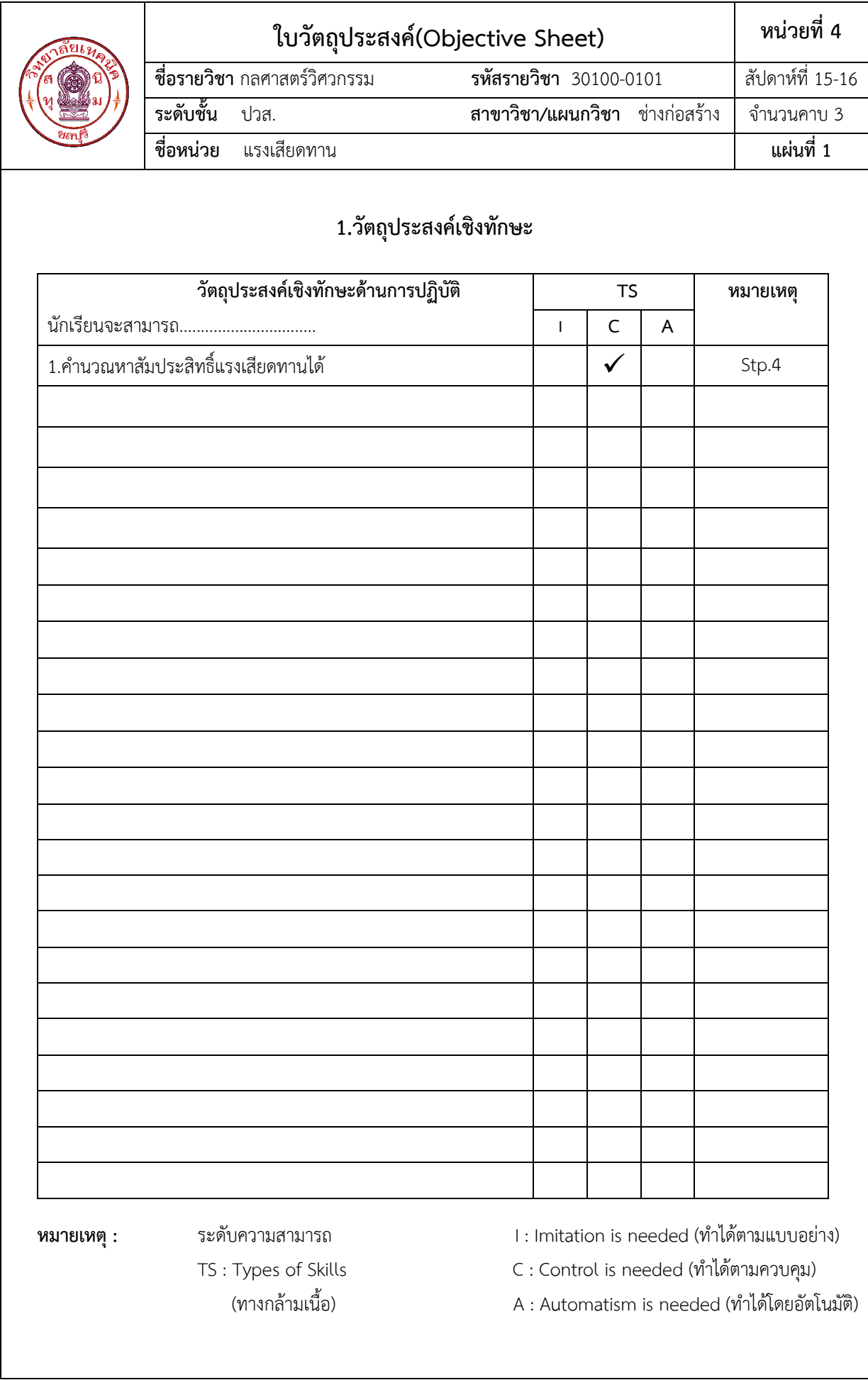


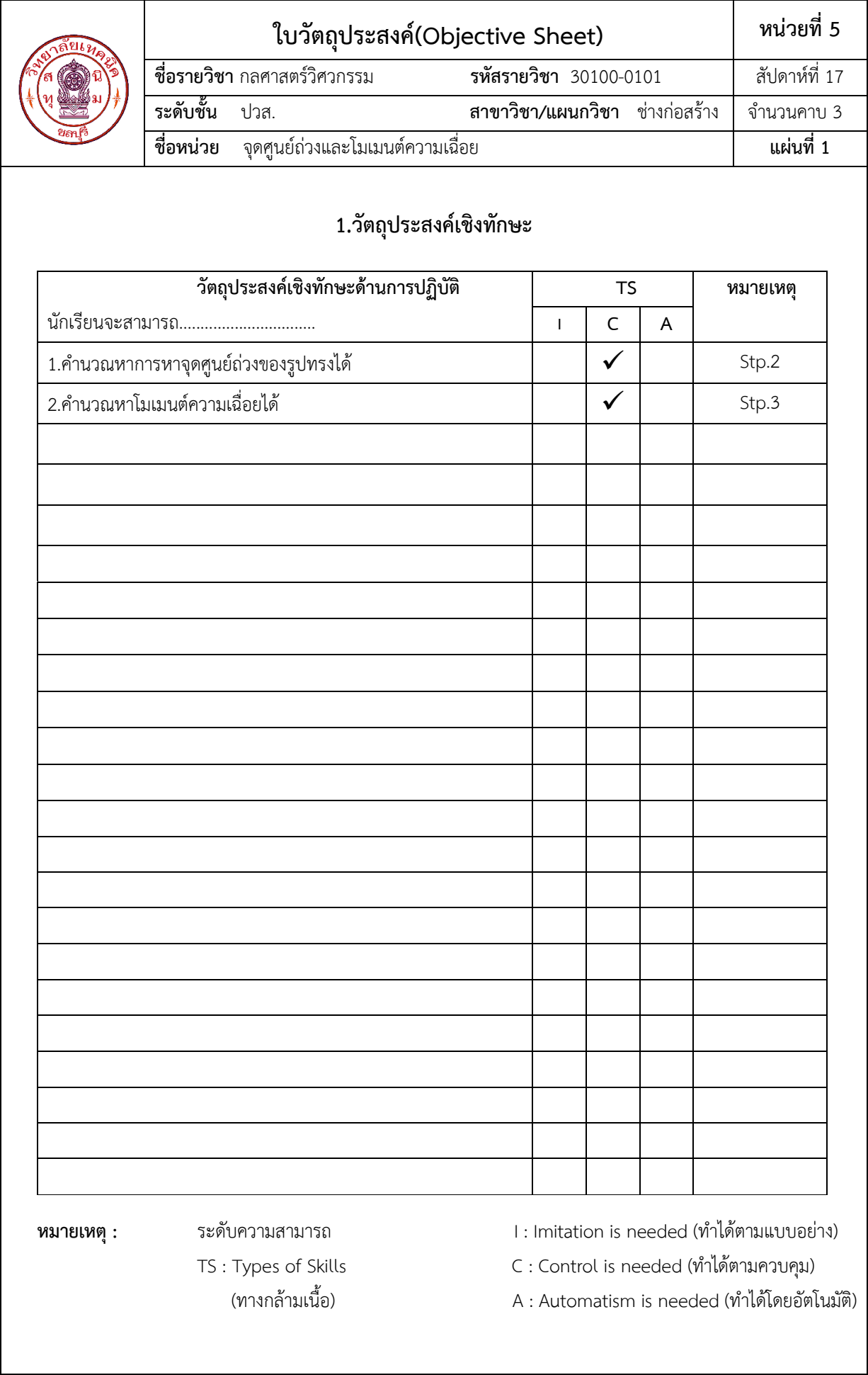












	ใบเนื้อหา (Information Sheet)		หน่วยที่ 1
	ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม	รหัสรายวิชา 30100-0101	สัปดาห์ที่ 1-2
	ระดับชั้น ปวส.	สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง	จำนวนคาบ 3
	ชื่อหน่วย ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับโครงสร้าง		แผนที่ 1

1.1 ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับโครงสร้าง

วิชาทฤษฎีโครงสร้าง (Theory of Structure) เป็นหลักวิชาเบื้องต้นของวิชาการวิเคราะห์โครงสร้าง (Structural Analysis) ที่ผู้ศึกษาจะต้องมีความรู้และความเข้าใจถึงหลักการพื้นฐานของโครงสร้าง เมื่อโครงสร้างนั้นต้องรับน้ำหนักบรรทุก หรือแรงกระทำ และการถ่ายทอนน้ำหนักหรือแรงกระทำ ผ่านชิ้นส่วน (Members) ต่าง ๆ ภายในโครงสร้างไปยังฐานรองรับ (Supports) ก่อนที่จะทำการคำนวณออกแบบ เพื่อกำหนดขนาดของชิ้นส่วนโครงสร้างที่เหมาะสม ประหยัด และปลอดภัย โครงสร้างส่วนใหญ่ที่นำมาพิจารณาในวิชานี้ จะเป็นโครงสร้างแบบง่ายหรือแบบธรรมดา ที่มีตัวไม่ทราบค่า (Unknown) ไม่เกินจำนวนของสมการ หรือที่เรียกว่าโครงสร้างแบบดีเทอร์มิเนต (Statically Determinate Structures) ผู้ศึกษาจะต้องสามารถวิเคราะห์หาแรงภายนอก และแรงต้านทานภายในที่มากระทำกับโครงสร้างได้ โดยอาศัยหลักการของความสมดุล (Equilibrium) ตามหลักวิชาสถิตยศาสตร์ (Statics) ซึ่งอยู่ในวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม (Mechanics Engineering) และควรที่จะต้องมีพื้นฐานความรู้วิชา กลศาสตร์ของวัสดุ (Mechanics of Materials) ด้วยเพื่อให้ง่ายต่อการศึกษา

จุดประสงค์ของการเรียนวิชา ทฤษฎีโครงสร้าง (Theory of Structure) เพื่อศึกษาข้อมูลต่าง ๆ เกี่ยวกับแรง หรือ น้ำหนักที่มากระทำกับโครงสร้าง รวมทั้งศึกษาพฤติกรรมของโครงสร้างที่เปลี่ยนแปลงไป อีกทั้งสามารถคำนวณหาแรงภายนอกจากน้ำหนักบรรทุก หรือแรงปฏิกิริยา และแรงต้านทานภายใน เช่น แรงดึง แรงอัด แรงเฉือน แรงบิด โมเมนต์ดัด และรวมทั้งการโก่งตัวของคาน เป็นต้น จากข้อมูลเหล่านี้จะทำให้ผู้ศึกษาทราบได้ว่าส่วนต่าง ๆ ของโครงสร้างรับแรงได้อย่างไร ควรจะวางโครงสร้างอย่างไร และใช้โครงสร้างชนิดไหน เพื่อให้เหมาะสมกับการรับน้ำหนักที่มากระทำต่อโครงสร้าง และเพื่อให้เป็นพื้นฐานต่อการศึกษา วิชาการวิเคราะห์โครงสร้าง และการออกแบบโครงสร้างต่อไป

โครงสร้าง (Structures) เป็นสิ่งที่มนุษย์ออกแบบและก่อสร้างขึ้นเพื่อสนองความต้องการของตน หรือ เพื่อประโยชน์ต่อการใช้สอยในการดำเนินชีวิตประจำวัน เช่น อาคารบ้านเรือน โรงงาน โรงเรียน หอประชุม สะพาน เขื่อน ถนน สนามบิน เครื่องบิน รถยนต์ และกังหันน้ำ เป็นต้น โดยการนำแต่ละชิ้นส่วนของโครงสร้าง ซึ่งอาจเป็นท่อน หรือ แท่ง (Bars) แผ่นแบนบาง (Plates)

	ใบเนื้อหา (Information Sheet)		หน่วยที่ 1
	ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม	รหัสรายวิชา 30100-0101	สัปดาห์ที่ 1-2
	ระดับชั้น ปวส.	สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง	จำนวนคาบ 3
	ชื่อหน่วย	ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับโครงสร้าง	แผนที่ 2

ที่ทำได้ด้วยหลักการ โครงสร้างไม้ คอนกรีตล้วน คอนกรีตเสริมเหล็ก หรือ วัสดุก่อสร้างประเภทอื่น ๆ มาประกอบต่อยึด หรือหล่อเข้าด้วยกัน เพื่อให้เป็นโครงสร้างที่มีรูปทรงตามต้องการ มีความมั่นคง แข็งแรง สวยงาม ประหยัด และปลอดภัยตลอดอายุการใช้งาน โดยแต่ละส่วนของโครงสร้าง สามารถรับและถ่ายทอดน้ำหนักบรรทุก หรือ แรงกระทำจากภายนอกไปยังฐานรองรับ ได้อย่างมีประสิทธิภาพ ส่วนต่าง ๆ ของโครงสร้าง ทั้งที่มองเห็นและมองไม่เห็น เนื่องจาก เป็นโครงสร้างที่อยู่ใต้ดิน หรือ ใต้น้ำ พอจะแบ่งออกเป็นประเภทต่าง ๆ ได้ดังนี้

1.1.1 คาน (Beam) เป็นส่วนโครงสร้างที่ทำหน้าที่รับหรือต้านทานแรงเฉือนและโมเมนต์ดัด ซึ่งเกิดจากน้ำหนักบรรทุกหรือแรงกระทำในแนวขวางที่ตั้งฉากกับแนวยาวของคาน ซึ่งกระทำผ่านศูนย์กลางแรงเฉือน (Shear Center) ของตัวคาน ส่วนของโครงสร้างในอาคาร ซึ่งทำหน้าที่เช่นเดียวกับคานอาจมีชื่อเรียกเป็นอย่างอื่น เช่น คาน จันทัน แป เป็นต้น แบบต่าง ๆ ของคาน เช่น คานช่วงเดียว (Simple Beam) คานยื่น (Cantilever Beam) หรือ คานต่อเนื่อง (Continuous Beam) ขึ้นอยู่กับลักษณะการยึดกับฐานรองรับเพื่อถ่ายทอดน้ำหนักที่กระทำ ในกรณี ที่คานทำหน้าที่รับแรงตามแนวแกนด้วย จะเรียกส่วนโครงสร้างนี้ว่า คาน – เสา (Beam – Column)

1.1.2 โครงข้อแข็ง (Frame) เป็นโครงสร้างที่ได้จากการนำส่วนโครงสร้างประเภทคาน หรือ คาน – เสา อย่างน้อย 2 ชิ้นมาหล่อหรือยึดต่อกัน ปกติ จุดต่อหรือข้อต่อระหว่างส่วนโครงสร้าง ทั้งสองจะเป็นแบบแข็ง (Rigid Joint) ที่สามารถรับและถ่ายโมเมนต์ดัดได้นอกเหนือจากแรงเฉือน และแรงตามแนวแกนซึ่งเกิดจากการกระทำของน้ำหนักบรรทุกหรือแรงในแนวดิ่ง หรือแรงทางข้าง อย่างไรก็ตาม ข้อต่อหรือข้อตอดังกล่าวอาจเป็นแบบยึดหมุน (Hinge หรือ Pinned Joint) ที่สามารถรับ และถ่ายแรงได้เฉพาะแรงเฉือน และแรงตามแนวแกน โดยไม่มีความต้านทานต่อการหมุน โครงสร้างอาคารที่พบทั่วไปล้วนเป็นโครงข้อแข็ง 3 มิติทั้งสิ้น แต่ในการวิเคราะห์โครงสร้าง มักพิจารณาจำลองให้เป็น โครงข้อแข็ง 2 มิติ ที่เรียกว่า โครงสร้างระนาบ (Plane Frame) โดยมีแรงหรือน้ำหนักบรรทุกกระทำในระนาบเดียวกันกับระนาบของโครงสร้างที่พิจารณา (Co – Planar Forces)

1.1.3 โครงข้อหมุน (Truss) เป็นโครงสร้างที่ได้จากการนำท่อนหรือแท่งของส่วน โครงสร้างมาต่อยึดกันเป็นโครงรูปสามเหลี่ยมอย่างต่อเนื่องทั้งสองระนาบ โดยสมมติให้จุดต่อ หรือข้อต่อนั้นเป็นแบบหมุดยึดหมุน (Pinned Joint) ซึ่งจะได้เป็นโครงข้อหมุน 3 มิติ (Space Truss) เช่น เสาส่งกระแสไฟฟ้าแรงสูง เป็นต้น เมื่อสมมติว่าน้ำหนักบรรทุกหรือแรงกระทำทั้งในแนวดิ่ง หรือแรงทางข้างกระทำตรงจุดต่อ ดังนั้น การรับและถ่ายแรงภายในชิ้นส่วนของโครงข้อหมุน จึงมีแต่แรงตามแนวแกนอย่างเดียว สำหรับการวิเคราะห์โครงหลังคา หรือ โครงสะพาน

	ใบเนื้อหา (Information Sheet)		หน่วยที่ 1
	ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม	รหัสรายวิชา 30100-0101	สัปดาห์ที่ 1-2
	ระดับชั้น ปวส.	สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง	จำนวนคาบ 3
	ชื่อหน่วย ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับโครงสร้าง		แผนที่ 3

มักพิจารณาจำลองให้เป็นโครงข้อหมุน 2 มิติ (Planar Truss) รับแรงหรือน้ำหนักบรรทุกในระนาบเดียวกันกับระนาบของโครงนั้น

1.1.4 โครงที่ใช้เคเบิล (Cable) เคเบิลเป็นส่วนโครงสร้างที่ถูกนำมาใช้ร่วมในโครงสร้างช่วงยาว เช่น ในสะพานแขวน (Suspension Bridge) หรือสะพานขึง (Cable – Stayed Bridge) โดยทำหน้าที่รับแรงดึงจากการกระทำของน้ำหนักบรรทุกหรือแรงภายนอกทางดิ่ง และถ่ายทอนน้ำหนักสู่เสาตอม่อที่รองรับ

1.1.5 โครงโค้งงอ (Arch) อาจเป็นโครงข้อหมุน หรือโครงเฟรมข้อแข็ง รูปโค้งพาราโบลา หรือส่วนหนึ่งของโค้งวงกลมซึ่งใช้รับแรงหรือน้ำหนักบรรทุกทางดิ่ง โครงโค้งงอมักเป็นโครงสร้างช่วงยาว เช่น โครงสะพาน หรือโครงหลังคารูปโดม โดยทำหน้าที่รับแรงกดอัดตามแนวแกนเป็นหลัก ที่ฐานรองรับทั้งสองของโค้งอาจเป็นแบบยึดหมุนเคลื่อนที่ไม่ได้ (Hinged) หรือ เป็นแบบยึดแน่น (Fixed) และบางครั้งในตัวโครงอาจมีหมุดยึดหมุนภายใน (Internal Hinge)

1.1.6 โครงสร้างเปลือกบาง (Shell) ส่วนใหญ่เป็นโครงสร้าง 3 มิติ เช่น โครงสร้างแผ่นแบนบาง (Flat Plate) หรือแผ่นโค้งบาง (Shell) ที่ต้องรับทั้งแรงดัด แรงเฉือน แรงดึงและแรงอัด โดยคำนวณหาค่าจากทฤษฎีของ Plate และ Shell

นอกจากนี้ อาจมีโครงสร้างประเภทอื่นที่นำโครงสร้างประเภทต่าง ๆ ดังกล่าวมาผสมรวมกัน ซึ่งเรียกว่า โครงสร้างประเภทผสม (Complex Structure) ดังรูปที่ 1.1



ใบเนื้อหา (Information Sheet)

หน่วยที่ 1

ชื่อรายวิชา กลศาสตรวิศวกรรม

รหัสรายวิชา 30100-0101

สัปดาห์ที่ 1-2

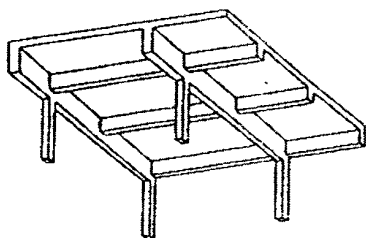
ระดับชั้น ปวส.

สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง

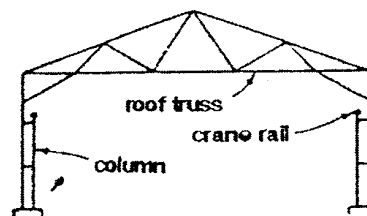
จำนวนคาบ 3

ชื่อหน่วย ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับโครงสร้าง

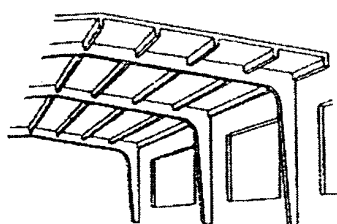
แผนที่ 4



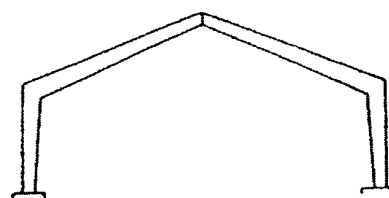
Beam-and-girder floor



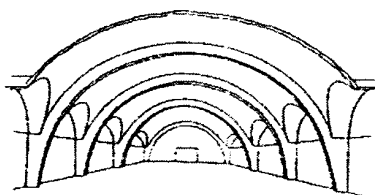
Industrial building



Rigid-frame building



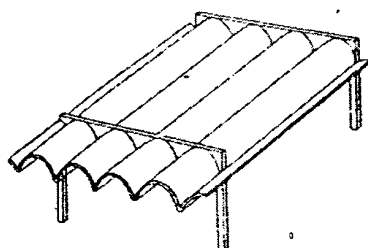
Three-hinged gable frame



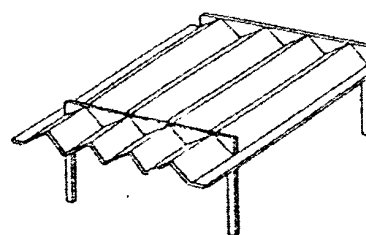
Shell roof



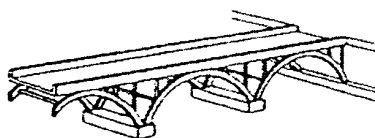
Arch



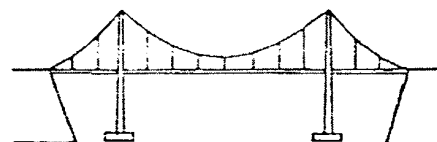
Cylindrical-shell roof



Folded-plate roof



Multiple-arch bridge



Suspension bridge

รูปที่ 1.1 โครงสร้างประเภทต่างๆ

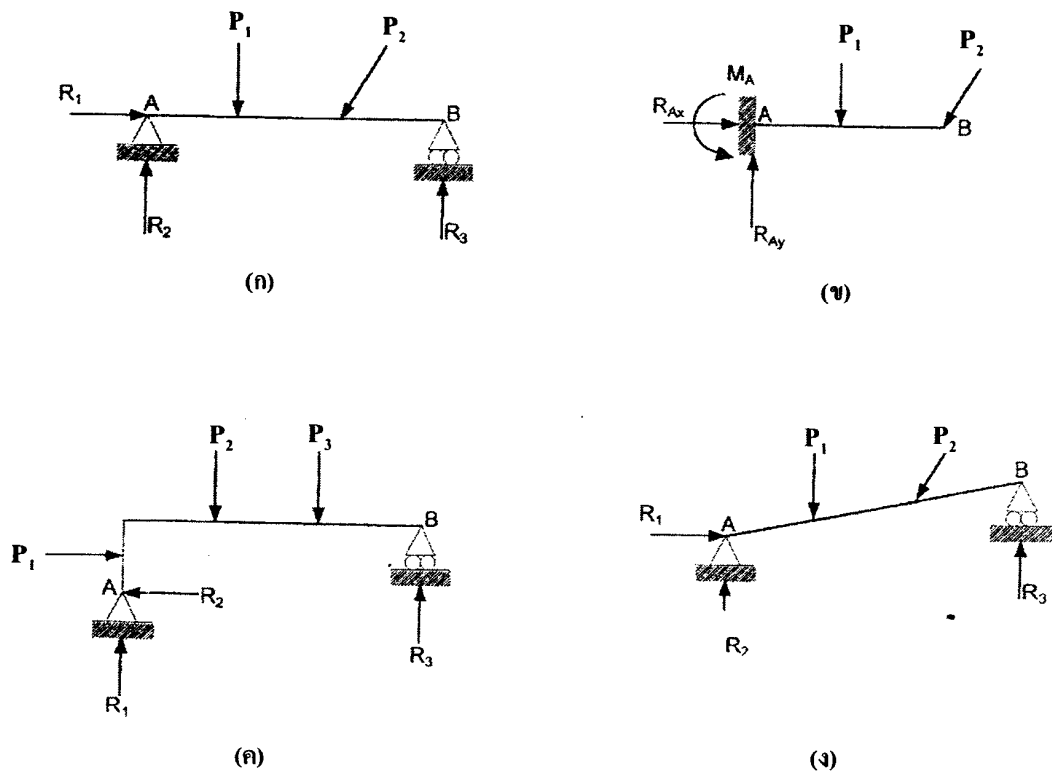
(วินิต ช่อวิเชียร. 2544)

	ใบเนื้อหา (Information Sheet)		หน่วยที่ 1
	ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม	รหัสรายวิชา 30100-0101	สัปดาห์ที่ 1-2
	ระดับชั้น ปวส.	สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง	จำนวนคาบ 3
	ชื่อหน่วย ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับโครงสร้าง		แผ่นที่ 5

1.2 ประเภทของโครงสร้าง โครงสร้างโดยทั่วไปแบ่งออกเป็น 2 ประเภท คือ

1.2.1 โครงสร้างแบบง่ายหรือโครงสร้างแบบดีเทอร์มิเนท (Statically Determinate Structures)

เป็นโครงสร้างที่สามารถวิเคราะห์หาแรงปฏิกิริยา แรงภายนอก และแรงภายในของโครงสร้าง โดยใช้สมการการสมดุลทั้งสามสมการได้ตามลำพัง เป็นโครงสร้างที่มีแรงปฏิกิริยาหรือแรงที่ไม่ทราบค่าไม่เกินจำนวนของสมการการสมดุล โครงสร้างแบบง่ายแสดงไว้ ดังรูปที่ 1.2



รูปที่ 1.2 โครงสร้างแบบดีเทอร์มิเนท

(เพลินพิศ บริหาร. 2542)

1.2.2 โครงสร้างแบบยากหรือโครงสร้างแบบอินดีเทอร์มิเนท (Statically Indeterminate Structures)

หมายถึง โครงสร้างที่ไม่สามารถวิเคราะห์โดยอาศัยสมการการสมดุลได้ตามลำพัง โครงสร้างแบบนี้จะมีจำนวนแรงปฏิกิริยา หรือแรงที่ไม่ทราบค่าเกินกว่าจำนวนสมการการสมดุล แสดงไว้ดังรูปที่ 1.3



ใบเนื้อหา (Information Sheet)

หน่วยที่ 1

ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม

รหัสรายวิชา 30100-0101

สัปดาห์ที่ 1-2

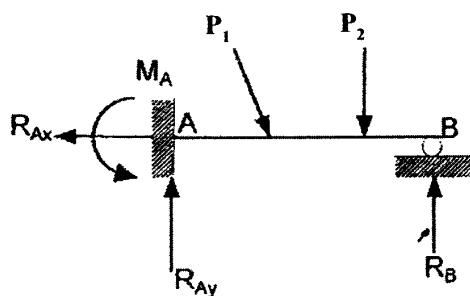
ระดับชั้น ปวส.

สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง

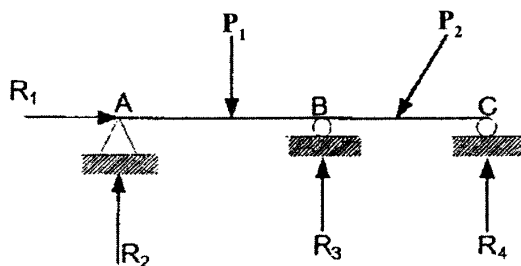
จำนวนคาบ 3

ชื่อหน่วย ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับโครงสร้าง

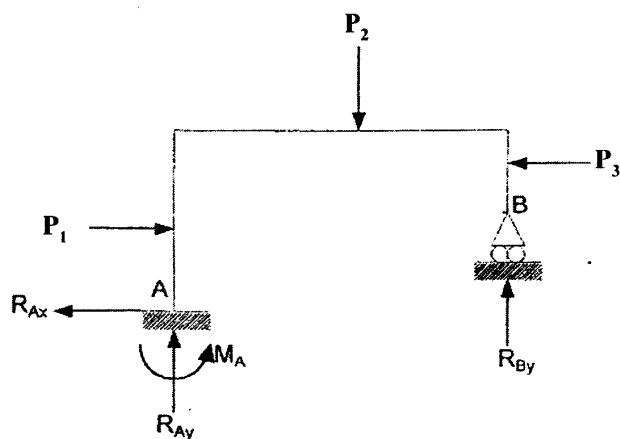
แผนที่ 6



(ก)



(ข)



(ค)

รูปที่ 1.3 โครงสร้างแบบอินดีเทอร์มิเนท

(เพลินพิศ บริหาร. 2542)

	ใบเนื้อหา (Information Sheet)		หน่วยที่ 1
	ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม	รหัสรายวิชา 30100-0101	สัปดาห์ที่ 1-2
	ระดับชั้น ปวส.	สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง	จำนวนคาบ 3
	ชื่อหน่วย	ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับโครงสร้าง	แผนที่ 7

1.3 น้ำหนักบรรทุกหรือแรงกระทำบนส่วนโครงสร้าง

ในขั้นตอนของการวิเคราะห์และออกแบบโครงสร้าง วิศวกรผู้ออกแบบต้องพิจารณา **คาดคะเนน้ำหนักบรรทุก หรือแรงที่โครงสร้างส่วนนั้น ๆ ต้องรับหรือต้านทานตลอดอายุของการใช้งาน** น้ำหนักบรรทุกหรือแรงที่กระทำอาจแบ่งได้เป็น

ก) น้ำหนักบรรทุกที่มีขนาดและตำแหน่งของการบรรทุกค่อนข้างคงที่แน่นอน เรียกว่า น้ำหนักหรือแรงสถิตย์ (Static Load)

ข) น้ำหนักบรรทุกที่มีขนาดและตำแหน่งของการบรรทุกไม่คงที่ มีอัตราการเปลี่ยนแปลงขนาดของการบรรทุกค่อนข้างสูง เรียกว่า น้ำหนักหรือแรงจลน์ (Dynamic Load)

สำหรับการวิเคราะห์โครงสร้างในเอกสารเรียบเรียงเล่มนี้จะพิจารณาเฉพาะ น้ำหนักบรรทุกหรือแรงแบบสถิตย์ (Static Load) เท่านั้น ซึ่งอาจเป็นน้ำหนักแบบจุด (Point Load) แบบแผ่ ทั้งที่สม่ำเสมอ (Uniform Load) และไม่สม่ำเสมอ (Non – Uniform Load) ทั้งนี้ น้ำหนักบรรทุกหรือแรงแบบสถิตย์ที่กระทำต่อโครงสร้างมี 2 ประเภท คือ

- 1.) น้ำหนักบรรทุกคงที่หรือน้ำหนักบรรทุกตายตัว (Dead Load)
- 2.) น้ำหนักบรรทุกจร (Live Load)

1.3.1 น้ำหนักบรรทุกคงที่หรือน้ำหนักบรรทุกตายตัว (Dead Load) หมายถึง น้ำหนักบรรทุกที่มีตำแหน่งของการกระทำคงที่ถาวรตลอดเวลา และไม่มีการเปลี่ยนแปลงขนาดของน้ำหนัก ได้แก่ น้ำหนักของส่วนโครงสร้างเอง เช่น น้ำหนักของแผ่นพื้น ผนัง คาน เสา น้ำหนักของวัตถุหรืออุปกรณ์ต่าง ๆ ที่ติดตั้งอยู่กับที่อย่างถาวร เช่น เครื่องทดสอบวัสดุก่อสร้าง ท่อน้ำประปา ท่อไฟฟ้า อุปกรณ์แสงสว่าง วัสดุปูตกแต่งพื้นผิว วัสดุผนังหลังคา เครื่องปรับอากาศที่ติดตั้งแล้ว เป็นต้น น้ำหนักบรรทุกคงที่มีแนวแรงกระทำอยู่ในแนวตั้งเสมอเพราะเกิดจากแรงดึงดูดของโลก

ในขั้นตอนแรกของการคำนวณออกแบบโครงสร้างซึ่งยังไม่ทราบขนาดรูปตัดของส่วนโครงสร้างที่ใช้จริง ดังนั้น จึงต้องสมมติหรือประมาณขนาดรูปตัดของส่วนโครงสร้างขึ้นมาก่อนแล้วหาน้ำหนักบรรทุกคงที่ของส่วนโครงสร้างที่สมมติขึ้น ภายหลังจากการวิเคราะห์และออกแบบส่วนโครงสร้างนั้นแล้วจะสามารถหาขนาดรูปตัดของส่วนโครงสร้างที่ต้องใช้จริงได้ ทำให้ทราบน้ำหนักบรรทุกคงที่ที่แท้จริงของส่วนโครงสร้างนั้น ตารางที่ 1.1 แสดงค่าโดยประมาณของน้ำหนักบรรทุกคงที่ตามชนิดของวัสดุก่อสร้าง จะเห็นว่าเมื่อกำหนดขนาดหน้าตัดของส่วนโครงสร้างขึ้นมา ก็จะได้ น้ำหนักบรรทุกคงที่ของส่วนโครงสร้างนั้น เพื่อนำไปใช้ในการวิเคราะห์ และออกแบบโครงสร้าง ตัวอย่างเช่น เมื่อหน่วยน้ำหนักของคอนกรีตเสริมเหล็ก

	ใบเนื้อหา (Information Sheet)		หน่วยที่ 1
	ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม	รหัสรายวิชา 30100-0101	สัปดาห์ที่ 1-2
	ระดับชั้น ปวส.	สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง	จำนวนคาบ 3
	ชื่อหน่วย	ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับโครงสร้าง	แผ่นที่ 8

เท่ากับ 2400 กิโลกรัมต่อลูกบาศก์เมตร ดังนั้น คานคอนกรีตเสริมเหล็กขนาดหน้าตัด 20×40 เซนติเมตร จะหนักเท่ากับ $2400 \times 0.20 \times 0.40$ หรือเท่ากับ 192 กิโลกรัมต่อเมตร เป็นต้น

ตารางที่ 1.1 น้ำหนักบรรทุกคงที่ของวัสดุก่อสร้าง

ลำดับที่	รายการน้ำหนักบรรทุกคงที่ของวัสดุก่อสร้าง	(หน่วย)
1	คอนกรีตล้วน	2320 kg/m^3
2	คอนกรีตเสริมเหล็กธรรมดา	2400 kg/m^3
3	เหล็ก	7850 kg/m^3
4	ไม้เนื้อแข็ง	700 - 1200 kg/m^3
5	อิฐ	1900 kg/m^3
6	วัสดุฉนวนหุ้มฉนวน	5 - 18 kg/m^2
7	แป้นไม้	5 kg/m^2
8	โครงหลังคาไม้	10 - 20 kg/m^2
9	ฝ้าเพดาน	14 - 26 kg/m^2
10	กำแพงอิฐมวลเบา	180 - 360 kg/m^2
11	กำแพงอิฐบล็อก	100 - 200 kg/m^2
12	กำแพงคอนกรีตบล็อก	100 - 240 kg/m^2
13	ฝาไม้ ไม้อัด (รวมคร่าว)	12 - 30 kg/m^2
14	พื้นไม้ (รวมตง)	30 kg/m^2

1.3.2 น้ำหนักบรรทุกจร (Live Load) หมายถึง น้ำหนักบรรทุกที่มีการเคลื่อนย้ายไปมา และอาจมีการเปลี่ยนแปลงขนาดของน้ำหนัก ประกอบด้วย น้ำหนักบรรทุกจรที่กระทำในแนวดิ่ง จากแรงดึงดูดของโลก และน้ำหนักบรรทุกจรที่กระทำทางด้านข้างของโครงสร้าง

1.) น้ำหนักบรรทุกจรที่กระทำในแนวดิ่งซึ่งเกิดจากแรงดึงดูดของโลก แบ่งออกเป็น 2 แบบ คือ

ก.) น้ำหนักบรรทุกจรแบบเคลื่อนย้ายไปมาได้ (Movable Load) เช่น น้ำหนักของผู้ใช้อาคาร น้ำหนักของเครื่องเรือน เครื่องจักร สิ่งของและสินค้าต่าง ๆ เช่น หนังสือ อุปกรณ์สำนักงาน วัสดุก่อสร้าง เป็นต้น มีค่าขึ้นอยู่กับประเภทและการใช้สอยของอาคาร

ข.) น้ำหนักบรรทุกจรแบบเคลื่อนที่ได้ (Moving Load) เช่น น้ำหนักของขบวนรถไฟ รถยนต์ รถบรรทุก เป็นต้น น้ำหนักบรรทุกจรแบบนี้มีอิทธิพลมากกว่าแบบแรกแม้ว่าจะมีขนาด

	ใบเนื้อหา (Information Sheet)		หน่วยที่ 1
	ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม	รหัสรายวิชา 30100-0101	สัปดาห์ที่ 1-2
	ระดับชั้น ปวส.	สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง	จำนวนคาบ 3
	ชื่อหน่วย ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับโครงสร้าง		แผนที่ 9

ของน้ำหนักบรรทุกทุกเท่ากันก็ตาม เพราะเมื่อมีการเคลื่อนที่จะมีผลของแรงกระแทก (Impact) จากแรงสั่นสะเทือนรวมอยู่ด้วย หรือเมื่อกำลังจะหยุดก็จะมีแรงกระทำตามแนวยาวต่อโครงสร้าง ดังนั้น ในการคำนวณออกแบบโครงสร้างเพื่อให้รับน้ำหนักบรรทุกทุกแบบนี้ต้องรวมผลของแรงเหล่านี้ไว้ด้วย น้ำหนักบรรทุกจรสำหรับโครงการ ขอบัญญัติของกรุงเทพมหานคร พ.ศ. 2522 กำหนดน้ำหนักบรรทุกจรขั้นต่ำสำหรับพื้นที่ทั่วไปของโครงการประเภทต่าง ๆ ดังตารางที่ 1.2

ตารางที่ 1.2 น้ำหนักบรรทุกจรสำหรับโครงการ

ลำดับที่	ประเภทของอาคาร	น้ำหนักบรรทุก (kg/m ²)
1	หลังคา	50
2	กันสาด	100
3	ที่พักอาศัย ห้องน้ำ ห้องส้วม	150
4	อาคารชุด หอพัก โรงแรม	200
5	สำนักงาน ธนาคาร	250
6	อาคารพาณิชย์ มหาวิทยาลัย โรงเรียน ห้างสรรพสินค้า โรงมหรสพ หอประชุม	300
7	ภัตตาคาร ที่จอดรถหรือเก็บรถยนต์นั่ง คลังสินค้า พิพิธภัณฑ์ อิมจินทร์ โรงงานอุตสาหกรรม	400
8	โรงพิมพ์ ห้องเก็บเอกสาร	500
9	ห้องเก็บหนังสือของห้องสมุด	600
10	ที่จอดรถหรือเก็บรถยนต์บรรทุกทุกประเภท และรถอื่น ๆ	800

2.) น้ำหนักบรรทุกจรที่กระทำทางด้านข้างของโครงสร้าง มีทั้งน้ำหนักบรรทุกที่กระทำชั่วครั้งชั่วคราว ได้แก่ แรงลม หรือแรงจากแผ่นดินไหว และน้ำหนักบรรทุกที่กระทำค่อนข้างคงที่ตลอดเวลา ซึ่งได้แก่ แรงดันของดิน หรือแรงดันของของเหลว เช่น แรงดันของน้ำ เป็นต้น

การเลือกน้ำหนักบรรทุกจรเพื่อใช้วิเคราะห์และออกแบบโครงสร้างเป็นสิ่งที่ไม่ง่ายนัก บางครั้งอาจทราบค่าที่แน่นอน แต่มีบ่อยครั้งที่ไม่ทราบค่าแน่นอนจึงต้องสมมติหรือคาดคะเนขึ้นมาเอง โดยอาศัยความชำนาญ และประสบการณ์ อย่างไรก็ตาม อาจพิจารณาได้จากข้อมูลขององค์กรหรือหน่วยงานที่รับผิดชอบในด้านต่าง ๆ ที่ได้ศึกษา และให้ข้อกำหนดเกี่ยวกับน้ำหนักบรรทุกจรขั้นต่ำไว้

	ใบเนื้อหา (Information Sheet)		หน่วยที่ 1
	ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม	รหัสรายวิชา 30100-0101	สัปดาห์ที่ 1-2
	ระดับชั้น ปวส.	สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง	จำนวนคาบ 3
	ชื่อหน่วย ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับโครงสร้าง		แผ่นที่ 10

แรงลม แรงลมที่กระทำต่อโครงอาคาร ขึ้นอยู่กับแรงดันแบบไดนามิกของลมที่เกิดจากความเร็วลม ซึ่งมีทั้งแรงดัน (Pressure) ด้านเหนือลม และแรงดูด (Suction) ด้านใต้ลม ความเร็วลมจะแปรตามสภาพภูมิประเทศ ความสูงเหนือพื้นดิน และอาคารข้างเคียง ในการออกแบบจะสมมติให้แรงลมกระทำอย่างสม่ำเสมอต่อโครงอาคารด้านที่รับลม และแรงลมสามารถกระทำได้ทุกทิศทาง ข้อบัญญัติกรุงเทพมหานคร พ.ศ. 2522 กำหนดแรงลมขั้นต่ำที่กระทำดังฉากกับโครงอาคาร ดังตารางที่ 1.3

ตารางที่ 1.3 แรงลมขั้นต่ำสำหรับส่วนของอาคาร

ลำดับที่	ความสูงของอาคาร	แรงลมขั้นต่ำ (kg/m^2)
1	เมื่ออาคารที่สูงไม่เกิน 10 เมตร	50
2	เมื่ออาคารที่สูงเกิน 10 เมตร แต่ไม่เกิน 20 เมตร	80
3	เมื่ออาคารที่สูงเกิน 20 เมตร แต่ไม่เกิน 40 เมตร	120
4	เมื่ออาคารที่สูงเกินกว่า 40 เมตร	160

แรงจากแผ่นดินไหว แผ่นดินไหวทำให้เกิดแรงสั่นสะเทือนกระทำทางด้านข้างของโครงสร้างที่ตั้งอยู่ ซึ่งขนาดของแรงกระทำขึ้นอยู่กับมวลน้ำหนักสถิพเนสของโครงสร้าง และความเร่งที่โครงสร้างเกิดการเคลื่อนที่ สามารถหาค่าได้จากแรงแบบสถิตย์ทั้งหมดที่กระทำทางด้านข้างตรงฐานรองรับของโครงสร้าง $V = ZIKCSW$ โดยที่

Z = ค่าสัมประสิทธิ์ความรุนแรงของแผ่นดินไหว (Seismic Coefficient) ในเขตต่าง ๆ (Earthquake Zone) มีค่าเท่ากับ 1 สำหรับเขตที่มีความเสี่ยงสูงสุด และมีค่าเท่ากับ 0.125 สำหรับเขตที่มีความเสี่ยงน้อยที่สุด

I = ตัวคูณแสดงความสำคัญในการใช้งาน (Occupancy Importance Factor) ของโครงสร้าง มีค่าอยู่ระหว่าง 1.00 ถึง 1.50

K = ตัวคูณซึ่งสัมพันธ์กับความต้านทานแรงทางข้างของโครงสร้าง สำหรับโครงอาคาร จะมีค่าอยู่ระหว่าง 0.67 ถึง 1.33

S = ค่าสัมประสิทธิ์ตามชนิดของชั้นดิน (Soil – Profile Coefficient) ที่รองรับโครงสร้าง มีค่าอยู่ระหว่าง 1.00 ถึง 1.50

W = น้ำหนักบรรทุกคงที่ทั้งหมดของโครงสร้าง มีหน่วยเช่นเดียวกับค่า V

	ใบเนื้อหา (Information Sheet)		หน่วยที่ 1
	ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม	รหัสรายวิชา 30100-0101	สัปดาห์ที่ 1-2
	ระดับชั้น ปวส.	สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง	จำนวนคาบ 3
	ชื่อหน่วย ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับโครงสร้าง		แผ่นที่ 11

$$C = \text{ค่าสัมประสิทธิ์จากการแกว่งของโครงสร้าง} = \frac{1}{15\sqrt{T}} \leq 0.12$$

$$T = \text{ช่วงเวลาการแกว่งของโครงสร้าง} = \frac{0.09H}{\sqrt{D}} \text{ วินาที ในเมื่อ } H \text{ และ } D$$

เป็นความสูง และความกว้างในทิศทางที่รับแรงของโครงสร้าง ตามลำดับ หน่วยเป็นเมตร

แรงทางข้างแบบสถิตย์ทั้งหมดที่คำนวณได้ จะพิจารณากระจายไปเป็นแรงทางข้างที่กระทำต่อชั้นต่าง ๆ ของโครงสร้าง ซึ่งมีค่าเป็นสัดส่วนกับน้ำหนักบรรทุกคงที่ของโครงสร้างที่อยู่ได้ชั้นที่พิจารณา และความสูงของชั้นที่พิจารณา นอกจากต้องพิจารณาวิเคราะห์ออกแบบให้โครงสร้างรับทั้งน้ำหนักบรรทุกคงที่ตายตัว และน้ำหนักบรรทุกจรดังกล่าวแล้ว ยังต้องพิจารณาถึงลักษณะการรับน้ำหนักบรรทุกของโครงสร้างจากแรงหรือน้ำหนักอย่างอื่นที่อาจเกิดขึ้น อาทิเช่น

ก.) แรงกระทำตามแนวยาวที่เกิดขึ้น เมื่อน้ำหนักบรรทุกจรเริ่มเคลื่อนที่ หรือกำลังจะหยุด โดยคิดเป็นแรงกระทำตามทิศทางการเคลื่อนที่ของน้ำหนักบรรทุกจรถานั้น

ข.) แรงหนีศูนย์กลางที่เกิดขึ้นเมื่อน้ำหนักบรรทุกจรถเคลื่อนที่บนโครงสร้างซึ่งมีแนวโค้ง ทั้งนี้ค่าของแรงหนีศูนย์กลางขึ้นอยู่กับความเร็วที่เคลื่อนที่และความโค้งของโครงสร้างที่พิจารณา

1.4 สมการสมดุลทางสถิตย์

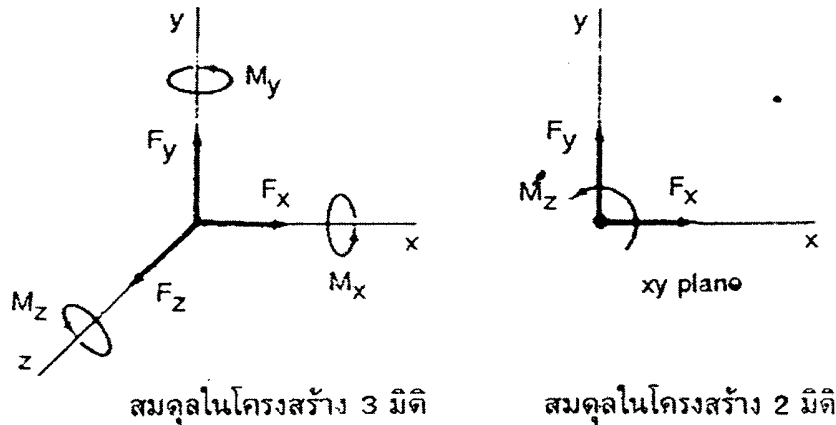
จากกฎของนิวตัน (Newton's Law) ในหลักวิชาสถิตยศาสตร์ เรียกสภาวะของวัตถุที่อยู่นิ่ง และยังคงอยู่นิ่งเมื่อมีแรงหรือน้ำหนักบรรทุกกระทำต่อวัตถุนั้นว่า สภาวะสมดุล ซึ่งผลรวมทางพีชคณิตของแรงต่าง ๆ ในทุกทิศทางต้องเท่ากับศูนย์ นั่นคือ

$$\Sigma F = 0 \text{ และ } \Sigma M = 0 \quad (1.4.1)$$

ในเมื่อ F และ M เป็น แรงและโมเมนต์คด ตามลำดับ

ฉะนั้น เมื่อโครงสร้างทั้งโครงสร้างหรือเฉพาะส่วนของโครงสร้าง (Free body) รับแรงหรือน้ำหนักบรรทุกทุกแบบสถิตย์และมีการเปลี่ยนรูป (Deformation) หรือตำแหน่ง (Displacement) น้อยมาก จะถือว่าโครงสร้างนั้นอยู่ในสภาวะสมดุล และเป็นไปตามเงื่อนไขของสมการสมดุล (1.4.1) ดังกล่าว

	ใบเนื้อหา (Information Sheet)		หน่วยที่ 1
	ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม	รหัสรายวิชา 30100-0101	สัปดาห์ที่ 1-2
	ระดับชั้น ปวส.	สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง	จำนวนคาบ 3
	ชื่อหน่วย ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับโครงสร้าง		แผ่นที่ 12



รูปที่ 1.4 สถานะสมดุลในโครงสร้าง 2 มิติและ 3 มิติ

(วินิต ช่อวิเชียร. 2544)

1.4.1 คำนิยามสมการของการสมดุล

สำหรับโครงสร้าง 3 มิติ (Space Structures) โดยมีแกนพิกัด x , y และ z ที่ตั้งได้ฉากซึ่งกันและกัน (Cartesian Coordinates) และรับแรงหรือน้ำหนักบรรทุกทุกแบบสถิตย์ สมการสมดุล (Equations of Equilibrium) ที่ใช้วิเคราะห์โครงสร้างมีทั้งสิ้น 6 สมการ คือ

$\sum F_x = 0$, $\sum F_y = 0$ และ $\sum F_z = 0$ หมายถึง ผลรวมทางพีชคณิตของแรงในแนวแกนต่าง ๆ ต้องเท่ากับศูนย์

$\sum M_x = 0$, $\sum M_y = 0$ และ $\sum M_z = 0$ หมายถึง ผลรวมทางพีชคณิตของโมเมนต์ดัดรอบแนวแกนต่าง ๆ ต้องเท่ากับศูนย์

	ใบเนื้อหา (Information Sheet)		หน่วยที่ 1
	ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม	รหัสรายวิชา 30100-0101	สัปดาห์ที่ 1-2
	ระดับชั้น ปวส.	สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง	จำนวนคาบ 3
	ชื่อหน่วย ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับโครงสร้าง		แผ่นที่ 13

1.4.2 สมการสมดุลที่ใช้วิเคราะห์

สำหรับโครงสร้าง 2 มิติ (Planar Structures) ที่มีแกน x และแกน y อยู่ในแนวนอน และแนวตั้ง ซึ่งตั้งได้ฉากกันและรับแรงหรือน้ำหนักบรรทุกทุกแบบสถิตย์ในระนาบ x - y ซึ่งอยู่ในระนาบเดียวกันกับระนาบของโครงสร้าง สมการสมดุลที่ใช้วิเคราะห์โครงสร้างจะเหลือเพียง 3 สมการ คือ

$\sum F_x = 0$ หมายถึง ผลรวมทางพีชคณิตของแรงในแนวนอนต้องเท่ากับศูนย์

$\sum F_y = 0$ หมายถึง ผลรวมทางพีชคณิตของแรงในแนวตั้งต้องเท่ากับศูนย์

$\sum M_z = 0$ หมายถึง ผลรวมทางพีชคณิตของโมเมนต์ดัดรอบแกน z ที่ตั้งฉากกับระนาบ x - y ต้องเท่ากับศูนย์

1.4.3 สมมติฐานทั่วไปของการวิเคราะห์โครงสร้าง

การวิเคราะห์โครงสร้างที่กล่าวในเอกสารเรียงเรียงเล่มนี้ เป็นการวิเคราะห์โครงสร้างในช่วงอีลาสติก (Elastic Analysis) เพื่อหาแรงปฏิกิริยา แรงภายในต่าง ๆ ตลอดจนการโก่งตัวของโครงสร้าง โดยอาศัยข้อสมมติฐานทั่วไปดังต่อไปนี้

- 1.) โครงสร้างต้องมีเสถียรภาพมั่นคงและอยู่ในสภาวะสมดุล
- 2.) ส่วนของโครงสร้างหนึ่ง ๆ ทำด้วยวัสดุเนื้อเดียวกันตลอด และมีคุณสมบัติในการรับแรงเหมือนกันทุกทิศทาง โดยมีพฤติกรรมยืดหยุ่นแบบเชิงเส้น (Linear Elastic Material) นั่นคือ ถือว่าความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยแรงกับหน่วยการยืดหรือหดตัว (Stress - Strain Relationship) ของวัสดุเป็นแบบเส้นตรงตามกฎของฮุค (Hooke's Law)
- 3.) หน่วยแรงที่เกิดขึ้นภายในเนื้อวัสดุของส่วนโครงสร้าง มีค่าไม่มากเกินไปกว่าหน่วยแรงที่พิกัดยืดหยุ่น (Elastic Limit) ของวัสดุ
- 4.) การเปลี่ยนรูป (Deformation) หรือตำแหน่ง (Displacement) ของส่วนโครงสร้างที่เกิดขึ้นจากการกระทำของแรง หรือน้ำหนักบรรทุกภายนอก และอื่น ๆ ถือว่ามีค่าน้อยมาก (Small Deformation Theory) เมื่อเปรียบเทียบกับความยาวของส่วนโครงสร้างนั้น

	ใบเนื้อหา (Information Sheet)		หน่วยที่ 1
	ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม	รหัสรายวิชา 30100-0101	สัปดาห์ที่ 1-2
	ระดับชั้น ปวส.	สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง	จำนวนคาบ 3
	ชื่อหน่วย ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับโครงสร้าง		แผ่นที่ 14

1.5 ระบบหน่วยวัดปริมาณ

ตารางที่ 1.4 สัญลักษณ์หน่วยวัดปริมาณ

ปริมาณ	สัญลักษณ์ปกติ	หน่วย เอสไอ		หน่วย อังกฤษ	
		หน่วย	สัญลักษณ์	หน่วย	สัญลักษณ์
มวล	M	กิโลกรัม (kilogram)	kg	สลัก (slug)	—
ความยาว	L	เมตร (metre)	m	ฟุต (foot)	ft
เวลา	T	วินาที (second)	s	วินาที (second)	sec
แรง	F	นิวตัน (Newton)	N	ปอนด์ (Pound)	lb

1.5.1 หน่วยเอสไอ (SI unit) ย่อมาจาก System international d' unites เป็นหน่วยที่ตกลงร่วมกันในที่ประชุมใหญ่แห่งมาตราชั่ง ดวง วัด ระหว่างชาติครั้งที่ 11 แนะนำให้ใช้เป็นหน่วยระหว่างชาติ แทนการใช้หน่วยอื่น ๆ ที่ใช้กันโดยทั่วไป หน่วยเอสไอใช้หน่วยมวลเป็น กิโลกรัม (kg) ความยาวเป็นเมตร (m) และเวลาเป็นวินาที (s) ซึ่งเป็นหน่วยฐานและหน่วยของแรงเป็นนิวตัน (N) ซึ่งเป็นหน่วยอนุพันธ์

จากกฎข้อที่สองของนิวตัน ถ้ามีแรงกระทำต่อวัตถุ วัตถุจะมีความเร่ง

$$F = ma$$

$$F (1 \text{ N}) = m (1 \text{ kg}) \times a (1 \text{ m/s}^2)$$

น้ำหนัก w เป็นแรงเช่นกัน จึงมีหน่วยเป็นนิวตัน

$$W = mg$$

$$g = 9.80665 \text{ m/s}^2$$

$$\text{หรือ } g = 9.81 \text{ m/s}^2 \text{ (โดยประมาณ)}$$

การใช้หน่วยเอสไอมิข้อแนะนำดังนี้ การเขียนตัวเลขมักเขียนให้อยู่ระหว่าง 0.1 ถึง 1000 เมื่อจำนวนมากหรือน้อยกว่านี้นิยมใช้อุปสรรคนำหน้าหน่วย



ใบเนื้อหา (Information Sheet)

หน่วยที่ 1

ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม

รหัสรายวิชา 30100-0101

ระดับชั้น ปวส.

สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง

ชื่อหน่วย ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับโครงสร้าง

สัปดาห์ที่ 1-2

จำนวนคาบ 3

แผ่นที่ 15

ตารางที่ 1.5 อุปสรรคที่นิยมใช้

จำนวน	อุปสรรค	สัญลักษณ์
10^{-3}	มิลลิ	m
10^{-6}	ไมโคร	μ
10^{-9}	นาโน	n
10^3	กิโล	k
10^6	เมกะ	M
10^9	กิกะ	G

ตัวอย่างการใช้อุปสรรค เช่น

$$\text{แรง } 15000 \text{ N} = 15 \times 10^3 \text{ N} = 15 \text{ kN}$$

$$\text{ระยะทาง } 0.001 \text{ m} = 0.1 \times 10^{-3} \text{ m} = 1 \text{ mm}$$

การใช้อุปสรรคไม่ต้องใช้จุดคั่นเขียนไว้หน้าหน่วยนั้น ๆ ได้เลย แต่ถ้าเป็นหน่วยอนุพันธ์ ที่ได้มาจากการนำหน่วยอื่นมาคูณกันจึงใช้จุดคั่น เช่น หน่วยของโมเมนต์ที่ได้มาจากแรงคูณกับระยะทางหน่วยเป็น N·m ถ้าเป็นหน่วยที่ได้จากการหารกัน เช่น ความเร่ง เขียนเป็น m/s^2

1.5.2 หน่วยอังกฤษ (U.S Customary Units หรือ British System of Units) หรือเขียนย่อ ๆ ว่าระบบ F.P.S (Foot, Pound, Second) มีหน่วยมวลแสดงเป็นสแลก (slug) ความยาวเป็นฟุต (ft) เวลาเป็นวินาที (sec) ซึ่งเป็นหน่วยฐานและมีแรงหน่วยเป็นปอนด์ ซึ่งเป็นหน่วยอนุพันธ์ได้จาก

$$F = ma$$

$$F (1 \text{ lb}) = m (1 \text{ slug}) \times a (1 \text{ ft/sec}^2)$$

$$w = mg$$

$$g = 32.1740 \text{ ft/sec}^2$$

หรือ $g = 32 \text{ ft/sec}^2$ (โดยประมาณ)

	ใบเนื้อหา (Information Sheet)		หน่วยที่ 1
	ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม	รหัสรายวิชา 30100-0101	สัปดาห์ที่ 1-2
	ระดับชั้น ปวส.	สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง	จำนวนคาบ 3
	ชื่อหน่วย ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับโครงสร้าง		แผ่นที่ 16

ปอนด์เป็นหน่วยแรงหรือน้ำหนัก แต่บางโอกาสใช้หน่วยปอนด์เป็นหน่วยมวลด้วย หน่วยปอนด์น้ำหนักเขียนแทนด้วย lbf และหน่วยปอนด์ของมวลเขียนแทนด้วย lbm หน่วยน้ำหนักที่นิยมใช้กันมากคือหน่วยกิโลปอนด์ (kilopound) ใช้สัญลักษณ์ kip หรือ k

$$1 \text{ kip} = 1000 \text{ lb}$$

$$1 \text{ ton} = 2000 \text{ lb}$$

หน่วยอังกฤษนิยมใช้ปอนด์เป็นทั้งหน่วยมวลและน้ำหนัก เช่นเดียวกับหน่วยระบบเมตริก M.K.S (Metre, Kilogram, Second) ใช้หน่วยกิโลกรัมเป็นทั้งหน่วยของมวลและน้ำหนัก ซึ่งใช้มานานในหลายประเทศ รวมทั้งประเทศไทยของเราก็ยังนิยมใช้หน่วยกิโลกรัมเป็นทั้งหน่วยของมวลและน้ำหนัก ดังจะเห็นได้จากเทศบัญญัติกรุงเทพมหานคร ได้กำหนดหน่วยของน้ำหนักต่าง ๆ เป็นกิโลกรัม ดำรายการออกแบบโครงสร้างและการวิเคราะห์โครงสร้างของเราก็ยังนิยมใช้หน่วยเมตริกกันโดยทั่วไป

ดังนั้นในวิชาทฤษฎีโครงสร้าง (Theory of Structure) เล่มนี้ ผู้เรียบเรียงไม่อาจทิ้งหน่วยใดหน่วยหนึ่งได้ เพราะหน่วยเอสไอเป็นหน่วยที่ทุกคนจะต้องรู้จัก หน่วยเมตริกเป็นหน่วยที่ใช้กันต่าง ๆ นานา และยังคงใช้กันอยู่โดยทั่วไป หน่วยอังกฤษก็ยังคงใช้แพร่หลายในกลุ่มที่ใช้ภาษาอังกฤษ และในคำภาษาอังกฤษที่จะต้องค้นคว้า จะเห็นได้ว่าผู้เรียบเรียงได้ใช้หน่วยเอสไอเป็นหลัก และมีหน่วยอื่นบ้างในบางกรณี ดังนั้นโจทย์ข้อใดเป็นหน่วยใด การคำนวณก็หาออกมาเป็นหน่วยในระบบนั้น ๆ ไม่ต้องเปลี่ยนหน่วย

1.5.3 เปรียบเทียบหน่วยเอสไอกับหน่วยเมตริก

$$1 \text{ kg} = 9.81 \text{ N}$$

$$1 \text{ kg} = 10 \text{ N} \quad (\text{โดยประมาณ})$$

$$1 \text{ kN} = 1000 \text{ N}$$

$$1 \text{ kN} = 101.94 \text{ kg}$$

$$1 \text{ kN} = 100 \text{ kg} \quad (\text{โดยประมาณ})$$

1.5.4 เปรียบเทียบหน่วยเอสไอกับหน่วยอังกฤษ มีค่าเปรียบเทียบดังตารางที่ 1.6 ใช้ตัวคูณที่กำหนดไว้คูณกับค่าในหน่วยอังกฤษเป็นหน่วยเอสไอ ถ้าเปลี่ยนจากหน่วยเอสไอเป็นหน่วยอังกฤษทำได้กลับกันโดยเอาไปหาร



ใบเนื้อหา (Information Sheet)

หน่วยที่ 1

ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม

รหัสรายวิชา 30100-0101

ระดับชั้น ปวส.

สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง

ชื่อหน่วย ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับโครงสร้าง

สัปดาห์ที่ 1-2

จำนวนคาบ 3

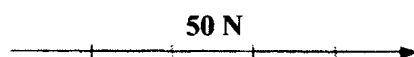
แผ่นที่ 17

ตารางที่ 1.6 เปรียบเทียบค่าต่าง ๆ ในหน่วยเอสไอกับหน่วยอังกฤษ

หน่วยอังกฤษ	สัญลักษณ์	ตัวคูณ	หน่วยเอสไอ	สัญลักษณ์
แรงเป็นปอนด์	lb	4.48	นิวตัน	N
มวลเป็นสแลก	slug	14.59	กิโลกรัม	kg
วินาที	sec	1.0	วินาที	s
ฟุต	ft	0.3048	เมตร	m
นิ้ว	in	0.0254	เมตร	m
ไมล์	mi	1.609	กิโลเมตร	km
ตารางนิ้ว	in ²	6.452×10^{-4}	ตารางเมตร	m ²
นิ้วกำลังสี่	in ⁴	4.162×10^{-7}	เมตรกำลังสี่	m ⁴
ปอนด์ต่อตารางนิ้ว	Psi	6.895×10^3	พาสกาล	Pa (N/m ²)
คิฟต่อฟุต	k/ft	14.59×10^3	นิวตัน / เมตร	N/m
คิฟ-ฟุต	k-ft	1.3558×10^3	นิวตัน·เมตร	N·m
ปอนด์ต่อตารางฟุต	lb/ft ²	47.88	พาสกาล	Pa

1.6 ทบทวนหลักเบื้องต้นของสถิตยศาสตร์ (Statics)

1.6.1 แรง หมายถึง การกระทำของสิ่งหนึ่งต่ออีกสิ่งหนึ่ง โดยที่พยายามจะเปลี่ยนสภาพการเคลื่อนที่ของสิ่งที่ถูกกระทำนั้น เช่น ทำให้วัตถุที่หยุดนิ่งเคลื่อนที่ได้ และทำให้วัตถุที่เคลื่อนที่เปลี่ยนความเร็วหรือเปลี่ยนทิศทางการเคลื่อนที่ แรงเป็นปริมาณเวกเตอร์ซึ่งต้องมีทั้งขนาด ทิศทาง และจุดเริ่มต้นที่แรงกระทำ การเขียนเครื่องหมายแทนแรงเขียนได้เช่นเดียวกับเวกเตอร์ นั่นคือใช้ความยาวของเส้นตรงแทนขนาดของแรงและหัวลูกศรแสดงทิศทางที่กระทำ เช่น เขียนแทนแรง 50 นิวตัน ได้ดังรูปที่ 1.5



รูปที่ 1.5 ขนาดและทิศทางของแรง
(เฟลินพิศ บริหาร.2542)



ใบเนื้อหา (Information Sheet)

หน่วยที่ 1

ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม

รหัสรายวิชา 30100-0101

ระดับชั้น ปวส.

สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง

ชื่อหน่วย ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับโครงสร้าง

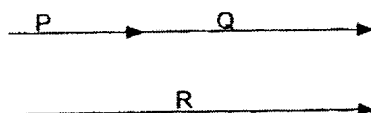
สัปดาห์ที่ 1-2

จำนวนคาบ 3

แผ่นที่ 18

1) การรวมแรงสองแรง

1.1) แรงสองแรงไปในทิศทางเดียวกัน

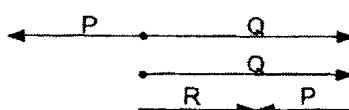


$$R = P + Q$$

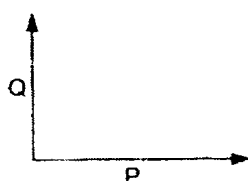
รูปที่ 1.6 การรวมแรงในทิศทางเดียวกัน

(เพลินพิศ บริหาร.2542)

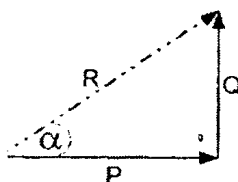
1.2) แรงสองแรงไปในทิศทางตรงกันข้าม



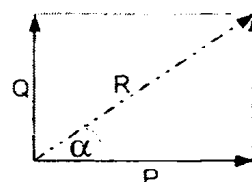
1.3) แรงสองแรงกระทำต่อกันเป็นมุมฉาก



(ก)



(ข)



(ค)

รูปที่ 1.8 การรวมแรงที่กระทำต่อกันเป็นมุมฉาก

(เพลินพิศ บริหาร.2542)

รูปที่ 1.8 (ข) แสดงการรวมแรงโดยใช้สามเหลี่ยมแทนแรง

รูปที่ 1.8 (ค) แสดงการรวมแรงโดยใช้สี่เหลี่ยมด้านขนานแทนแรง

$$\text{ขนาดของแรงลัพธ์} \quad R^2 = P^2 + Q^2 \quad (1.6.1)$$

$$\text{ทิศทางของแรงลัพธ์} \quad \tan \alpha = \frac{Q}{P} \quad (1.6.2)$$



ใบเนื้อหา (Information Sheet)

หน่วยที่ 1

ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม

รหัสรายวิชา 30100-0101

ระดับชั้น ปวส.

สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง

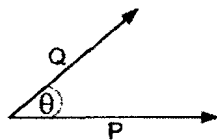
ชื่อหน่วย ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับโครงสร้าง

สัปดาห์ที่ 1-2

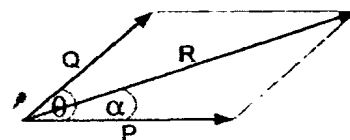
จำนวนคาบ 3

แผ่นที่ 19

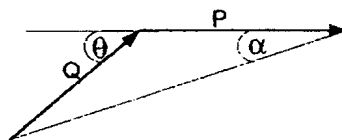
1.4) แรงสองแรงกระทำต่อกันเป็นมุม θ



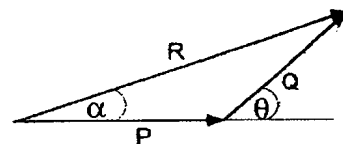
(ก)



(ข)



(ค)



(ง)

รูปที่ 1.9 การรวมแรงที่กระทำต่อกันเป็นมุมใด ๆ

(เพ็ญพิศ บริหาร 2542)

รูปที่ 1.9 (ข) แสดงการรวมแรงโดยใช้สี่เหลี่ยมด้านขนานแทนแรง

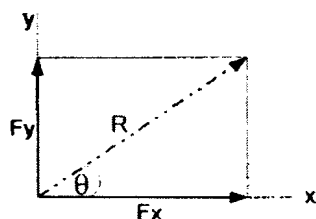
รูปที่ 1.9 (ค) และ (ง) แสดงการรวมแรงโดยใช้สามเหลี่ยมแทนแรง

$$\text{ขนาดของแรงลัพธ์} \quad R^2 = P^2 + Q^2 + 2PQ \cos \theta \quad (1.6.3)$$

$$\text{ทิศทางของแรงลัพธ์} \quad \tan \alpha = \frac{Q \sin \theta}{P + Q \cos \theta} \quad (1.6.4)$$

2) การแยกแรง

2.1) แยกออกเป็น 2 แรง ตั้งฉากกันโดยกำหนดมุม θ แรงที่แยกออกไปเรียกว่าแรงย่อยหรือแรงองค์ประกอบ



$$F_x = R \cos \theta \quad (1.6.5)$$

$$F_y = R \sin \theta \quad (1.6.6)$$

รูปที่ 1.10 การแยกแรง R ออกเป็นแรงย่อย F_x และ F_y

(เพ็ญพิศ บริหาร.2542)



ใบเนื้อหา (Information Sheet)

หน่วยที่ 1

ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม

รหัสรายวิชา 30100-0101

ระดับชั้น ปวส.

สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง

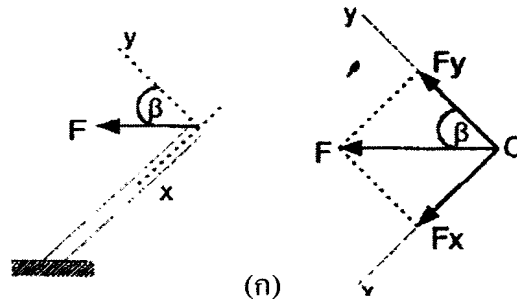
ชื่อหน่วย ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับโครงสร้าง

สัปดาห์ที่ 1-2

จำนวนคาบ 3

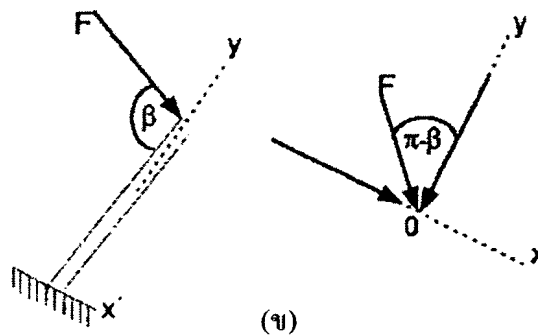
แผ่นที่ 20

สำหรับการแยกแรงในบางครั้งแรงย่อยที่ต้องการ อาจไม่อยู่ในแนวราบหรือแนวตั้งเสมอไป เราสามารถหาแรงย่อยบนแกน x และ y ในแนวอื่นได้เช่นกัน ดังแสดงในรูปที่ 1.11



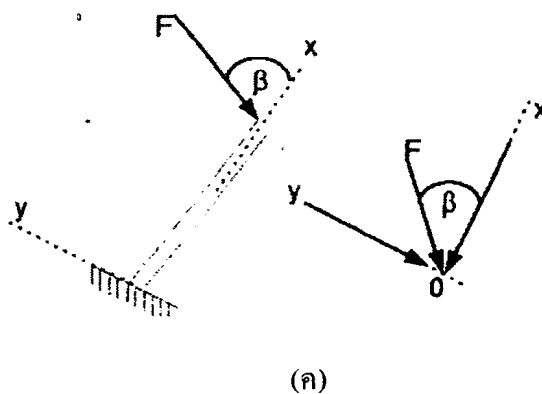
$$F_x = F \sin \beta$$

$$F_y = F \cos \beta$$



$$F_x = F \sin (\pi - \beta)$$

$$F_y = -F \cos (\pi - \beta)$$



$$F_x = -F \cos \beta$$

$$F_y = -F \sin \beta$$



ใบเนื้อหา (Information Sheet)

หน่วยที่ 1

ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม

รหัสรายวิชา 30100-0101

ระดับชั้น ปวส.

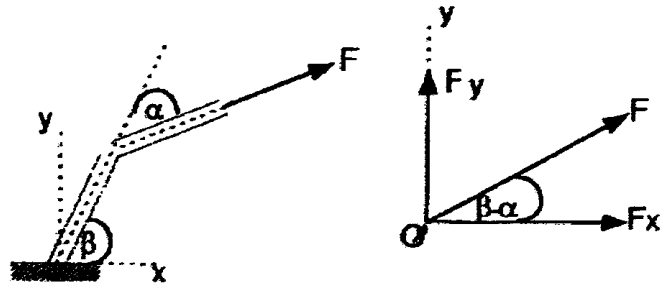
สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง

ชื่อหน่วย ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับโครงสร้าง

สัปดาห์ที่ 1-2

จำนวนคาบ 3

แผ่นที่ 21

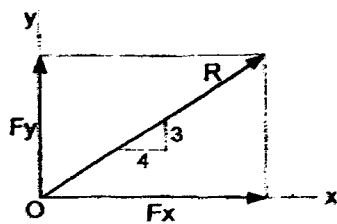


(ง)

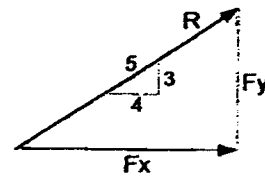
$$F_x = F \cos (\beta - \alpha)$$

$$F_y = F \sin (\beta - \alpha)$$

2.2) การแยกแรงออกเป็น 2 แรงตั้งฉากกันเมื่อกำหนดความลาดเอียง



(ก)



(ข)

จากรูปที่ 1.12 (ข) ใช้กฎของสามเหลี่ยมคล้าย

$$\frac{F_x}{R} = \frac{4}{5}$$

$$F_x = R \times \frac{4}{5}$$

$$\frac{F_y}{R} = \frac{3}{5}$$

$$F_y = R \times \frac{3}{5}$$

รูปที่ 1.12 การแยกแรงโดยการกำหนดความลาดเอียง

(เพลินพิศ บริหาร. 2542)



ใบเนื้อหา (Information Sheet)

หน่วยที่ 1

ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม

รหัสรายวิชา 30100-0101

ระดับชั้น ปวส.

สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง

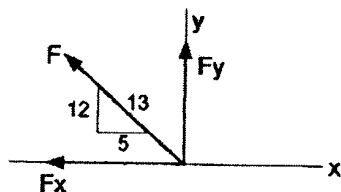
ชื่อหน่วย ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับโครงสร้าง

สัปดาห์ที่ 1-2

จำนวนคาบ 3

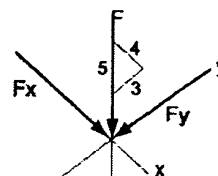
แผ่นที่ 22

มีข้อสังเกตว่าตัวคูณ คือ ด้านที่ขนานกับแกนที่ต้องการ ตัวหารคือ ด้านเฉียงเสมอ เช่น ตัวอย่างในรูปที่ 1.13



(ก)

$$F_x = -F \times \frac{5}{13}$$
$$F_y = F \times \frac{12}{13}$$



(ข)

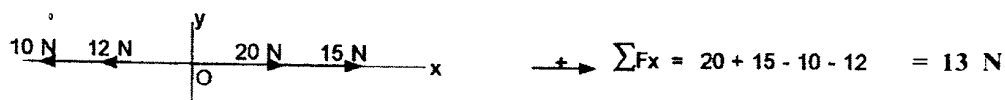
$$F_x = F \times \frac{4}{5}$$
$$F_y = -F \times \frac{3}{5}$$

รูปที่ 1.13 การแยกแรงโดยการกำหนดความลาดเอียงในแนวใด ๆ

(เพลินพิศ บริหาร.2542)

3) การรวมแรงหลายแรง

3.1) การหาผลรวมของแรงในแนวนอน เขียนสัญลักษณ์แทนด้วย $\sum F_x$ หรืออาจแทนด้วย $\sum H$ กำหนดเครื่องหมาย โดยให้แรงที่มีทิศทางไปทางขวาหรือแรงที่มีทิศไปตามแกน x มีเครื่องหมายบวก (+) ต่อไปนี้เป็นการหาผลรวมของแรงในแนวนอนเมื่อมีแรงกระทำที่จุดต่อ O ในลักษณะต่าง ๆ กัน



รูปที่ 1.14 การหาผลรวมของแรงในแนวนอน (กรณีที่ 1)

(เพลินพิศ บริหาร.2542)



รูปที่ 1.15 การหาผลรวมของแรงในแนวนอน (กรณีที่ 2)

(เพลินพิศ บริหาร.2542)



ใบเนื้อหา (Information Sheet)

หน่วยที่ 1

ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม

รหัสรายวิชา 30100-0101

ระดับชั้น ปวส.

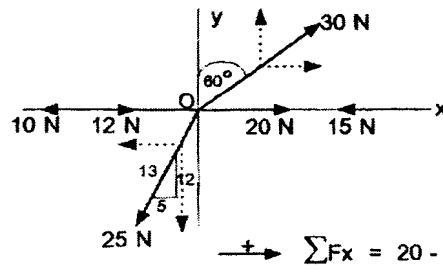
สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง

ชื่อหน่วย ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับโครงสร้าง

สัปดาห์ที่ 1-2

จำนวนคาบ 3

แผ่นที่ 23

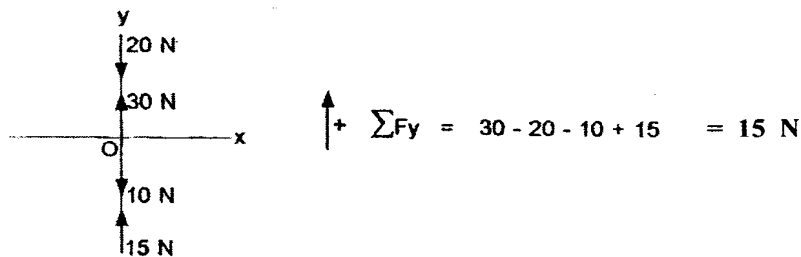


$$\rightarrow \sum F_x = 20 - 15 + 12 - 10 + 30 \sin 60^\circ - 25 \times \frac{5}{13} = 23.37 \text{ N}$$

รูปที่ 1.16 การหาผลรวมของแรงในแนวนอน (กรณีที่ 3)

(เพลินพิศ บริหาร.2542)

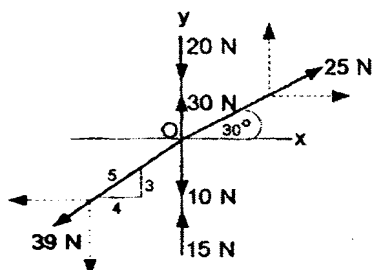
3.2) การหาผลรวมของแรงในแนวดิ่ง เขียนสัญลักษณ์แทนด้วย $\sum F_y$ หรืออาจเขียนแทนด้วย $\sum V$ กำหนดเครื่องหมาย โดยให้แรงที่มีทิศทางพุ่งขึ้นข้างบน และไปตามแกน y มีเครื่องหมายเป็นบวก (+) ต่อไปนี้เป็นการหาผลรวมของแรงในแนวดิ่ง เมื่อมีแรงกระทำที่จุดต่อ O ในลักษณะต่างๆ กัน



$$\uparrow \sum F_y = 30 - 20 - 10 + 15 = 15 \text{ N}$$

รูปที่ 1.17 การหาผลรวมของแรงในแนวดิ่ง (กรณีที่ 1)

(เพลินพิศ บริหาร.2542)



$$\uparrow \sum F_y = 30 - 20 - 10 + 15 + 25 \sin 30^\circ - 39 \times \frac{3}{5} = 4.10 \text{ N}$$

รูปที่ 1.18 การหาผลรวมของแรงในแนวดิ่ง (กรณีที่ 2)

(เพลินพิศ บริหาร.2542)



ใบเนื้อหา (Information Sheet)

หน่วยที่ 1

ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม

รหัสรายวิชา 30100-0101

ระดับชั้น ปวส.

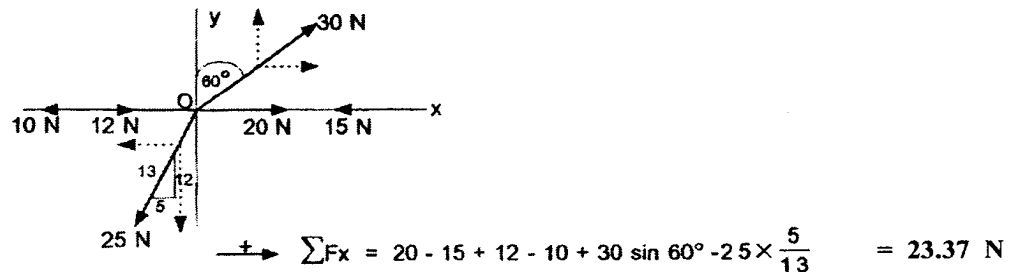
สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง

ชื่อหน่วย ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับโครงสร้าง

สัปดาห์ที่ 1-2

จำนวนคาบ 3

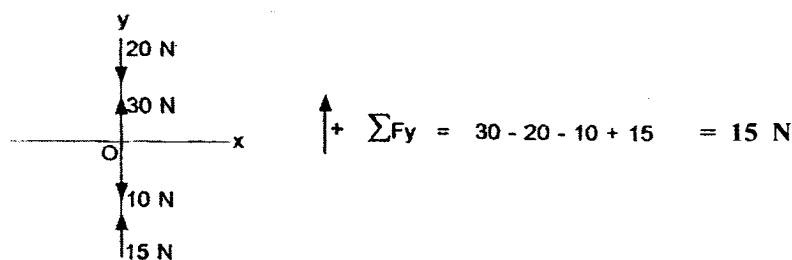
แผ่นที่ 24



รูปที่ 1.16 การหาผลรวมของแรงในแนวนอน (กรณีที่ 3)

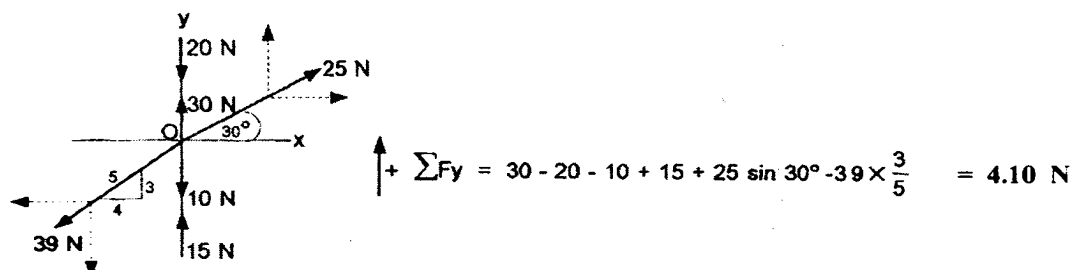
(เพลินพิศ บริหาร.2542)

3.2) การหาผลรวมของแรงในแนวตั้ง เขียนสัญลักษณ์แทนด้วย $\sum F_y$ หรืออาจเขียนแทนด้วย $\sum V$ กำหนดเครื่องหมาย โดยให้แรงที่มีทิศทางพุ่งขึ้นข้างบน และไปตามแกน y มีเครื่องหมายเป็นบวก (+) ต่อไปนี้เป็นการหาผลรวมของแรงในแนวตั้ง เมื่อมีแรงกระทำที่จุดต่อ O ในลักษณะต่าง ๆ กัน



รูปที่ 1.17 การหาผลรวมของแรงในแนวตั้ง (กรณีที่ 1)

(เพลินพิศ บริหาร.2542)



รูปที่ 1.18 การหาผลรวมของแรงในแนวตั้ง (กรณีที่ 2)

(เพลินพิศ บริหาร.2542)



ใบเนื้อหา (Information Sheet)

หน่วยที่ 1

ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม

รหัสรายวิชา 30100-0101

ระดับชั้น ปวส.

สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง

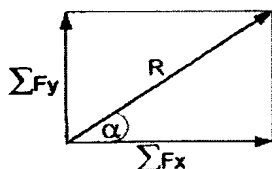
ชื่อหน่วย ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับโครงสร้าง

สัปดาห์ที่ 1-2

จำนวนคาบ 3

แผ่นที่ 25

3.3) การหาค่าแรงลัพธ์ เมื่อต้องการหาค่าแรงลัพธ์ของแรงทุกแรง ให้นำผลรวมของแรงในแนวแกน x และ y มารวมกันจะได้ดังนี้



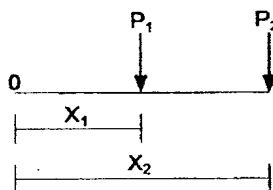
$$R^2 = \Sigma F_x^2 + \Sigma F_y^2 \quad (1.6.7)$$

$$\tan \alpha = \frac{\Sigma F_y}{\Sigma F_x} \quad (1.6.8)$$

รูปที่ 1.19 การรวมแรงในแนวตั้งและแนวนอน

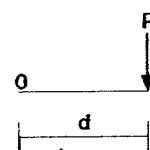
(เพลินพิศ บริหาร.2542)

1.6.2 โมเมนต์ของแรง หาได้จาก โมเมนต์ = แรง × ระยะทางตั้งฉากจากจุดหมุนถึงแนวแรงนั้น



$$\Sigma M_o = (P_1 x_1) + (P_2 x_2)$$

(ก)



$$M_o = P d$$

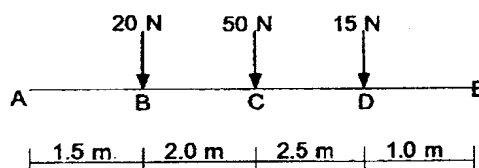
(ข)

รูปที่ 1.20 โมเมนต์ของแรง

(เพลินพิศ บริหาร.2542)

1) การกำหนดเครื่องหมาย ถ้ากำหนดให้โมเมนต์ตามเข็มนาฬิกามีเครื่องหมายเป็นบวก (+) โมเมนต์ทวนเข็มนาฬิกาจะมีเครื่องหมายเป็นลบ (-) หรืออาจกำหนดเครื่องหมายกลับกันกับที่กำหนดไว้นี้ก็ได้อีก แต่ต้องกำหนดให้ชัดเจน

2) การหาค่าโมเมนต์ เมื่อมีแรงกระทำที่จุดต่าง ๆ บนคาน



รูปที่ 1.21 การหาค่าของโมเมนต์ที่จุดต่าง ๆ

(เพลินพิศ บริหาร.2542)



ใบเนื้อหา (Information Sheet)

หน่วยที่ 1

ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม

รหัสรายวิชา 30100-0101

ระดับชั้น ปวส.

สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง

ชื่อหน่วย ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับโครงสร้าง

สัปดาห์ที่ 1-2

จำนวนคาบ 3

แผ่นที่ 26

$$\curvearrowright + \sum M_A = (20 \times 1.5) + (50 \times 3.5) + (15 \times 6) = 295 \text{ N}\cdot\text{m}$$

กรณีจุดหมุนอยู่ที่จุด A ระยะทางต้องวัดจากจุด A ถึงแรงนั้น ๆ

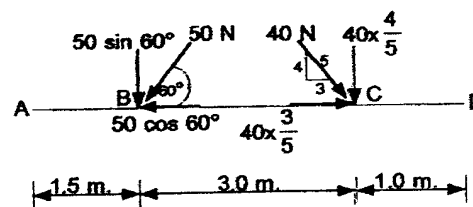
$$\curvearrowright + \sum M_B = (20 \times 0) + (50 \times 2) + (15 \times 4.5) = 167.50 \text{ N}\cdot\text{m}$$

กรณีจุดหมุนอยู่ที่จุด B ระยะทางต้องวัดจากจุด B ถึงแรงนั้น ๆ

$$\curvearrowright + \sum M_C = (-20 \times 2) + (50 \times 0) + (15 \times 2.5) = -2.50 \text{ N}\cdot\text{m}$$

$$\curvearrowright + \sum M_D = (-20 \times 4.5) - (50 \times 2.5) + (15 \times 0) = -215 \text{ N}\cdot\text{m}$$

3) การหาโมเมนต์ของแรงที่ไม่ตั้งฉากกับคาน



รูปที่ 1.22 การหาโมเมนต์ของแรงที่ไม่ตั้งฉาก

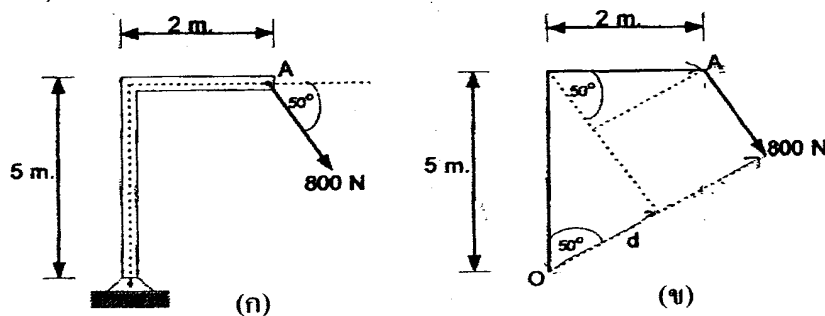
(เพลินพิศ บริหาร.2542)

$$\curvearrowright + \sum M_B = \left(40 \times \frac{4}{5} \right) \times 3 = 96 \text{ N}\cdot\text{m}$$

$$\curvearrowright + \sum M_A = (50 \sin 60^\circ) \times 1.5 + \left(40 \times \frac{4}{5} \right) \times 4.5 = 208.95 \text{ N}\cdot\text{m}$$

สำหรับแรงในแนวนอนมีแนวแรงผ่านจุดหมุน โมเมนต์เท่ากับศูนย์

4) โมเมนต์ของแรงที่กระทำบนโครงสร้าง และแนวแรงไม่ตั้งฉากกับระยะทาง



รูปที่ 1.23 การหาโมเมนต์ของแรงที่กระทำบนโครงสร้าง

(เพลินพิศ บริหาร.2542)



ใบเนื้อหา (Information Sheet)

หน่วยที่ 1

ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม

รหัสรายวิชา 30100-0101

ระดับชั้น ปวส.

สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง

ชื่อหน่วย ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับโครงสร้าง

สัปดาห์ที่ 1-2

จำนวนคาบ 3

แผ่นที่ 27

จากรูปที่ 1.23 (ก) หาโมเมนต์ของแรง 800 N รอบจุด O

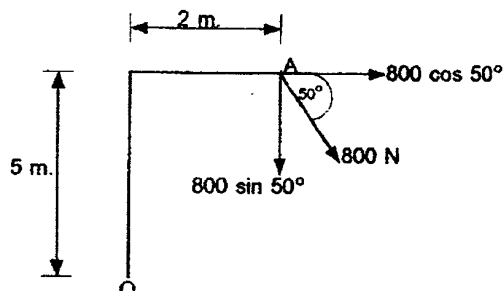
วิธีที่ 1 หาระยะทางตั้งฉาก d จากรูปที่ 1.25 (ข)

$$\begin{aligned}d &= (5 \cos 50^\circ) + (2 \sin 50^\circ) \\&= (5 \times 0.643) + (2 \times 0.766) \\&= 3.22 + 1.53 \\&= 4.75 \text{ m.}\end{aligned}$$

$$M_o = 800 \times 4.75 = 3800 \text{ N}\cdot\text{m}$$

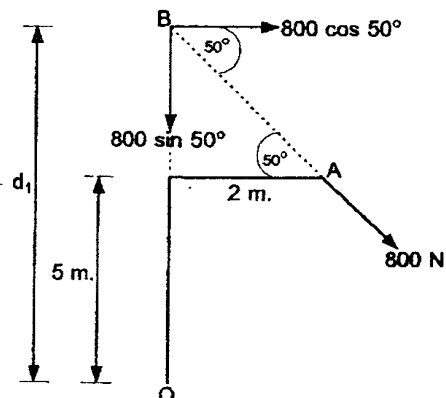
วิธีที่ 2 โดยการแตกแรงที่จุด A

$$\begin{aligned}M_o &= (800 \cos 50^\circ \times 5) + (800 \sin 50^\circ \times 2) \\&= (800 \times 0.643 \times 5) + (800 \times 0.766 \times 2) \\&= 3800 \text{ N}\cdot\text{m.}\end{aligned}$$



วิธีที่ 3 โดยการถ่ายทอดแรง 800 N ไปไว้ที่จุด B ซึ่งอยู่เหนือจุด O แยกแรงที่จุด B ทำให้แรง $800 \sin 50^\circ$ มีแนวแรงผ่านจุด O เหลือ $800 \cos 50^\circ$ แรงเดียวหมุนรอบจุด O และมีระยะทางตั้งฉากเท่ากับ d_1

$$\begin{aligned}d_1 &= 5 + (2 \tan 50^\circ) \\&= 5 + (2 \times 1.192) \\&= 7.384 \text{ m} \\M_o &= (800 \cos 50^\circ) \times (d_1) \\&= 800 \times 0.643 \times 7.384 \\&= 3800 \text{ N}\cdot\text{m}\end{aligned}$$





ใบเนื้อหา (Information Sheet)

หน่วยที่ 1

ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม

รหัสรายวิชา 30100-0101

ระดับชั้น ปวส.

สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง

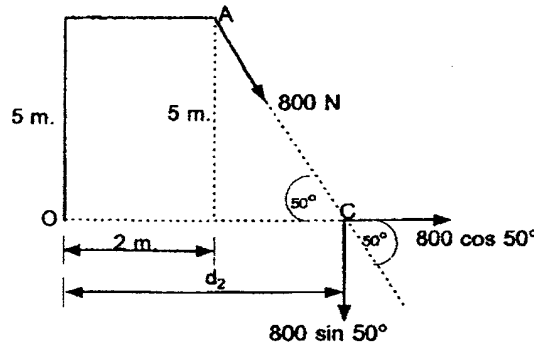
ชื่อหน่วย ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับโครงสร้าง

สัปดาห์ที่ 1-2

จำนวนคาบ 3

แผ่นที่ 28

วิธีที่ 4 ถ้ายอดแรง 800 N ไปไว้ที่จุด C และแตกแรงที่จุด C ซึ่งจุด C อยู่ระดับเดียวกับกับจุด O แรง $800 \cos 50^\circ$ มีแนวแรงผ่านจุด O เหลือแรง $800 \sin 50^\circ$ หมุนรอบจุด O มีระยะทางตั้งฉากเท่ากับ d_2



$$d_2 = 2 + \left[\frac{5}{\tan 50^\circ} \right]$$

$$= 2 + \frac{5}{1.192}$$

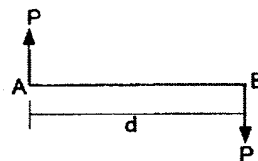
$$= 6.195 \text{ m}$$

$$M_o = (800 \sin 50^\circ) \times (d_2)$$

$$= 800 \times 0.766 \times 6.195$$

$$= 3800 \text{ N}\cdot\text{m}$$

5) โมเมนต์ของแรงคู่ควบ แรงคู่ควบ (Couple) เป็นแรงขนาน 2 แรงที่มีค่าของแรงเท่ากันแต่มีทิศทางตรงกันข้าม



รูปที่ 1.24 โมเมนต์ของแรงคู่ควบ

(เพลินพิศ บริหาร.2542)

ในรูปที่ 1.24 P เป็นแรงคู่ควบ d เป็นระยะทางตั้งฉากระหว่างแรงทั้งสอง เรียกว่า แขนของแรงคู่ควบ (โมเมนต์ของแรงคู่ควบ = Pd) ไม่ว่าเราจะเลือกจุดหมุนที่จุดใด ๆ ค่าโมเมนต์จะเท่าเดิมเสมอ ดังตัวอย่างต่อไปนี้เป็นการหาโมเมนต์ของแรงคู่ควบใน 3 ลักษณะ



ใบเนื้อหา (Information Sheet)

หน่วยที่ 1

ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม

รหัสรายวิชา 30100-0101

ระดับชั้น ปวส.

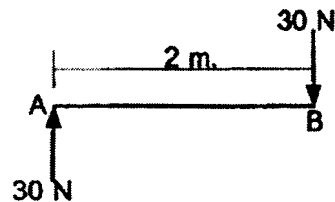
สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง

ชื่อหน่วย ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับโครงสร้าง

สัปดาห์ที่ 1-2

จำนวนคาบ 3

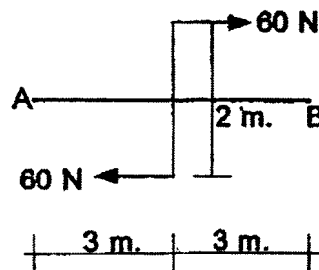
แผ่นที่ 29



(ก)

$$\sum M_A = 30 \times 2 = 60 \text{ N}\cdot\text{m}$$

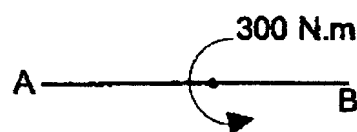
$$\sum M_B = 30 \times 2 = 60 \text{ N}\cdot\text{m}$$



(ข)

$$\sum M_A = 60 \times 2 = 120 \text{ N}\cdot\text{m}$$

$$\sum M_B = 60 \times 2 = 120 \text{ N}\cdot\text{m}$$



(ค)

$$\sum M_A = 300 \text{ N}\cdot\text{m}$$

$$\sum M_B = 300 \text{ N}\cdot\text{m}$$

รูปที่ 1.25 การหาค่าโมเมนต์ของแรงคู่ควบ

(เพลินพิศ บริหาร.2542)

1.6.3 ชนิดของน้ำหนักที่กระทำบนคาน

1) น้ำหนักกระทำเป็นจุด (Concentrated Load) คือ น้ำหนักที่กระทำโดยมีพื้นที่รองรับเพียงเล็กน้อย เรียกว่า (Point Load) ดังรูปที่ 1.26



ใบเนื้อหา (Information Sheet)

หน่วยที่ 1

ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม

รหัสรายวิชา 30100-0101

ระดับชั้น ปวส.

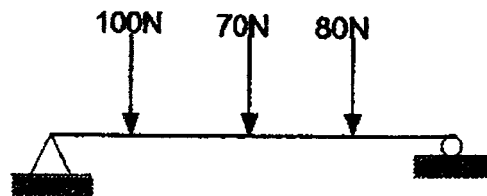
สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง

ชื่อหน่วย ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับโครงสร้าง

สัปดาห์ที่ 1-2

จำนวนคาบ 3

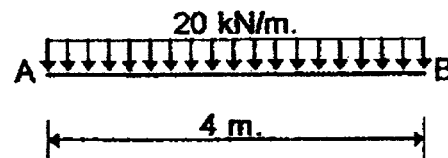
แผ่นที่ 30



รูปที่ 1.26 น้ำหนักกระทำแบบจุด

(เพลินพิศ บริหาร.2542)

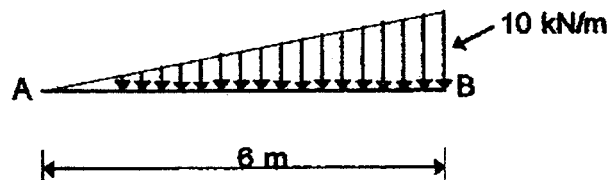
2) น้ำหนักแผ่กระจายแบบสม่ำเสมอ (Uniform Load) คือน้ำหนักที่กระจายสม่ำเสมอตลอดความยาวของคาน เขียนแทนได้ดังรูปที่ 1.27



รูปที่ 1.27 น้ำหนักแผ่กระจายแบบสม่ำเสมอ

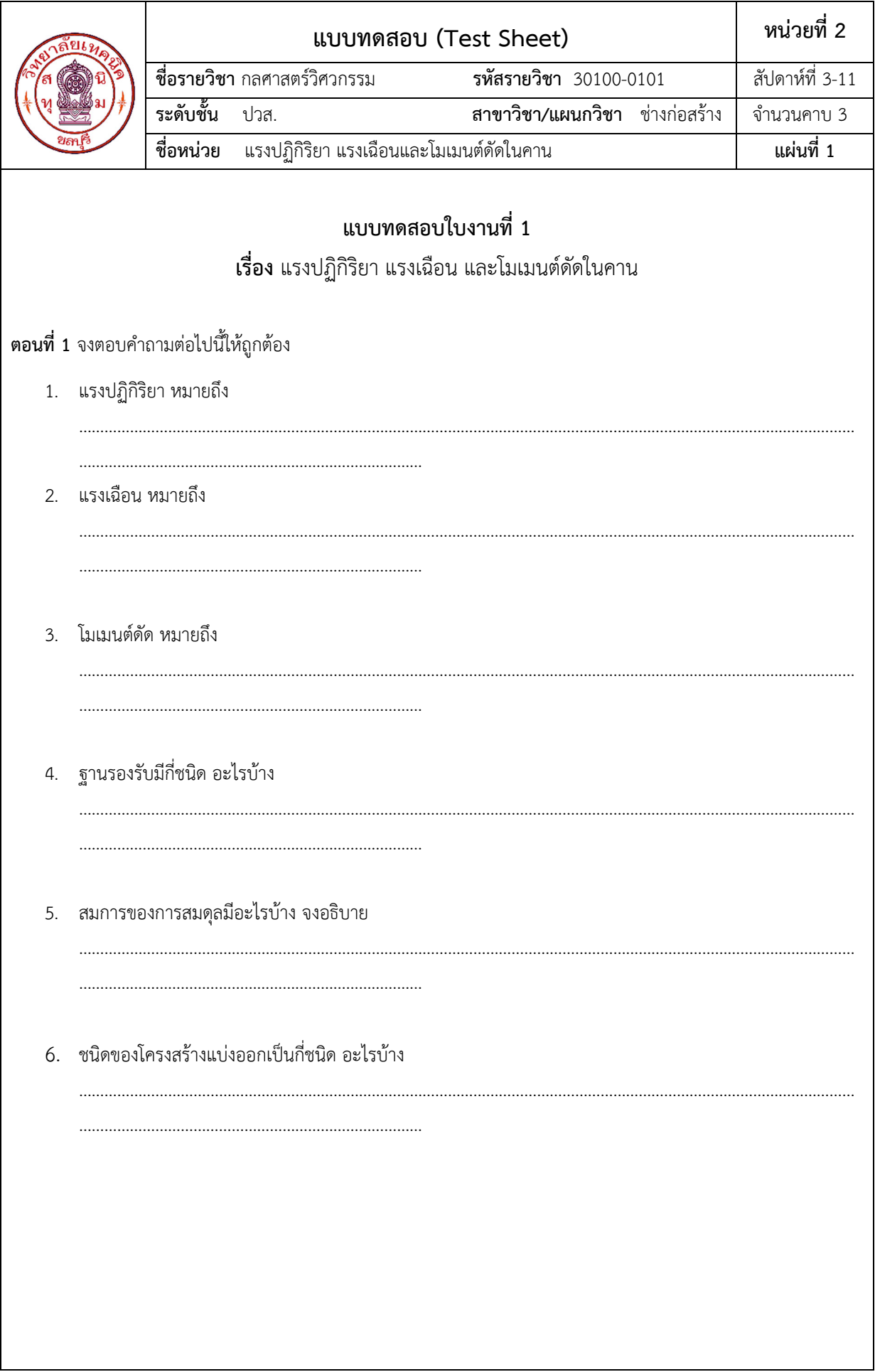
(เพลินพิศ บริหาร.2542)

3) น้ำหนักแผ่กระจายแบบไม่สม่ำเสมอ (Non – Uniform Load) คือน้ำหนักที่กระจายบนคานมีลักษณะค่อย ๆ เพิ่มขึ้นตามความยาวของคาน ดังรูปที่ 1.28



รูปที่ 1.28 น้ำหนักแผ่กระจายแบบไม่สม่ำเสมอ

(เพลินพิศ บริหาร.2542)





แบบทดสอบ (Test Sheet)

หน่วยที่ 2

ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม

รหัสรายวิชา 30100-0101

สัปดาห์ที่ 3-11

ระดับชั้น ปวส.

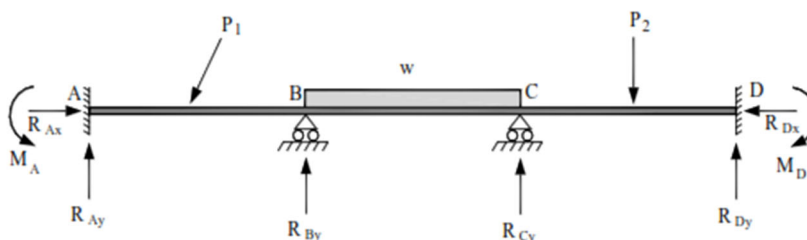
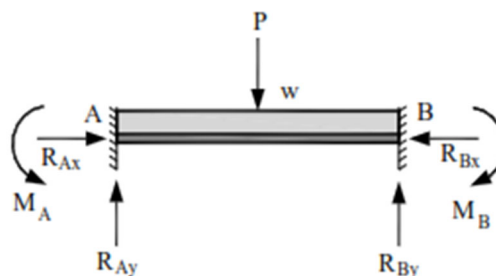
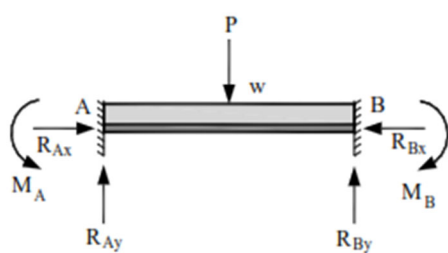
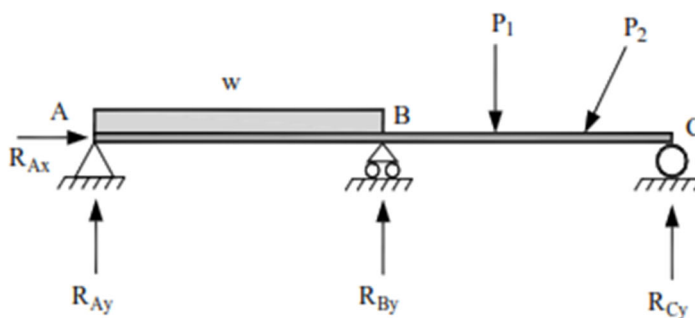
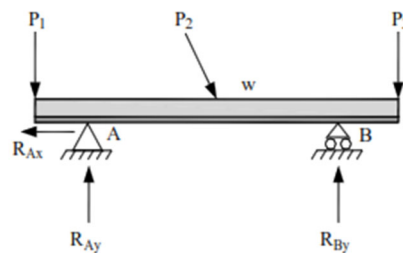
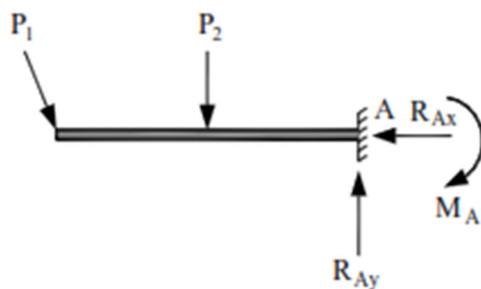
สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง

จำนวนคาบ 3

ชื่อหน่วย แรงปฏิกิริยา แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดในคาน

แผ่นที่ 2

ตอนที่ 2 จงตรวจสอบโครงสร้างต่อไปนี้ ว่าเป็นโครงสร้างประเภท Determinate หรือ Indeterminate โดยการตรวจสอบ
ความเป็นเสถียรภาพ Stable หรือ Unstable พร้อมทั้งระบุดีกรีความเป็น Indeterminate





แบบทดสอบ (Test Sheet)

หน่วยที่ 2

ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม

รหัสรายวิชา 30100-0101

สัปดาห์ที่ 3-11

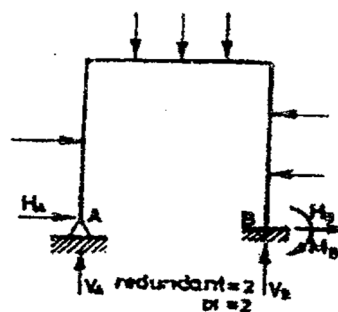
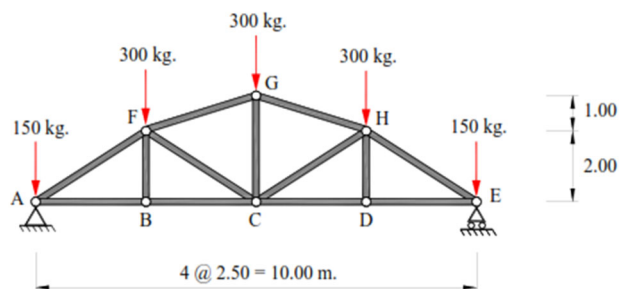
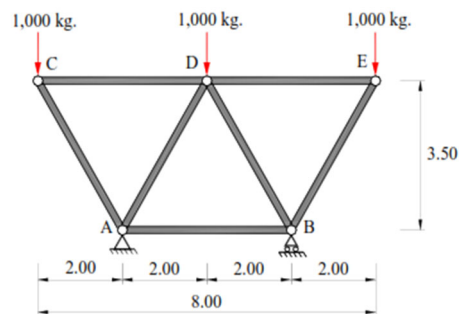
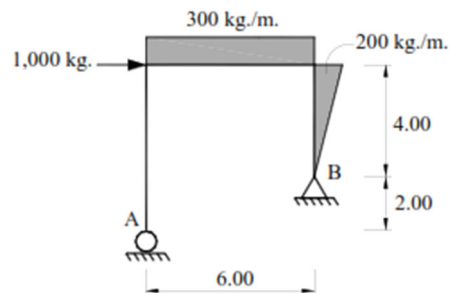
ระดับชั้น ปวส.

สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง

จำนวนคาบ 3

ชื่อหน่วย แรงปฏิกิริยา แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดในคาน

แผ่นที่ 3



	ใบเนื้อหา (Information Sheet)		หน่วยที่ 2
	ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม	รหัสรายวิชา 30100-0101	สัปดาห์ที่ 3-11
	ระดับชั้น ปวส.	สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง	จำนวนคาบ 3
	ชื่อหน่วย แรงปฏิกิริยา แรงเฉือนและโมเมนต์คดในคาน		แผ่นที่ 12

2.2 แรงเฉือน

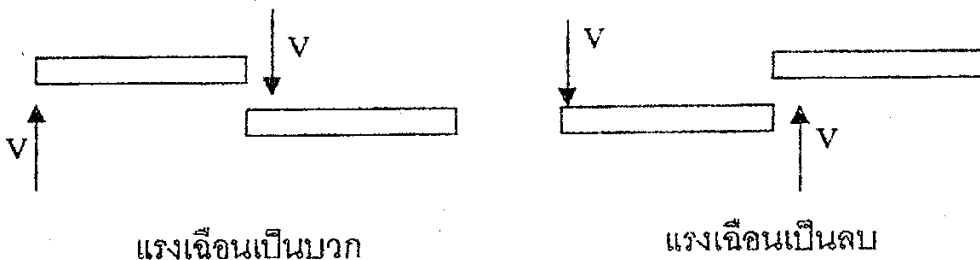
2.2.1 ความหมายของแรงเฉือน

แรงเฉือน คือ แรงที่พยายามเฉือนส่วนของโครงสร้างให้ขาดออกจากกัน แรงเฉือน ณ หน้าตัดใดหน้าตัดหนึ่งบนส่วนของโครงสร้างจะไดจากการรวม (ทางพีชคณิต) ของแรงหรือน้ำหนักที่กระทำหรือที่เกิดขึ้นทางด้านใดด้านหนึ่งของหน้าตัดตามแนวที่ตั้งฉากกับส่วนของโครงสร้าง

ไดอะแกรมของแรงเฉือน (Shear Force Diagram) เขียนย่อว่า S.F.D. คือ แผนภาพที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างแรงเฉือนกับความยาวของคาน โดยมีจุดทางด้านซ้ายมือของคานเป็นจุดเริ่มต้น ค่าทางแกน x จะเป็นระยะทางที่วัดไปตามความยาวของคานนั้น ตั้งแต่ทางด้านซ้ายมือจนถึงทางด้านขวามือสุดของคานนั้น และค่าทางแกน y จะเป็นค่าของแรงเฉือนในแนวตั้งที่หน้าตัดใดๆ ของคานนั้น

2.2.2 การคิดเครื่องหมายของแรงเฉือน

ในการพิจารณาให้พิจารณาคานทางด้านซ้ายมือสุดเป็นจุดเริ่มต้น แล้วคิดไปทางด้านขวามือของคาน แรงใดที่มีทิศทางขึ้น เช่น แรงปฏิกิริยาของคานช่วงเดียวนั้นให้มีเครื่องหมายเป็นบวก (+) และแรงใดที่มีทิศทางลงล่าง เช่น น้ำหนักหรือแรงที่กระทำกับคานให้มีเครื่องหมายเป็นลบ (-) เครื่องหมายเหล่านี้จะกลับกันถ้าหากการพิจารณาเริ่มจากทางขวามือไปทางด้านซ้ายมือ



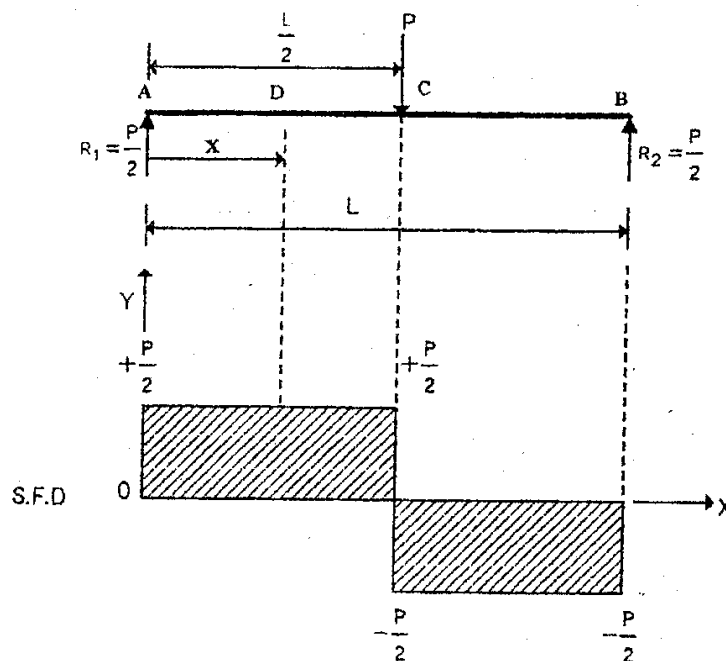
รูปที่ 2.10 แสดงการคิดเครื่องหมายของแรงเฉือน

	ใบเนื้อหา (Information Sheet)		หน่วยที่ 2
	ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม	รหัสรายวิชา 30100-0101	สัปดาห์ที่ 3-11
	ระดับชั้น ปวส.	สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง	จำนวนคาบ 3
	ชื่อหน่วย	แรงปฏิกิริยา แรงเฉือนและโมเมนต์คดในคาน	แผ่นที่ 13

2.2.3 วิธีวิเคราะห์แรงเฉือน

- 1) คำนวณหาแรงปฏิกิริยา
- 2) ต้องการหาแรงเฉือนที่จุดใดก็ได้ตราบาน (Section) ที่จุดนั้น หรือแบ่งคานออกเป็น 2 ส่วน คือ ด้านซ้ายมือ และขวามือ
- 3) คำนวณหาแรงรวมในแนวดิ่งของส่วนซ้าย หรือส่วนขวาของคาน เป็นแรงเฉือนที่จุดนั้นโดยอาศัยหลัก
 - 3.1) ถ้าคิดส่วนซ้ายของคาน แรงรวมที่มีทิศทางขึ้นเป็นบวก ทิศทางลงเป็นลบ
 - 3.2) ถ้าคิดส่วนขวาของคาน แรงรวมที่มีทิศทางขึ้นเป็นลบ ทิศทางลงเป็นบวก
- 4) ถ้าจุดที่จะคำนวณหาแรงเฉือนมี Point Load กระทำที่จุดนั้น จะต้องคิดเป็น 2 กรณี คือ
 - 4.1) จุดนั้นอยู่ทางซ้ายของ Point Load เล็กน้อย
 - 4.2) จุดนั้นอยู่ทางขวาของ Point Load เล็กน้อย
- 5) ใช้มาตราส่วนของแรงเฉือนเขียน ไดอะแกรมของแรงเฉือน (Shear Force Diagram) ของคานทั้งหมด

ในการสร้างไดอะแกรมของแรงเฉือนจะต้องอาศัยค่าจำกัดความของแรงเฉือนในแนวดิ่งพร้อมทั้ง
เครื่องหมาย ดูรูปที่ 2.11 (ก) และ (ข)



รูปที่ 2.11 (ก) แสดงการสร้างไดอะแกรมของแรงเฉือนของคานที่มีน้ำหนักกระทำเป็นจุด

	ใบเนื้อหา (Information Sheet)		หน่วยที่ 2
	ชื่อรายวิชา	กลศาสตร์วิศวกรรม รหัสรายวิชา 30100-0101	สัปดาห์ที่ 3-11
	ระดับชั้น	ปวส. สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง	จำนวนคาบ 3
	ชื่อหน่วย	แรงปฏิกิริยา แรงเฉือนและโมเมนต์คดในคาน	แผ่นที่ 14

จากรูป แรงปฏิกิริยา R_1 และ R_2 จะมีค่าเท่ากัน จากรูปที่ 5.11 (ก)

$$R_1 = R_2 = \frac{P}{2}$$

คิกจากซ้ายไปขวา

$$V_A = R_1 = +\frac{P}{2}$$

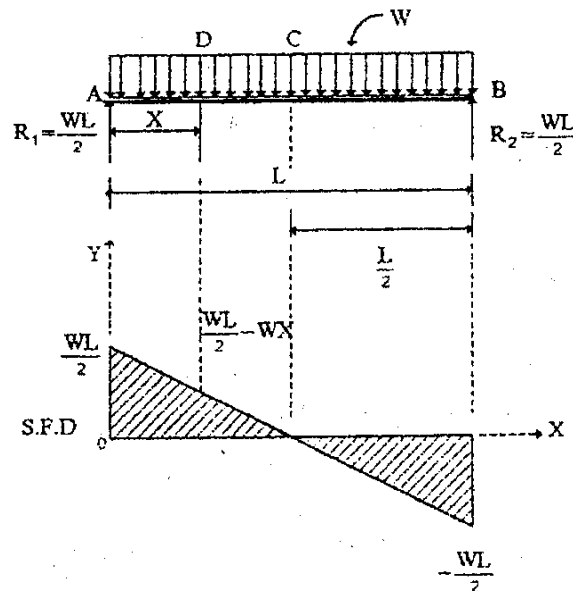
$$V_D = R_1 = +\frac{P}{2}$$

จะเห็นได้ว่าจากช่วง A ไปถึง C (จนถึง C เล็กน้อย) ไม่มีน้ำหนักกระทำเลย ดังนั้นแรงเฉือนในแนวดิ่งในช่วงนี้จะคงที่ คือ เท่ากันตลอดและมีค่าเป็น $+\frac{P}{2}$

$$V_C = +\frac{P}{2} - P = -\frac{P}{2}$$

และในช่วง C ถึง B ไม่มีน้ำหนักกระทำ ดังนั้นแรงเฉือนจะคงที่ไปจนถึงจุด B เมื่อรวมกับแรงปฏิกิริยา R_2 จะได้ไดอะแกรมของแรงเฉือนของคานทุกตัว ก็จะเป็นรูปปิดเสมอ

สรุปได้ว่าไดอะแกรมของแรงเฉือนของคานที่มีน้ำหนักกระทำเป็นจุด จะได้เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า



รูปที่ 2.11 (ข) แสดงไดอะแกรมของแรงเฉือนของคานที่มีน้ำหนักกระทำสม่ำเสมอ

จากรูป แรงปฏิกิริยา R_1 และ R_2 จะมีค่าเท่ากัน จากรูปที่ 5.11 (ข)

	ใบเนื้อหา (Information Sheet)		หน่วยที่ 2
	ชื่อรายวิชา	กลศาสตร์วิศวกรรม รหัสรายวิชา 30100-0101	สัปดาห์ที่ 3-11
	ระดับชั้น	ปวส. สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง	จำนวนคาบ 3
	ชื่อหน่วย	แรงปฏิกิริยา แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดในคาน	แผ่นที่ 15

$$R_1 = R_2 = \frac{WL}{2}$$

คิกจากซ้ายไปขวา

$$V_A = +\frac{WL}{2}$$

$$V_D = +\frac{WL}{2} - WX \text{ (ซึ่งเป็นสมการของเส้นตรงเฉียงลง)}$$

จะเห็นได้ว่าในกรณีของน้ำหนักกระทำแบบสม่ำเสมอ เมื่อคิดค่าของแรงเฉือนในแนวตั้ง ที่เลยออกจากจุด A ไป น้ำหนักบรรทุกทุกจะกดลงมามาตลอดความยาวคาน ดังนั้น จึงทำให้ได้อะแกรมของแรงเฉือนมีลักษณะเฉียงลงเสมอ

ที่จุดกึ่งกลางคาน C เมื่อ X มีค่าเท่ากับ $\frac{L}{2}$

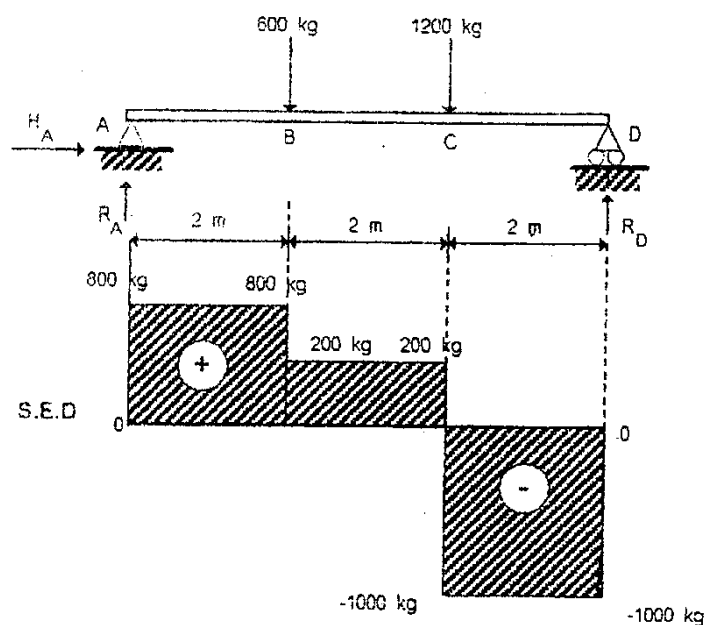
$$V_C = +\frac{WL}{2} - W \cdot \frac{L}{2}$$

$$V_B \text{ (ก่อนรวมกับแรงปฏิกิริยา } R_2) = +\frac{WL}{2} - W \cdot L = -\frac{WL}{2}$$

เมื่อรวมกับแรงปฏิกิริยา R_2 (เท่ากับ $+\frac{WL}{2}$) จะได้ได้อะแกรมของแรงเฉือนเป็นรูปปิดพอดี

2.2.4 การคำนวณค่าแรงเฉือนและเขียนไดอะแกรมของแรงเฉือนในคาน

ตัวอย่างที่ 1 จงวิเคราะห์หา Reaction ของคาน และเขียน S.F.D



	ใบเนื้อหา (Information Sheet)		หน่วยที่ 2
	ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม	รหัสรายวิชา 30100-0101	สัปดาห์ที่ 3-11
	ระดับชั้น ปวส.	สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง	จำนวนคาบ 3
	ชื่อหน่วย	แรงปฏิกิริยา แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดในคาน	แผ่นที่ 16

วิธีทำ

$$\Sigma H = 0 ; H_A = 0$$

$$\Sigma V = 0 ; R_A + R_D = 600 + 1200 = 1800 \text{ kg}$$

Reaction. $\Sigma M_A = 0$

$$6R_D = (600 \times 2) + (1200 \times 4) \quad 2 \times 1800 = 1800$$

$$R_D = 1000 \text{ kg}$$

$$R_A = 800 \text{ kg}$$

หาแรงเฉือนที่จุดต่าง ๆ S.F.D. $\rightarrow$ ขวา
1

$$V_A \text{ ซ้าย} = 0$$

$$V_A \text{ ขวา} = 800 \text{ kg}$$

$$V_B \text{ ซ้าย} = 800 \text{ kg}$$

$$V_B \text{ ขวา} = 800 - 600 = 200 \text{ kg}$$

$$V_C \text{ ซ้าย} = 200 \text{ kg}$$

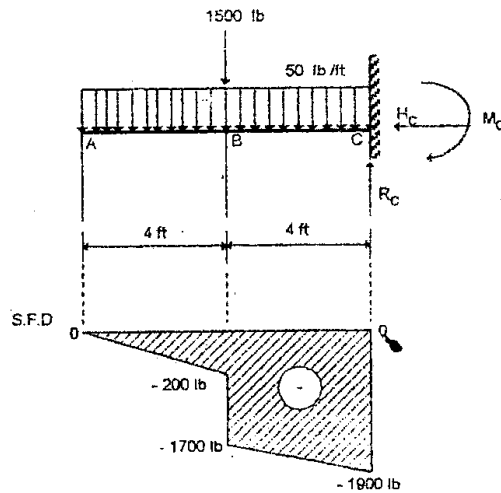
$$V_C \text{ ขวา} = 200 - 1200 = -1000 \text{ kg}$$

$$V_D \text{ ซ้าย} = -1000 \text{ kg}$$

$$V_D \text{ ขวา} = -1000 + 1000 = 0$$

	ใบเนื้อหา (Information Sheet)		หน่วยที่ 2
	ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม	รหัสรายวิชา 30100-0101	สัปดาห์ที่ 3-11
	ระดับชั้น ปวส.	สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง	จำนวนคาบ 3
	ชื่อหน่วย แรงปฏิกิริยา แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดในคาน		แผ่นที่ 17

ตัวอย่างที่ 2 จงวิเคราะห์หา Reaction ของคาน และเขียน S.F.D



วิธีทำ

Reaction. $\Sigma H = 0; H_c = 0$

$\Sigma V = 0$

$R_c = 1500 + (50 \times 8) = 1900 \text{ lb}$

$\Sigma M_c = 0$

$M_c = (50 \times 8 \times 4) + (1500 \times 4) = 7600 \text{ lb}\cdot\text{ft}$

$V_{B \text{ ขวา}} = -200 - 1500 = -1700 \text{ lb}$

$V_{C \text{ ซ้าย}} = -1700 - 200 = -1900 \text{ lb}$

$V_{C \text{ ขวา}} = -1900 + 1900 = 0$



ใบเนื้อหา (Information Sheet)

หน่วยที่ 2

ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม

รหัสรายวิชา 30100-0101

สัปดาห์ที่ 3-11

ระดับชั้น ปวส.

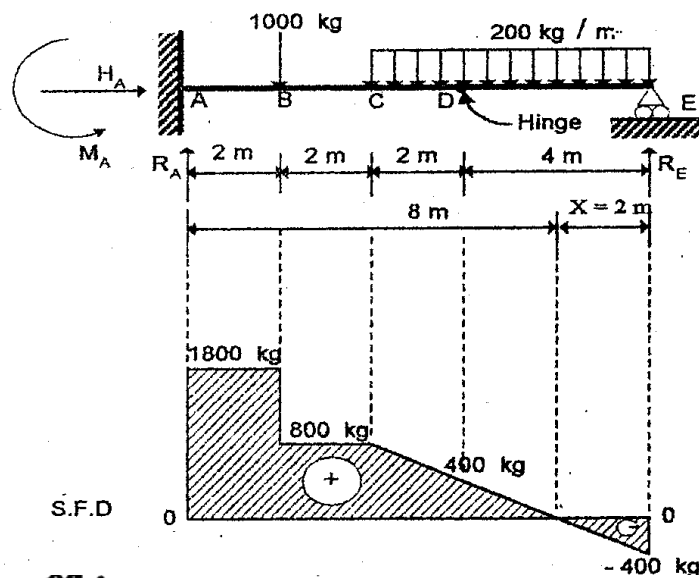
สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง

จำนวนคาบ 3

ชื่อหน่วย แรงปฏิกิริยา แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดในคาน

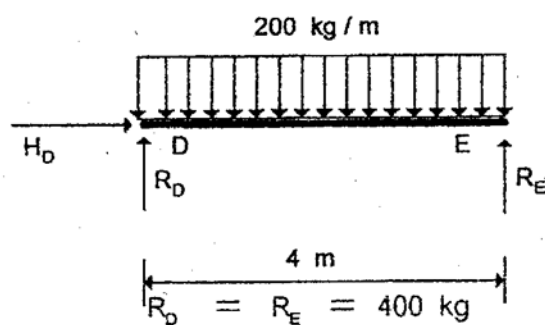
แผ่นที่ 18

ตัวอย่างที่ 3 จงวิเคราะห์หา Reaction ของคาน และเขียน S.F.D

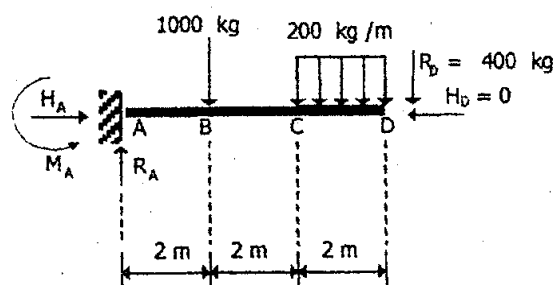


วิธีทำ

พิจารณาส่วน DE



พิจารณาส่วน ABCD



	ใบเนื้อหา (Information Sheet)		หน่วยที่ 2
	ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม	รหัสรายวิชา 30100-0101	สัปดาห์ที่ 3-11
	ระดับชั้น ปวส.	สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง	จำนวนคาบ 3
	ชื่อหน่วย	แรงปฏิกิริยา แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดในคาน	แผ่นที่ 19

หาแรงเฉือน คิดจากซ้ายไปขวา

$$V_A \text{ ซ้าย} = 0$$

$$V_A \text{ ขวา} = 1800 \text{ kg}$$

$$V_B \text{ ซ้าย} = 1800 \text{ kg}$$

$$V_B \text{ ขวา} = 1800 - 1000 = 800 \text{ kg}$$

$$V_C = 800 \text{ kg}$$

$$V_D = 800 - (200 \times 2) = 400 \text{ kg}$$

$$V_E \text{ ซ้าย} = 400 - (200 \times 4) = -400 \text{ kg}$$

$$V_E \text{ ขวา} = -400 + 400 = 0$$

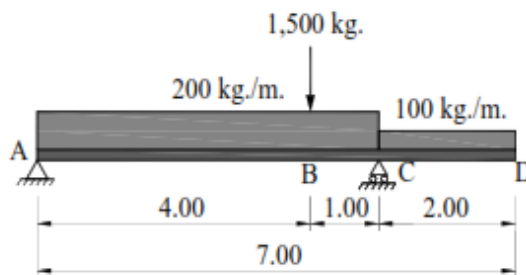
ระยะ $V = 0$ คิดจากขวาไปซ้าย

$$200X = 400$$

$$X = \frac{400}{200} = 2 \text{ m}$$

	ใบเนื้อหา (Information Sheet)		หน่วยที่ 2
	ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม	รหัสรายวิชา 30100-0101	สัปดาห์ที่ 3-11
	ระดับชั้น ปวส.	สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง	จำนวนคาบ 3
	ชื่อหน่วย แรงปฏิกิริยา แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดในคาน		แผ่นที่ 20

ตัวอย่างที่ 4 จงวิเคราะห์หา Reaction ของคาน และเขียน S.F.D



$$\Sigma M_C = 0 \quad ; \quad \curvearrowright +$$

$$(R_{Ay} \times 5) - (200 \times 5 \times 2.5) - (1,500 \times 1) + (100 \times 2 \times 1) = 0$$

$$5 R_{Ay} - 2,500 - 1,500 + 200 = 0$$

$$5 R_{Ay} = 2,500 + 1,500 - 200$$

$$R_{Ay} = \frac{3,800}{5}$$

$$\therefore R_{Ay} = 760 \text{ kg.} \uparrow$$

$$\Sigma M_A = 0 \quad ; \quad \curvearrowright +$$

$$(200 \times 5 \times 2.5) + (1,500 \times 4) + (100 \times 2 \times 6) - (R_{Cy} \times 5) = 0$$

$$2,500 + 6,000 + 1,200 - 5 R_{Cy} = 0$$

$$2,500 + 6,000 + 1,200 = 5 R_{Cy}$$

$$R_{Cy} = \frac{9,700}{5}$$

$$\therefore R_{Cy} = 1,940 \text{ kg.} \uparrow$$

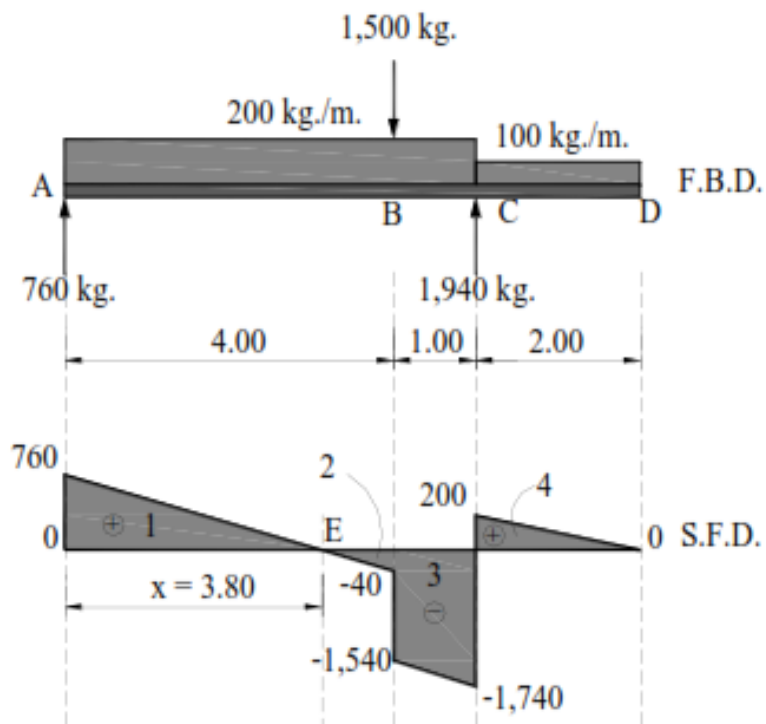
ตรวจสอบ

$$\Sigma F_y = 0 \quad ; \quad \uparrow +$$

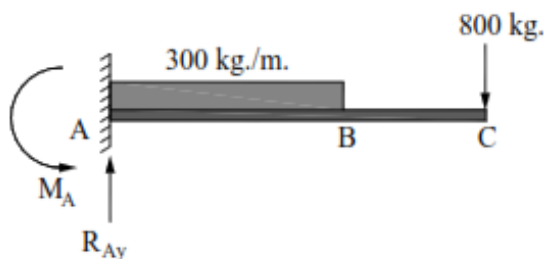
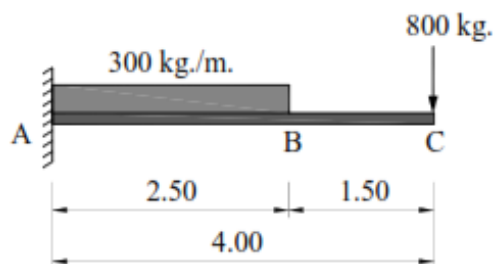
$$760 + 1,940 - 1,000 - 1,500 - 200 = 0$$

$$0 = 0 \quad \text{OK.}$$

	ใบเนื้อหา (Information Sheet)		หน่วยที่ 2
	ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม	รหัสรายวิชา 30100-0101	สัปดาห์ที่ 3-11
	ระดับชั้น ปวส.	สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง	จำนวนคาบ 3
	ชื่อหน่วย	แรงปฏิกิริยา แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดในคาน	แผ่นที่ 21



ตัวอย่างที่ 5 จงวิเคราะห์หา Reaction ของคาน และเขียน S.F.D



	ใบเนื้อหา (Information Sheet)		หน่วยที่ 2
	ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม	รหัสรายวิชา 30100-0101	สัปดาห์ที่ 3-8
	ระดับชั้น ปวส.	สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง	จำนวนคาบ 3
	ชื่อหน่วย	แรงปฏิกิริยา แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดในคาน	แผ่นที่ 22

$$\Sigma F_y = 0 ; \uparrow +$$

$$R_{Ay} - (300 \times 2.50) - 800 = 0$$

$$R_{Ay} - 750 - 800 = 0$$

$$R_{Ay} = 750 + 800$$

$$\therefore R_{Ay} = 1,550 \text{ kg.} \uparrow$$

$$\Sigma M_A = 0 ; \curvearrowright +$$

$$(300 \times 2.50 \times 1.25) + (800 \times 4) - M_A = 0$$

$$937.5 + 3,200 - M_A = 0$$

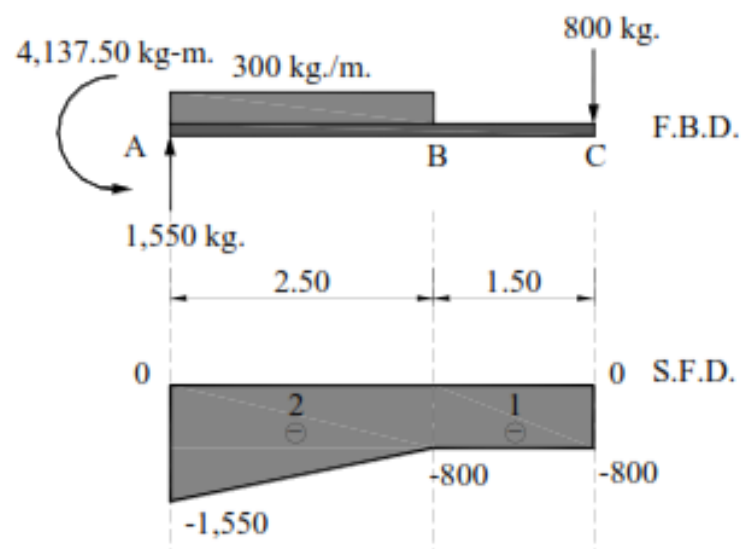
$$\therefore M_A = 4,137.50 \text{ kg-m.}$$

ตรวจสอบ

$$\Sigma F_y = 0 ; \uparrow +$$

$$1,550 - 750 - 800 = 0$$

$$0 = 0 \quad \text{O.K.}$$



	ใบเนื้อหา (Information Sheet)		หน่วยที่ 2
	ชื่อรายวิชา	กลศาสตร์วิศวกรรม รหัสรายวิชา 30100-0101	สัปดาห์ที่ 3-11
	ระดับชั้น	ปวส. สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง	จำนวนคาบ 3
	ชื่อหน่วย	แรงปฏิกิริยา แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดในคาน	แผ่นที่ 23

2.3 โมเมนต์ดัดในคาน

2.3.1 ความหมายของโมเมนต์ดัดในคาน

โมเมนต์ดัดในคาน หมายถึง โมเมนต์ที่พยายามดัดหรือหมุนส่วนของโครงสร้างให้โค้งหรือโก่ง โมเมนต์ดัด ณ หน้าที่ตัดใดหน้าตัดหนึ่งของคานจะเกิดจากการรวม (ทางพีชคณิต) ของโมเมนต์ที่ได้จากการกระทำของแรงหรือน้ำหนักภายนอก ที่อยู่ด้านใดด้านหนึ่งของหน้าตัดรอบแกนที่ตั้งฉากกับระนาบของแรงซึ่งผ่านศูนย์กลางของหน้าตัดนั้น

ไดอะแกรมของโมเมนต์ดัด (Bending Moment Diagram) เขียนย่อว่า B.M.D. คือ แผนภาพที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างโมเมนต์ดัดกับความยาวของคานนั้น โดยที่มีจุดทางด้านซ้ายมือสุดของคานเป็นจุดเริ่มต้น ค่าทางแกน X จะเป็นระยะที่วัดไปตามความยาวของคานนั้น ตั้งแต่ทางด้านซ้ายมือจนถึงทางด้านขวามือสุดของคานนั้นและค่าทางแกน Y จะเป็นค่าของโมเมนต์ดัดที่หน้าตัดใดๆของคานนั้น

2.3.2 การคิดเครื่องหมายของโมเมนต์ดัด

ในการพิจารณาเครื่องหมายของโมเมนต์ดัดนั้น เราจะพิจารณาได้โดยให้โมเมนต์ดัดใดก็ตามที่ทำให้คานเกิดการแอ่นตัวหรือโก่งลงด้านล่าง คือ เกิดอาการถูกดึงไปทางด้านล่างของคาน หรือเกิดอาการถูกอัดทางด้านบนของคาน ให้เป็นโมเมนต์ดัดบวก (+) ได้แก่ โมเมนต์ดัดของคานช่วงเดียว เป็นต้น และถ้าโมเมนต์ดัดใดๆ ก็ตามที่ทำให้คานนั้นโก่งขึ้นด้านบน คือ เกิดอาการถูกดึงทางด้านบนของคาน หรือเกิดอาการถูกอัดทางด้านล่างของคานให้เป็นโมเมนต์ดัดลบ (-) ได้แก่ โมเมนต์ของคานยื่น เป็นต้น



ก. แสดงโมเมนต์ดัดเป็นบวก



ข. แสดงโมเมนต์ดัดเป็นลบ

รูปที่ 2.12 แสดงการคิดเครื่องหมายของโมเมนต์ดัด

	ใบเนื้อหา (Information Sheet)		หน่วยที่ 2
	ชื่อรายวิชา	กลศาสตร์วิศวกรรม รหัสรายวิชา 30100-0101	สัปดาห์ที่ 3-11
	ระดับชั้น	ปวส. สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง	จำนวนคาบ 3
	ชื่อหน่วย	แรงปฏิกิริยา แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดในคาน	แผ่นที่ 24

2.3.3 วิธีวิเคราะห์โมเมนต์ดัด

1) คำนวณหาแรงปฏิกิริยาของคาน

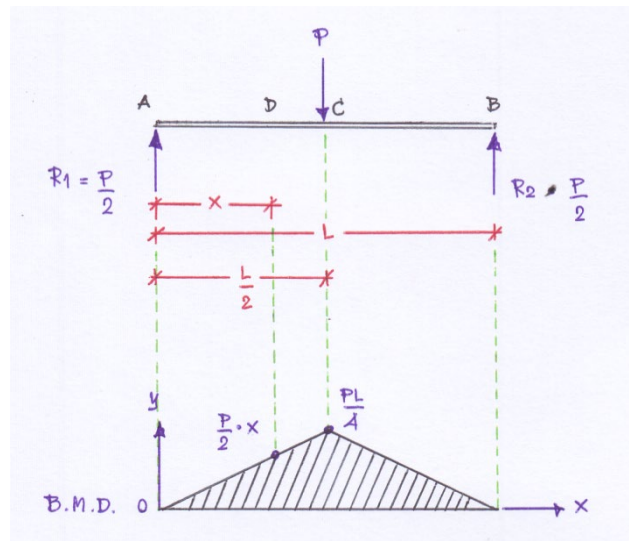
2) คำนวณหาโมเมนต์ดัด (Bending Moment) โดยอาศัยหลัก

2.1) ถ้าคิดส่วนซ้ายของคาน โมเมนต์ตามเป็นบวก โมเมนต์ทวนเป็นลบ

2.2) ถ้าคิดส่วนขวาของคาน โมเมนต์ตามเป็นลบ โมเมนต์ทวนเป็นบวก

3) ใช้มาตราส่วนของโมเมนต์ดัด เขียนไดอะแกรมของโมเมนต์ดัด (Bending Moment Diagram) ของคานทั้งหมด

ในการสร้างไดอะแกรมของโมเมนต์ดัด จะต้องอาศัยค่าจำกัดความของโมเมนต์ดัดพร้อมทั้งเครื่องหมายเพื่อที่จะหาค่าโมเมนต์ดัดตามจุดต่างๆ จากรูปที่ 2.13 และ



รูปที่ 2.13 แสดงไดอะแกรมของโมเมนต์ดัดที่กระทำเป็นจุด

จากรูป คิดจากทางซ้ายไปขวา จากรูปที่ 2.13

$$M_A = 0$$

$$M_D = \frac{P}{2} \cdot x \quad (\text{ซึ่งเป็นสมการเส้นตรงเฉียง})$$

ที่กึ่งกลางคานจุด C เมื่อ x มีค่าเท่ากับ $\frac{L}{2}$

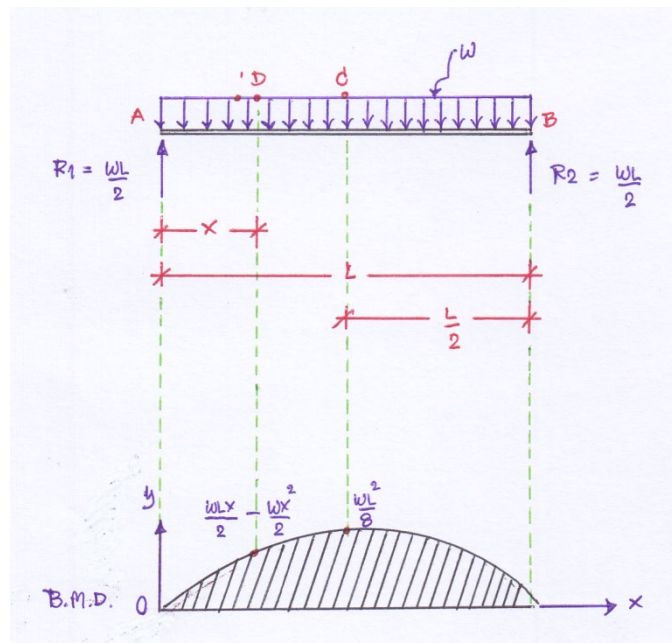
	ใบเนื้อหา (Information Sheet)		หน่วยที่ 2
	ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม	รหัสรายวิชา 30100-0101	สัปดาห์ที่ 3-11
	ระดับชั้น ปวส.	สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง	จำนวนคาบ 3
	ชื่อหน่วย	แรงปฏิกิริยา แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดในคาน	แผ่นที่ 25

$$M_C = \frac{P}{2} \cdot \frac{L}{2} = \frac{PL}{4}$$

ซึ่งเป็นค่าโมเมนต์ดัดมากที่สุด สำหรับคานตัวนี้

$$M_B = 0$$

สรุปได้ว่า ไดอะแกรมของโมเมนต์ดัดของคานที่มีน้ำหนักกระทำเป็นจุดจะได้รูปเส้นตรงเฉียง



รูปที่ 2.14 แสดงไดอะแกรมของโมเมนต์ดัดที่กระทำสม่ำเสมอ

จากรูป คิดจากทางซ้ายไปขวา ดูรูปที่ 2.14

$$M_A = 0$$

$$M_D = \frac{WL}{2} \cdot x - w \cdot x \cdot \frac{x}{2}$$

$$= \frac{WLx}{2} - \frac{Wx^2}{2} \quad (\text{ซึ่งเป็นสมการของพาราโบลาคว่ำ})$$

ที่กึ่งกลางคานจุด เมื่อ x มีค่าเท่ากับ $\frac{L}{2}$ จะได้

$$M_C = M_{\max}$$

	ใบเนื้อหา (Information Sheet)		หน่วยที่ 2
	ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม	รหัสรายวิชา 30100-0101	สัปดาห์ที่ 3-11
	ระดับชั้น ปวส.	สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง	จำนวนคาบ 3
	ชื่อหน่วย	แรงปฏิกิริยา แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดในคาน	แผ่นที่ 26

$$= \frac{WL}{2} \cdot \frac{L}{2} - W \cdot \frac{L}{2} \cdot \frac{L}{2} \cdot \frac{1}{2}$$

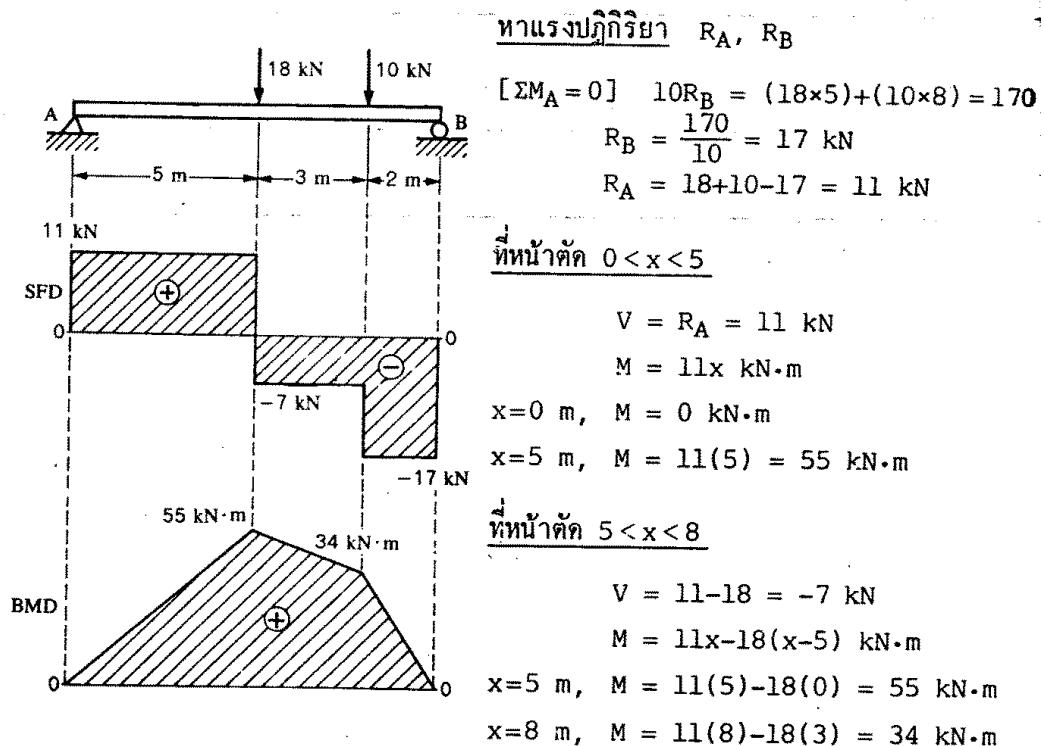
$$= \frac{WL^2}{4} - \frac{WL^2}{8}$$

$$= \frac{WL^2}{8}$$

$$M_B = 0$$

2.3.4 การคำนวณหาค่าโมเมนต์ดัดและเขียนไดอะแกรมของโมเมนต์ดัดในคาน

ตัวอย่างที่ 6 จงคำนวณหา Reaction และเขียน B.M.D.



หน้าตัด $8 < x < 10$

$$V = 11 - 18 - 10 = -17 \text{ kN}$$

$$M = 11x - 18(x - 5) - 10(x - 8) \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$x = 8 \text{ m}, M = 11(8) - 18(3) - 10(0) = 34 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$x = 10 \text{ m}, M = 11(10) - 18(5) - 10(2) = 0 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$\therefore$ โมเมนต์ดัดสูงสุดเท่ากับ 55 กิโลนิวตัน-เมตร
 กระทำที่จุดห่างจาก A เท่ากับ 5 เมตร ไปทางขวามือ



ใบเนื้อหา (Information Sheet)

หน่วยที่ 2

ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม

รหัสรายวิชา 30100-0101

สัปดาห์ที่ 3-11

ระดับชั้น ปวส.

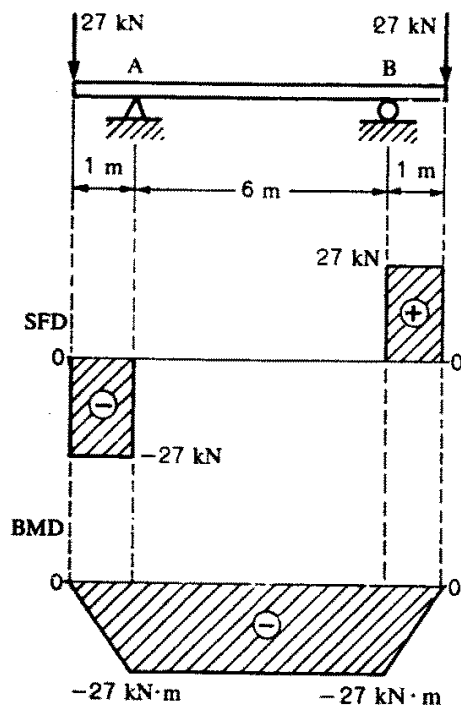
สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง

จำนวนคาบ 3

ชื่อหน่วย แรงปฏิกิริยา แรงเฉือนและโมเมนต์คัตในคาน

แผ่นที่ 27

ตัวอย่างที่ 7 จงคำนวณหา Reaction และเขียน B.M.D.



หาแรงปฏิกิริยา R_A, R_B

$$[\Sigma M_A = 0] \quad 6R_B = (27 \times 7) - (27 \times 1)$$

$$R_B = \frac{162}{6} = 27 \text{ kN}$$

$$\therefore R_A = 27 + 27 - 27 = 27 \text{ kN}$$

ที่หน้าคัต $0 < x < 1$

$$V = -27 \text{ kN}$$

$$M = -27x \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$x = 0 \text{ m}, \quad M = 0 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$x = 1 \text{ m}, \quad M = -27(1) = -27 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

ที่หน้าคัต $1 < x < 7$

$$V = -27 + 27 = 0$$

$$M = -27x + 27(x-1) \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$x = 1 \text{ m}, \quad M = -27(1) + 27(0) = -27 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$x = 7 \text{ m}, \quad M = -27(7) + 27(6) = -27 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

ที่หน้าคัต $7 < x < 8$

$$V = -27 + 27 + 27 = 27 \text{ kN}$$

$$M = -27x + 27(x-1) + 27(x-7) \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$x = 7 \text{ m}, \quad M = -27(7) + 27(6) + 27(0) = -27 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$x = 8 \text{ m}, \quad M = -27(8) + 27(7) + 27(1) = 0 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$\therefore$ โมเมนต์คัตสูงสุดเท่ากับ -27 กิโลนิวตัน·เมตร

กระทำที่จุดห่างจาก A ไปทางขวามือเท่ากับ 1 เมตร และ 7 เมตร

๓๖



ใบเนื้อหา (Information Sheet)

หน่วยที่ 2

ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม

รหัสรายวิชา 30100-0101

สัปดาห์ที่ 3-11

ระดับชั้น ปวส.

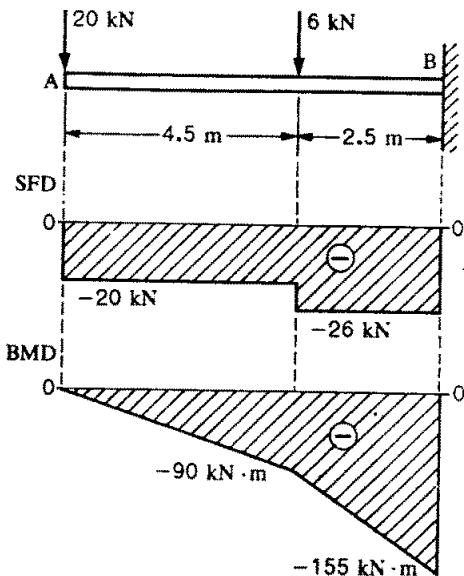
สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง

จำนวนคาบ 3

ชื่อหน่วย แรงปฏิกิริยา แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดในคาน

แผ่นที่ 28

ตัวอย่างที่ 8 จงคำนวณหา Reaction และเขียน B.M.D.



ที่หน้าตัด $0 < x < 4.5$

$$V = -20 \text{ kN}$$

$$M = -20x \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$x=0 \text{ m, } M = 0 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$x=4.5 \text{ m, } M = -20(4.5) = -90 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

ที่หน้าตัด $4.5 < x < 7$

$$V = -20 - 6 = -26 \text{ kN}$$

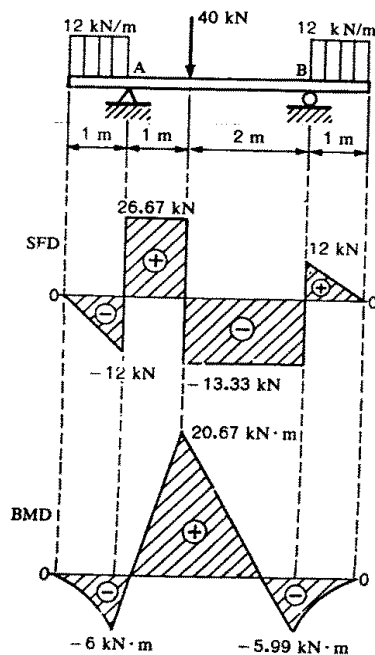
$$M = -20x - 6(x - 4.5) \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$x=4.5 \text{ m, } M = -20(4.5) - 6(0) = -90 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$x=7 \text{ m, } M = -20(7) - 6(2.5) = -155 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

∴ โมเมนต์ดัดสูงสุดเท่ากับ -155 กิโลนิวตัน·เมตร กระทำที่จุด B

ตัวอย่าง



หาแรงปฏิกิริยา R_A, R_B

$$[\Sigma M_A = 0]$$

$$3R_B = (40 \times 1) + (12 \times 3.5) -$$

$$R_B = \frac{76}{3} = 25.33 \text{ kN}$$

$$\therefore R_A = 40 + 12 + 12 - 25.33 = 38.67 \text{ kN}$$

ที่หน้าตัด $0 < x < 1$

$$V = -12x \text{ kN}$$

$$x=0 \text{ m, } V = 0 \text{ kN}$$

$$x=1 \text{ m, } V = -12(1) = -12 \text{ kN}$$

$$M = -12x \left(\frac{x}{2} \right) = -6x^2 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$x=0 \text{ m, } M = 0 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$x=1 \text{ m, } M = -6(1)^2 = -6 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

ที่หน้าตัด $1 < x < 2$

$$V = 38.67 - 12 = 26.67 \text{ kN}$$

$$M = 38.67(x-1) - 12(x-0.5) \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$x=1 \text{ m, } M = 38.67(0) - 12(0.5) = -6 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$x=2 \text{ m, } M = 38.67(1) - 12(1.5)$$

$$= 20.67 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

	ใบเนื้อหา (Information Sheet)		หน่วยที่ 2
	ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม	รหัสรายวิชา 30100-0101	สัปดาห์ที่ 3-11
	ระดับชั้น ปวส.	สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง	จำนวนคาบ 3
	ชื่อหน่วย	แรงปฏิกิริยา แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดในคาน	แผ่นที่ 29

หน้าตัด $2 < x < 4$

$$V = 38.67 - 12 - 40 = -13.33 \text{ kN}$$

$$M = 38.67(x-1) - 12(x-0.5) - 40(x-2) \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$x=2 \text{ m}, M = 20.67 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$x=4 \text{ m}, M = 38.67(3) - 12(3.5) - 40(2) = -5.99 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

หน้าตัด $4 < x < 5$

$$V = 38.67 + 25.33 - 12 - 40 - 12(x-4) \text{ kN}$$

$$x=4 \text{ m}, V = 38.67 + 25.33 - 12 - 40 - 12(0) = 12 \text{ kN}$$

$$x=5 \text{ m}, V = 38.67 + 25.33 - 12 - 40 - 12(1) = 0 \text{ kN}$$

$$M = 38.67(x-1) + 25.33(x-4) - 12(x-0.5) - 40(x-2) - 6(x-4)^2 \text{ kN}\cdot\text{m}$$



ใบเนื้อหา (Information Sheet)

หน่วยที่ 2

ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม

รหัสรายวิชา 30100-0101

สัปดาห์ที่ 3-11

ระดับชั้น ปวส.

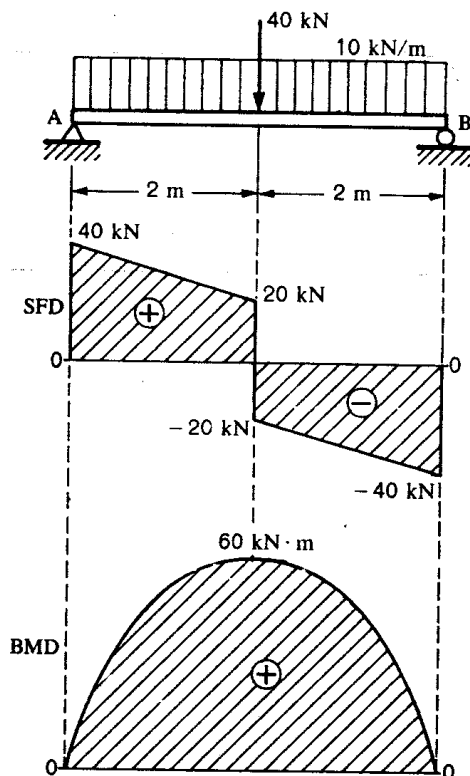
สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง

จำนวนคาบ 3

ชื่อหน่วย แรงปฏิกิริยา แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดในคาน

แผ่นที่ 30

ตัวอย่างที่ 10 จงคำนวณหา Reaction และเขียน B.M.D.



$$[\Sigma M_A = 0]$$

$$4R_B = (40 \times 2) + (10 \times 4 \times 2)$$

$$R_B = \frac{160}{4} = 40 \text{ kN}$$

$$\therefore R_A = 40 + (10 \times 4) - 40 = 40 \text{ kN}$$

หน้าตัด $0 < x < 2$

$$V = 40 - 10x \text{ kN}$$

$$x = 0 \text{ m}, V = 40 \text{ kN}$$

$$x = 2 \text{ m}, V = 40 - 10(2) = 20 \text{ kN}$$

$$M = 40(x) - \frac{10}{2}(x)^2 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$x = 0 \text{ m}, M = 0 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$x = 2 \text{ m}, M = 40(2) - 5(2)^2 = 60 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

หน้าตัด $2 < x < 4$

$$V = 40 - 40 - 20 - 10(x - 2) \text{ kN}$$

$$x = 2 \text{ m}, V = 40 - 40 - 20 - 10(0) = -20 \text{ kN}$$

$$x = 4 \text{ m}, V = 40 - 40 - 20 - 10(2) = -40 \text{ kN}$$

$$M = 40x - 40(x - 2) - 20(x - 1) - \frac{10}{2}(x - 2)^2$$

$$x = 2 \text{ m}, M = 40(2) - 40(0) - 20(1) - 5(0)^2 = 60 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$x = 4 \text{ m}, M = 40(4) - 40(2) - 20(3) - 5(2)^2 = 0 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$\therefore$ โมเมนต์ดัดสูงสุดเท่ากับ 60 กิโลนิวตัน·เมตร กระทำที่กึ่งกลางคาน

ตอบ

	ใบเนื้อหา (Information Sheet)		หน่วยที่ 2
	ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม	รหัสรายวิชา 30100-0101	สัปดาห์ที่ 3-11
	ระดับชั้น ปวส.	สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง	จำนวนคาบ 3
	ชื่อหน่วย แรงปฏิกิริยา แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดในคาน		แผ่นที่ 31

ตัวอย่างที่ 11 จงคำนวณหา Reaction และเขียน B.M.D.

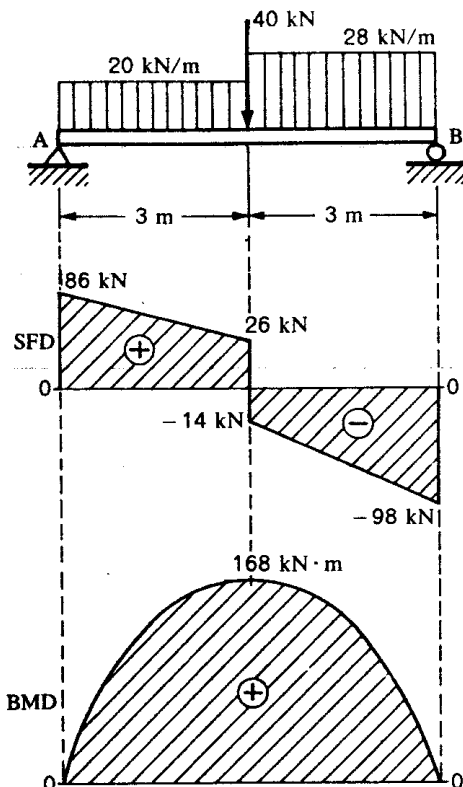
แรงปฏิกิริยา R_A, R_B

$$\sum M_A = 0$$

$$6R_B = (20 \times 3 \times 1.5) + (40 \times 3) + (28 \times 3 \times 4.5)$$

$$R_B = \frac{588}{6} = 98 \text{ kN}$$

$$\therefore R_A = 60 + 40 + 84 - 98 = 86 \text{ kN}$$



หน้าตัด $0 < x < 3$

$$V = 86 - 20x \text{ kN}$$

$$x = 0 \text{ m}, V = 86 \text{ kN}$$

$$x = 3 \text{ m}, V = 86 - 20(3) = 26 \text{ kN}$$

$$M = 86x - \frac{20}{2}(x)^2 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$x = 0 \text{ m}, M = 0 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$x = 3 \text{ m}, M = 86(3) - 10(3)^2 = 168 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

หน้าตัด $3 < x < 6$

$$V = 86 - 60 - 40 - 28(x - 3) \text{ kN}$$

$$x = 3 \text{ m}, V = 86 - 60 - 40 - 28(0) = -14 \text{ kN}$$

$$x = 6 \text{ m}, V = 86 - 60 - 40 - 28(3) = -98 \text{ kN}$$

$$M = 86x - 60(x - 1.5) - 40(x - 3) - \frac{28}{2}(x - 3)^2 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$x = 3 \text{ m}, M = 86(3) - 60(1.5) - 40(0) - 14(0) = 168 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$x = 6 \text{ m}, M = 86(6) - 60(4.5) - 40(3) - 14(3)^2 = 0 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$\therefore$ โมเมนต์ดัดสูงสุดเท่ากับ 168 กิโลนิวตัน·เมตร กระทำที่กึ่งกลางคาน

ตอบ



ใบเนื้อหา (Information Sheet)

หน่วยที่ 2

ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม

รหัสรายวิชา 30100-0101

สัปดาห์ที่ 3-11

ระดับชั้น ปวส.

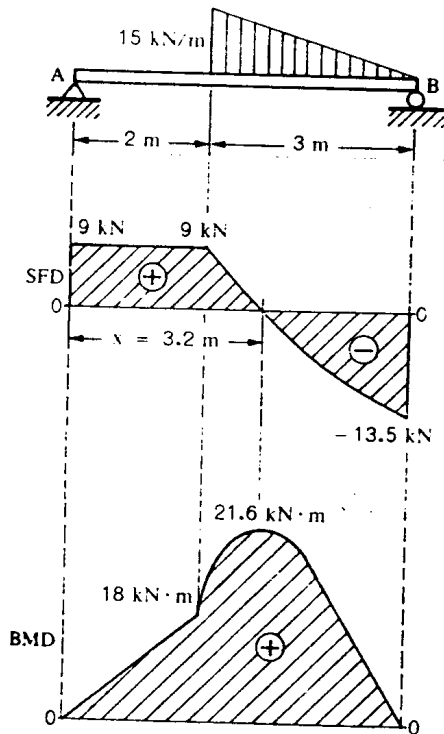
สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง

จำนวนคาบ 3

ชื่อหน่วย แรงปฏิกิริยา แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดในคาน

แผ่นที่ 32

ตัวอย่างที่ 12 จงคำนวณหา Reaction และเขียน B.M.D.



หาแรงปฏิกิริยา R_A, R_B

$$[\Sigma M_A = 0]$$

$$5R_B = \frac{1}{2} \times 15 \times 3 \left(2 + \frac{3}{3} \right)$$

$$R_B = \frac{67.5}{5} = 13.5 \text{ kN}$$

$$\therefore R_A = \frac{1}{2} \times 15 \times 3 - 13.5 = 9 \text{ kN}$$

ที่หน้าตัด $0 < x < 2$

$$V = R_A = 9 \text{ kN}$$

$$M = 9x \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$x = 0 \text{ m}, \quad V = 0 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$x = 2 \text{ m}, \quad M = 9(2) = 18 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

ที่หน้าตัด $2 < x < 5$

$$V = 9 - \frac{1}{2} \times 15(x-2) \text{ kN}$$

$$x = 2 \text{ m}, \quad V = 9 \text{ kN}$$

$$x = 5 \text{ m}, \quad V = 9 - 7.5(3) = -13.5 \text{ kN}$$

$$M = 9x - \frac{1}{2}(15)(x-2)\frac{2}{3}(x-2) \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$x = 2 \text{ m}, \quad M = 9(2) - 0 = 18 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$x = 5 \text{ m}, \quad M = 9(5) - \frac{1}{2}(15)(3)\frac{2}{3}(3) = 0 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

ระยะที่โมเมนต์ดัดสูงสุดที่ $SF = 0$

$$9 - 7.5(x-2) = 0$$

$$(x-2) = \frac{9}{7.5} = 1.2$$

$$x = 1.2 + 2 = 3.2 \text{ m}$$

$$M_{\max} = 9(3.2) - 5(3.2-2)^2 = 28.8 - 7.2$$

$$= 21.6 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

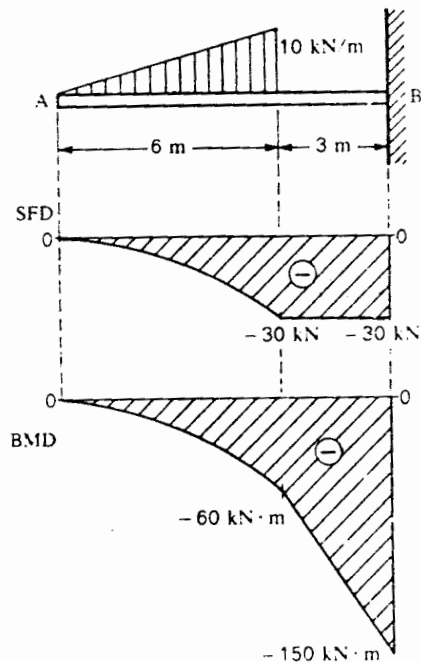
$\therefore$ โมเมนต์ดัดสูงสุดเท่ากับ 21.6 กิโลนิวตัน·เมตร

กระทำที่ตำแหน่งห่างจาก A ไปทางขวามือเท่ากับ 3.2 เมตร

ตอบ

	ใบเนื้อหา (Information Sheet)		หน่วยที่ 2
	ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม	รหัสรายวิชา 30100-0101	สัปดาห์ที่ 3-11
	ระดับชั้น ปวส.	สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง	จำนวนคาบ 3
	ชื่อหน่วย แรงปฏิกิริยา แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดในคาน		แผ่นที่ 33

ตัวอย่างที่ 13 จงคำนวณหา Reaction และเขียน B.M.D.



น้ำหนักทั้งหมดที่ตกลงบนคาน

$$W = \frac{1}{2} (6) (10) \\ = 30 \text{ kN}$$

พื่นหน้าตัด $0 < x < 6$

$$V = -\frac{1}{2} (x) \left(\frac{10x}{6} \right) \text{ kN}$$

$$x=0 \text{ m}, V = 0 \text{ kN}$$

$$x=6 \text{ m}, V = -\frac{1}{2} (6) \left(\frac{10}{6} \right) (6) \text{ kN} \\ = -30 \text{ kN}$$

$$M = -\frac{1}{2} (x) \left(\frac{10x}{6} \right) \left(\frac{1x}{3} \right) \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$x=0 \text{ m}, M = 0 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$x=6 \text{ m}, M = -\frac{1}{2} (6) \left(\frac{10}{6} \right) (6) \left(\frac{1}{3} \right) (6) \\ = -60 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

พื่นหน้าตัด $6 < x < 9$

$$V = -30 \text{ kN}$$

$$M = -30 \left[x - 6 \left(\frac{2}{3} \right) \right] \text{ kN}\cdot\text{m} \\ = -30(x-4) \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$x=6 \text{ m}, M = -30(6-4)$$

$$= -60 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$x=9 \text{ m}, M = -30(9-4)$$

$$= -150 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

∴ โมเมนต์ดัดสูงสุดเท่ากับ -150 กิโลนิวตัน·เมตร กระทำที่จุด B

ตอบ



ใบเนื้อหา (Information Sheet)

หน่วยที่ 2

ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม

รหัสรายวิชา 30100-0101

สัปดาห์ที่ 3-11

ระดับชั้น ปวส.

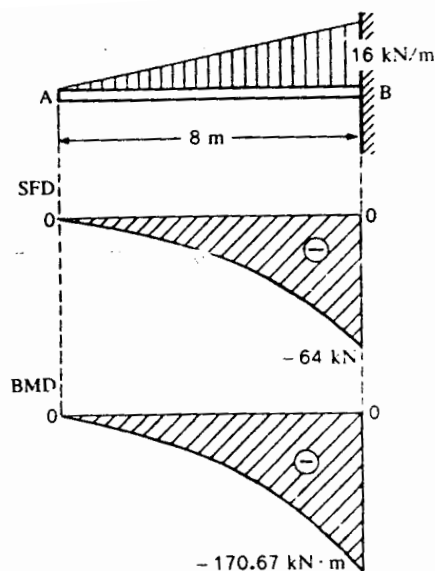
สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง

จำนวนคาบ 3

ชื่อหน่วย แรงปฏิกิริยา แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดในคาน

แผ่นที่ 34

ตัวอย่างที่ 14 จงคำนวณหา Reaction และเขียน B.M.D.



แรงทั้งหมดที่ลงบนคาน

$$W = \frac{1}{2}(16)(8) = 64 \text{ kN}$$

พิกัด 0 < x < 8

$$V = -\frac{1}{2}(x) \left[\frac{16x}{8} \right] = -(x)^2 \text{ kN}$$

$$x=0 \text{ m}, V = 0 \text{ kN}$$

$$x=8 \text{ m}, V = -(8)^2 = -64 \text{ kN}$$

$$M = -\frac{1}{2}(x) \left[\frac{16x}{8} \right] \left[\frac{x}{3} \right] = -\left[\frac{x^3}{3} \right] \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$x=0 \text{ m}, M = 0 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$x=8 \text{ m}, M = -170.67 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

∴ โมเมนต์ดัดสูงสุดเท่ากับ -170.67 กิโลนิวตัน·เมตร กระทำที่จุด B

กษช

	ใบเนื้อหา (Information Sheet)		หน่วยที่ 3
	ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม	รหัสรายวิชา 30100-0101	สัปดาห์ที่ 12-14
	ระดับชั้น ปวส.	สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง	จำนวนคาบ 3
	ชื่อหน่วย	แรงภายในชิ้นส่วนของโครงข้อหมุน	แผ่นที่ 1
3.1.1 ความหมายของโครงข้อหมุน โครงข้อหมุนหรือโครงถัก (Truss) มักนำมาใช้เป็นโครงสร้างช่วงยาว ๆ (Long – span Structures) เนื่องจากมีน้ำหนักเบา และมีการโก่งตัวน้อยเมื่อเทียบกับโครงสร้างประเภทอื่นที่มีช่วงยาวเท่ากัน โครงข้อหมุนเป็นโครงสร้างที่ประกอบขึ้นจากท่อนหรือแท่ง (Bars) และต่อยึดโยงกันที่ปลายของแต่ละชิ้นส่วนให้เป็นรูปสามเหลี่ยมย่อยหลาย ๆ รูปรวมกันจนกระทั่งได้เป็นโครงสร้างที่มีรูปร่างตามต้องการ และมีเสถียรภาพสามารถรับและถ่ายทอดแรงหรือน้ำหนักบรรทุกทุกที่กระทำไปยังฐานรองรับได้อย่างมีประสิทธิภาพ ชิ้นส่วนต่าง ๆ ที่นำมาประกอบเป็นโครงข้อหมุนอาจเป็น ท่อนไม้ หรือท่อนเหล็กที่มีหน้าตัดเป็นรูปต่าง ๆ เช่น รูปตัดกลม รูปตัดฉาก หรือรูปตัดตัวซี เป็นต้น ซึ่งอาจคดหรือแอ่นตัวบ้างโดยไม่เป็นท่อนตรงเสียทีเดียว แต่ในการวิเคราะห์ทางทฤษฎีจะถือว่าแต่ละชิ้นส่วนเป็นท่อนตรงตลอด ส่วนการต่อยึดที่ปลายของชิ้นส่วน ถ้าเป็นโครงไม้อาจยึดรอยต่อด้วย ตะปู หรือสลักเกลียว ในขณะที่โครงเหล็กจะใช้หมุดย้ำ หรือสลักเกลียวเป็นตัวยึดโดยอาศัยแผ่นปะกับ (Gusset Plate) ช่วย หรืออาจเชื่อมต่อชิ้นส่วนโดยตรง ซึ่งทำให้ข้อต่อสามารถต้านทานโมเมนต์ได้บ้าง แต่เพื่อให้การวิเคราะห์โครงข้อหมุนไม่ซับซ้อนเกินไป จึงสมมติว่าจุดหรือข้อต่อซึ่งถือเป็นจุดร่วมที่แนวแกนของแต่ละชิ้นส่วนต้องมาพบกันนี้เป็นแบบหมุดยึดหมุน (Pin) ที่สามารถหมุนได้อิสระไม่มีความฝืด แม้ว่าชิ้นส่วนของโครงข้อหมุนที่อยู่ระหว่างจุดหรือข้อต่ออาจต้องรับแรงหรือน้ำหนักบรรทุกทางขวางก็ตาม เช่น จากการวางแปเพื่อรองรับวัสดุฝัง หรือจากน้ำหนักคงที่ของชิ้นส่วนนั้น ในการวิเคราะห์ก็จะสมมติให้แรงหรือน้ำหนักบรรทุกภายนอกกระทำตรงจุดหรือข้อต่อเพียงอย่างเดียว ซึ่งภายใต้ข้อสมมติที่กล่าวข้างต้น ทำให้แรงภายในแต่ละชิ้นส่วนของโครงข้อหมุนเป็นแรงตามแนวแกนเพียงอย่างเดียว โดยอาจเป็นแรงดึง (Tension) หรือแรงอัด (Compression) ที่เกิดจากการกระทำของน้ำหนักบรรทุก หรือแรงภายนอกเป็นสำคัญ โครงข้อหมุนเป็นแบบโครง 3 มิติ ซึ่งต้องทำการวิเคราะห์แบบ 3 มิติ แต่โครงข้อหมุนบางประเภท เช่น โครงหลังคา หรือโครงสะพาน อาจจำลองให้เหลือเป็นโครงข้อหมุนแบบ 2 มิติได้ ที่เรียกว่า โครงข้อหมุนระนาบ (Plane Truss) โดยมีพฤติกรรมการรับน้ำหนักใกล้เคียงกับโครงสร้างจริง			

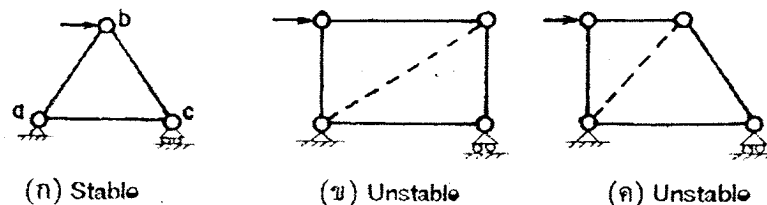
	ใบเนื้อหา (Information Sheet)		หน่วยที่ 3
	ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม	รหัสรายวิชา 30100-0101	สัปดาห์ที่ 12-14
	ระดับชั้น ปวส.	สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง	จำนวนคาบ 3
	ชื่อหน่วย	แรงภายในชิ้นส่วนของโครงข้อหมุน	แผ่นที่ 2

ฉะนั้น จึงทำให้การวิเคราะห์โครงข้อหมุนระนาบเพื่อหาแรงภายในที่แต่ละจุดหรือข้อต่อง่ายมากขึ้น เพราะใช้สมการสมดุลเพียง 2 สมการ คือ $\sum F_x = 0$ และ $\sum F_y = 0$

ในบทเรียนนี้จะกล่าวถึงการวิเคราะห์หาแรงภายในโครงข้อหมุนแบบ 2 มิติ เช่น โครงหลังคา และ โครงสะพาน เท่านั้น ส่วนการวิเคราะห์โครงข้อหมุนแบบ 3 มิติ ค่อนข้างยุ่งยากมากกว่า ไม่เหมาะที่จะวิเคราะห์แบบธรรมดาด้วยมือ (Hand Calculation) แต่หากใช้เครื่องคอมพิวเตอร์ช่วยวิเคราะห์ก็จะสะดวกรวดเร็วขึ้น ส่วนการเรียกชื่อก็จะใช้ชื่อเรียกโครงข้อหมุนเป็น โครงถัก (Truss) แทน เพราะชื่อนี้เป็นที่นิยมมากกว่าในวงการก่อสร้างทั่วไป

3.1.2 ความเสถียรภาพกับโครงข้อหมุน

โครงถักรูปสามเหลี่ยมดังแสดงในรูปที่ 3.1 (ก) ถือว่าเป็นโครงถักพื้นฐาน (Basic Truss Element) ซึ่งได้จากการนำชิ้นส่วนหลัก 3 ชิ้นมาประกอบ และต่อยึดที่ปลายของแต่ละชิ้นส่วน โครงถักพื้นฐานนี้มีเสถียรภาพและมั่นคง แม้ว่าการยึดที่ข้อต่อจะเป็นแบบหมุดยึดหมุนก็ตาม เพราะเมื่อมีแรงหรือน้ำหนักบรรทุกกระทำจะไม่มีการเปลี่ยนหรือเสียรูป ซึ่งต่างจากโครงถักที่แสดงในรูปที่ 3.1 (ข) และ (ค) ประกอบขึ้นจากชิ้นส่วน 4 ชิ้น โดยทำเป็นโครงรูปสี่เหลี่ยม และที่ข้อต่อเป็นแบบหมุดยึดหมุน แต่สังเกตว่าเมื่อโครงดังกล่าวรับแรงหรือน้ำหนักบรรทุกกระทำจะเกิดการ โย้และเสียรูปทันที ซึ่งถือว่าเป็นโครงที่ไร้เสถียรภาพไม่สามารถใช้รับแรง หรือน้ำหนักบรรทุกได้ เนื่องจากโครงถักดังกล่าวขาดชิ้นส่วนที่จำเป็น อย่างไรก็ดี หากนำชิ้นส่วนมาเสริมตามแนวเส้นประที่แสดง ซึ่งเป็นการทำให้โครงถักดังกล่าวประกอบด้วยโครงย่อยรูปสามเหลี่ยมสองรูป โครงถักทั้งสองนั้นจึงมีเสถียรภาพมั่นคงสามารถรับแรงหรือน้ำหนักบรรทุกได้ นั่นหมายความว่า โครงถักที่มีเสถียรภาพมั่นคงต้องเป็นโครงถักที่ประกอบขึ้นจากโครงย่อยรูปสามเหลี่ยมเสมอ



รูปที่ 3.1 ความเสถียรภาพกับโครงถัก

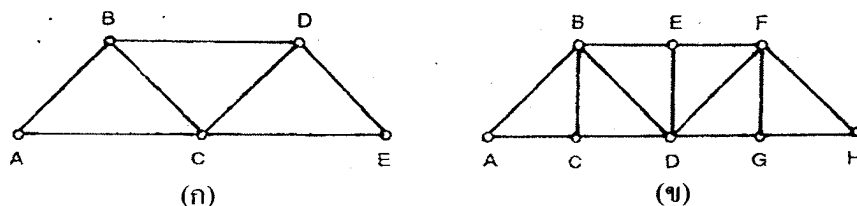
(วินิต ช่อวิเชียร. 2544)

	ใบเนื้อหา (Information Sheet)		หน่วยที่ 3
	ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม	รหัสรายวิชา 30100-0101	สัปดาห์ที่ 12-14
	ระดับชั้น ปวส.	สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง	จำนวนคาบ 3
	ชื่อหน่วย	แรงภายในชิ้นส่วนของโครงข้อหมุน	แผ่นที่ 3

3.2 ประเภทของโครงถัก

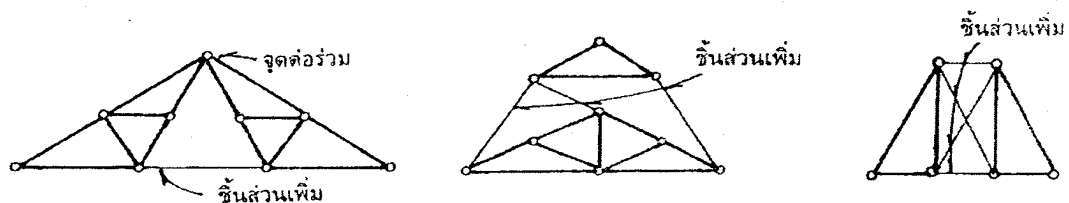
หากจำแนกตามลักษณะใช้งานอาจแบ่งเป็น โครงหลังคาสำหรับอาคาร และโครงสะพาน ที่ใช้น้ำหนักของรถยนต์ รถบรรทุก หรือขบวนรถไฟ แต่ในที่นี้จะจำแนกตามลักษณะการประกอบของโครงถักพื้นฐาน (Basic Truss) แบ่งได้เป็น 3 ประเภท คือ

3.2.1 โครงถักแบบธรรมดา (Simple Truss) เป็นโครงที่ประกอบขึ้นจากโครงถักพื้นฐาน และนำชิ้นส่วนมาต่อเพิ่มเป็นรูปสามเหลี่ยม และต่อขยายออกไปจนกระทั่งได้โครงที่มีรูปทรงตามต้องการและมีเสถียรภาพ ตัวอย่างเช่น จากโครงถักพื้นฐาน ABC จะต่อขยายออกไปเป็นโครงถัก ABDC ดังรูปที่ 3.2 (ก) โดยนำชิ้นส่วน BD และ CD มาต่อกันตรงจุด B และ จุด C ตามลำดับ ทำให้ได้ข้อต่อใหม่อีกหนึ่งข้อต่อ คือ ข้อต่อ D และหากประกอบในลักษณะนี้เรื่อยไป จะได้โครงถักที่มีรูปทรงตามที่ต้องการ เช่น โครงถัก ABDE หรือ ABFH ดังแสดงไว้ในรูปที่ 3.2 (ก) และ (ข) ตามลำดับ



รูปที่ 3.2 โครงถักแบบธรรมดา
(วินิต ช่อวิเชียร. 2544)

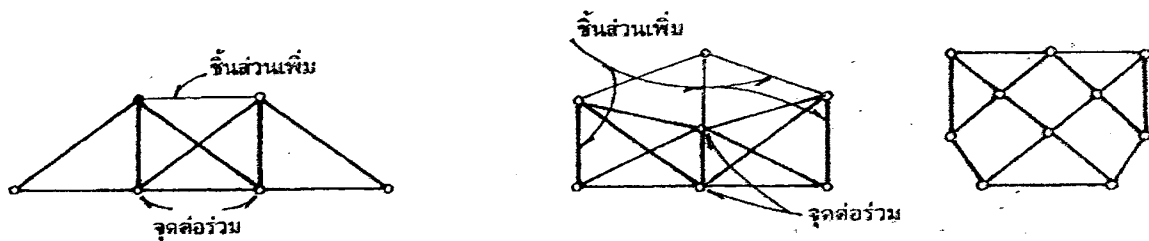
3.2.2 โครงถักแบบผสม (Compound Truss) เป็นโครงถักที่ได้จากการนำเอาโครงถักแบบธรรมดาตั้งแต่ 2 โครงขึ้นไปมาประกอบรวมกัน โดยอาจมีจุดต่อร่วมกันบางจุดและยึดโยงจุดต่อของโครงที่เหลื่อมเข้าด้วยกันโดยใช้ชิ้นส่วนเพิ่มเติม หรือ อาจไม่มีจุดต่อร่วมกันเลย แต่จะประกอบรวมกัน โดยใช้ชิ้นส่วนต่างหากมายึดโยงส่วนของโครงเข้าด้วยกัน ดังรูปที่ 3.3



รูปที่ 3.3 โครงถักแบบผสม
(วินิต ช่อวิเชียร. 2544)

	ใบเนื้อหา (Information Sheet)		หน่วยที่ 3
	ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม	รหัสรายวิชา 30100-0101	สัปดาห์ที่ 12-14
	ระดับชั้น ปวส.	สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง	จำนวนคาบ 3
	ชื่อหน่วย แรงภายในชิ้นส่วนของโครงข้อหมุน		แผนที่ 4

3.2.3 โครงถักแบบซับซ้อน (Complex Truss) หมายถึงโครงถักที่ไม่เป็นแบบธรรมดาหรือแบบผสม ดังที่กล่าวข้างต้น อาจได้จากการนำโครงถักแบบธรรมดามาซ้อนประกอบกัน และอาจยึดโยงด้วยชิ้นส่วนอื่นเพิ่มเติมให้เป็นโครงที่มีเสถียรภาพและมั่นคงทางเรขาคณิต ดังรูปที่ 3.4



รูปที่ 3.4 โครงถักแบบซับซ้อน
(วินิต ช่อวีเชียร. 2544)

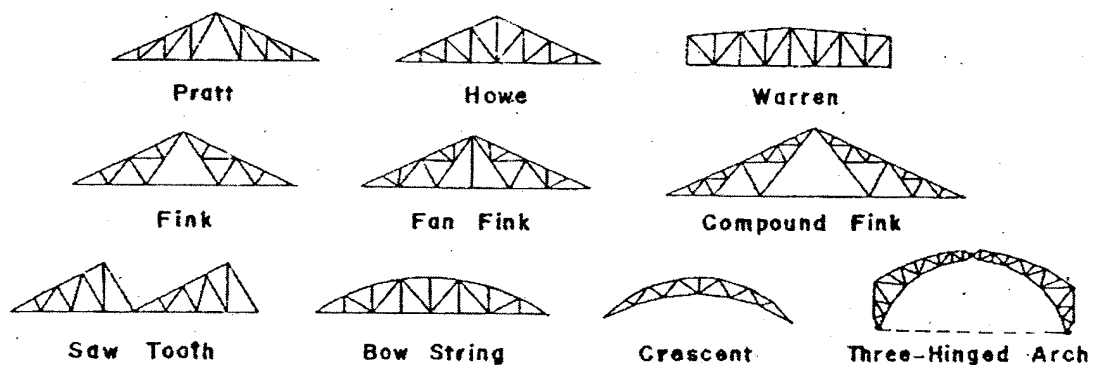
3.3 ชนิดของโครงถักที่ใช้กับโครงหลังคา

3.3.1. โครงหลังคา อาจเป็นโครงไม้หรือโครงเหล็ก แบบที่นิยมใช้สำหรับช่วงยาวปานกลาง และมีความลาดเอียงของหลังคาตามที่ต้องการคือ แบบเพรตต์ (Pratt) แบบโฮว์ (Howe) และแบบฟังก์ (Fink) แต่แบบโฮว์จะประหยัดน้อยกว่าแบบเพรตต์หรือแบบฟังก์ แบบฟังก์มักมีช่วงยาวมากกว่าและเปลืองวัสดุน้อยกว่าแบบเพรตต์ โครงถักแบบฟังก์อาจดัดแปลงเป็นแบบผสม (Compound Fink) หรือแบบพัด (Fan Fink) เมื่อต้องการให้โครงมีช่วงยาวมากขึ้น อย่างไรก็ตาม อาจดัดแปลงโครงเหล่านี้ได้อีก เช่น ทำคอร์ดล่างของโครงให้โค้งขึ้นเพื่อให้ช่วงกลางหรือเพดานสูงขึ้น ซึ่งเรียกว่าแบบเพรตต์โค้ง แบบโฮว์โค้ง หรือแบบฟังก์โค้ง เป็นต้น

สำหรับโครงหลังคาที่มีความชันน้อยหรือเกือบราบมักใช้แบบวอเรน (Warren) แต่ก็อาจนำแบบเพรตต์หรือแบบโฮว์มาใช้โดยให้คอร์ดบนของโครงมีความชันน้อยหรือเกือบราบก็ได้ โครงหลังคาแบบอื่น ได้แก่ แบบฟันเลื่อย (Saw Tooth) ที่มีเสาเกาะอยู่ข้างแต่ได้แสงสว่างดี โดยหันช่องแสงไปทางทิศเหนือเพื่อรับแสงสว่างตามธรรมชาติ ดังนั้น จึงมักเรียกว่าโครงหลังคาแบบแสงเหนือ ส่วนโครงหลังคาแบบคันธนู (Bow String) แบบพระจันทร์เสี้ยว (Crescent) เหมาะสำหรับทำเป็นโครงหลังคาสำหรับโรงรถหรือโรงซ่อมเครื่องบินขนาดเล็ก แต่อาจนำไปใช้เป็นโครงหลังคาสำหรับโรงงานอุตสาหกรรมขนาดเล็กหรืออาคารพาณิชย์ โครงโค้งอ้าย (Arch) เหมาะสำหรับโครงช่วงยาวมาก และต้องการยกช่วงกลางของโครงให้สูงขึ้น เช่น ใช้เป็นโรงยิมเนเซียม โรงละคร โรงแสดงนิทรรศการหรือสินค้า โปสท์ เป็นต้น โครงโค้งอ้ายที่แสดงในรูปที่ 3.5 เป็นแบบที่มีจุดยึดหมุนสามจุด (Three - Hinged Arch) โดยมีจุดยึดหมุนสองจุดที่ค่อมหรือฐานรอง และมีจุดยึดหมุนอีกหนึ่งจุดตรงจุดยอด (Crown) ของโค้ง จึงเป็นโครงสร้างแบบคิโทมินต์

	ใบเนื้อหา (Information Sheet)		หน่วยที่ 3
	ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม	รหัสรายวิชา 30100-0101	สัปดาห์ที่ 12-14
	ระดับชั้น ปวส.	สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง	จำนวนคาบ 3
	ชื่อหน่วย	แรงภายในชิ้นส่วนของโครงข้อหมุน	แผ่นที่ 5

แบบนี้อาจใช้ท่อนหรือแท่งยึดตรงฐานรอง (Tie Rod) เพื่อให้รับแรงปฏิกิริยาในแนวนอนที่เป็นแรงถีบ โครงโค้งห้าซที่เป็นแบบอินดีเทอมีเนต ได้แก่แบบที่มีจุดยึดหมุนเคลื่อนที่ไม่ได้สองจุดตรงฐานรอง (Two – Hinged Arch) หรือเมื่อฐานรองทั้งสองข้างเป็นแบบยึดแน่น (Fixed Arch) ดังแสดงไว้ในรูปที่ 3.5



รูปที่ 3.5 โครงหลังคาแบบต่างๆ

(วินิต ช่อวิเชียร. 2544)

3.3.2 โครงสะพาน โครงสะพานสมัยใหม่ที่พบเห็นในปัจจุบันมักเป็นสะพานขึง หรือสะพานแขวน หรือเป็นคานเหล็กประกอบที่ยึดต่อกันด้วยการเชื่อม (Welded Plate Girder) โครงสะพานแบบต่างๆ ในอดีตที่ใช้รับน้ำหนักของรถบรรทุก หรือรถไฟแสดงไว้ในรูปที่ 3.6 ส่วนใหญ่เป็นโครงเหล็ก ซึ่งต่อยึดด้วยหมุดย้ำ (Rivet) หรือสลักเกลียวกำลังสูง (High – Strength Bolt) ได้แก่ แบบเพรตต์ (Pratt) แบบโฮว์ (Howe) และแบบวอเรน (Warren) โดยชิ้นส่วนเฉียงทะแยง (Diagonal) จะเอียงทำมุมอยู่ระหว่าง 45 ถึง 60 องศากับแนวนอนเพื่อความประหยัด และมีคอร์ดบนและคอร์ดล่างขนานกัน ซึ่งเหมาะสำหรับสะพานช่วงยาวประมาณ 60 ถึง 70 เมตร แต่ต่อมานิยมใช้สะพานแบบวอเรนชนิดที่มีชิ้นส่วนตั้งด้วย (Warren with Verticals)

สำหรับสะพานช่วงยาวปานกลางก็อาจใช้โครงสะพานแบบที่คอร์ดบนและคอร์ดล่างขนานกันได้ แต่จะแบ่งชิ้นส่วน (Subdivided) ในแนวเฉียงทะแยงออกไป เพื่อให้สามารถรับแรงอัดได้มากขึ้น เช่น โครงสะพานแบบบัลติมอร์ (Baltimore) ที่ดัดแปลงจากโครงสะพานแบบเพรตต์ และโครงสะพานแบบวอเรนแบบแบ่งชิ้นส่วน (Subdivided Warren) แต่ก็อาจเลือกใช้โครงสะพานแบบที่คอร์ดบนและคอร์ดล่างไม่ขนานกัน เช่น โครงสะพานแบบปากเกอร์ (Parker) ซึ่งดัดแปลงจากแบบเพรตต์ทำให้สะพานมีช่วงยาวได้ถึง 120 เมตร



ใบเนื้อหา (Information Sheet)

หน่วยที่ 3

ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม

รหัสรายวิชา 30100-0101

สัปดาห์ที่ 12-14

ระดับชั้น ปวส.

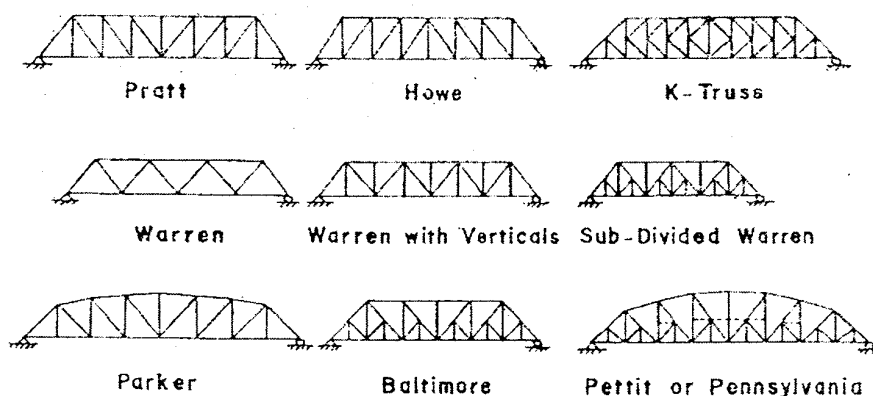
สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง

จำนวนคาบ 3

ชื่อหน่วย แรงภายในชิ้นส่วนของโครงข้อหมุน

แผ่นที่ 6

เมื่อสะพานมีช่วงยาวมาก จะพิจารณาใช้โครงสะพานแบบที่คอร์ดบนและคอร์ดล่างไม่ขนานกัน และแบ่งชิ้นส่วนด้วย เพื่อลดน้ำหนักของตัวโครงสร้างสะพานและเพิ่มกำลังรับแรงอัดของชิ้นส่วนทะแยง เช่น โครงสะพานแบบแพตตี (Petit) หรือแบบเพนซิลวาเนีย (Pennsylvania) ซึ่งดัดแปลงจาก โครงสะพานแบบแฟรตต์ โดยอาจมีชิ้นส่วนในแนวนอนที่เพิ่มเข้ามาเฉย ๆ เรียกว่าชิ้นส่วนรอง (Secondary Member) เพื่อช่วยยึดชิ้นส่วนในแนวตั้งที่ยาวมากขึ้นด้วยเส้นประทางแนวนอน นอกจากนี้ อาจใช้โครงสะพานแบบเค (K - truss) ที่แบ่งชิ้นส่วนใหม่ ซึ่งมีทั้งชนิดที่คอร์ดของ โครงสะพานขนานกัน และไม่ขนานกัน ดังแสดงในรูปที่ 3.6



รูปที่ 3.6 โครงสะพานแบบต่างๆ

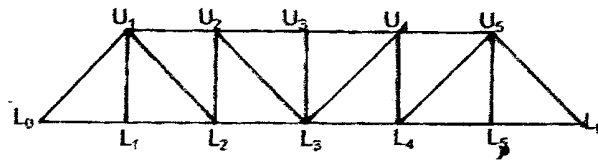
(วินิต ช่อวิเชียร. 2544)

3.4 โครงข้อหมุนกับความเป็นดิเทอร์มิเนตและเสถียรภาพ

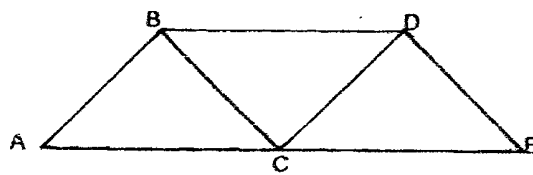
3.4.1 การเรียกชื่อชิ้นส่วนของโครงข้อหมุน

สำหรับชิ้นส่วนของโครงถัก ส่วนที่อยู่ด้านบนเรียกว่า Upper Chord แทนแต่ละจุดต่อด้วยอักษร “Un” และชิ้นส่วนที่อยู่ด้านล่างเรียกว่า Lower Chord แทนแต่ละจุดต่อแทนด้วยอักษร “Ln” โดย $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ ส่วนชิ้นส่วนที่อยู่ระหว่าง Upper Chord และ Lower Chord เรียกว่า Web Member ซึ่งประกอบด้วย ชิ้นส่วนประกอบทะแยง (Diagonals) และชิ้นส่วนประกอบทางตั้ง (Vertical) ซึ่งแล้วแต่ทิศทาง และตำแหน่งของมัน การเรียกชื่อชิ้นส่วนจะเรียกจากตัวเลขน้อยไปหาตัวเลขมาก และถ้าตัวเลขเท่ากัน จะเรียก L ก่อน U ดังรูปที่ 3.7 (ก) มีชิ้นส่วนชื่อ L_0L_1 , U_2U_3 , L_2U_2 และ U_2L_3 เป็นต้น ถ้าโครงถักแทนด้วยตัวอักษรอื่น ก็เรียกตามตัวอักษรที่ปลายทั้งสองข้างของชิ้นส่วน จากรูปที่ 3.7 (ข) เช่น AB, AC, BC, BD, CD, และ DE เป็นต้น

	ใบเนื้อหา (Information Sheet)		หน่วยที่ 3
	ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม	รหัสรายวิชา 30100-0101	สัปดาห์ที่ 12-14
	ระดับชั้น ปวส.	สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง	จำนวนคาบ 3
	ชื่อหน่วย แรงภายในชิ้นส่วนของโครงข้อหมุน		แผนที่ 7



(ก)



(ข)

รูปที่ 3.7 แสดงการเรียกชื่อชิ้นส่วนของโครงถัก

(เพลินพิศ บริหาร. 2542)

ความเป็นดีเทอร์มิเนต (Determinate) และเสถียรภาพ (Stability) ของโครงถัก พิจารณาได้จากจำนวนของชิ้นส่วนภายในโครงถัก และจากรูปแบบของฐานรองรับ (Support) ที่นำมาใช้ ตลอดจนการจัดวางหรือยึดโยงชิ้นส่วนภายในโครงถักเข้าด้วยกัน โดยพิจารณาแยกได้เป็น 2 กรณี ดังนี้คือ

3.4.2 โครงถักกับความเป็นดีเทอร์มิเนต และเสถียรภาพทั้งระบบ

ถ้าโครงถักทั้งระบบมีจำนวนของชิ้นส่วนภายในโครงเท่ากับ m มีจำนวนของข้อต่อเท่ากับ j และมีจำนวนของแรงปฏิกิริยาที่ฐานรองรับเท่ากับ r ฉะนั้น เมื่อต้องวิเคราะห์โครงถักนี้ ต้องทราบค่าของแรงปฏิกิริยาที่ฐานรองรับทั้งหมด ซึ่งในที่นี้คือ r และต้องทราบค่าของแรงต้านทานภายในแต่ละชิ้นส่วนของโครงถัก ซึ่งในที่นี้คือ m รวมจำนวนตัวที่ไม่รู้ค่าของโครงถักทั้งระบบเท่ากับ $m + r$ แต่โครงถักที่พิจารณามีจำนวนของข้อต่อทั้งสิ้นเท่ากับ j ซึ่งแต่ละข้อต่อของโครงถักจะใช้สมการสมดุลวิเคราะห์หาค่าได้เพียง 2 สมการ คือ $\sum F_x = 0$ และ $\sum F_y = 0$ (เนื่องจากถือว่าข้อต่อเป็นแบบยึดหมุน) ดังนั้น จำนวนทั้งหมดของสมการสมดุลที่มีให้จึงเท่ากับ 2 สมการ ฉะนั้น

	ใบเนื้อหา (Information Sheet)		หน่วยที่ 3
	ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม	รหัสรายวิชา 30100-0101	สัปดาห์ที่ 12-14
	ระดับชั้น ปวส.	สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง	จำนวนคาบ 3
	ชื่อหน่วย	แรงภายในชิ้นส่วนของโครงข้อหมุน	แผ่นที่ 8

ถ้า $m + r = 2j$ แสดงว่าโครงถักทั้งระบบเป็นแบบดีเทอร์มิเนต

(Determinate)

3.1

แต่ถ้า $m + r > 2j$ แสดงว่าโครงถักทั้งระบบเป็นแบบอินดีเทอร์มิเนต

(Indeterminate)

3.2

ดังนั้น เงื่อนไขสำหรับพิจารณาเสถียรภาพของโครงถัก คือ

ถ้า $m + r < 2j$ แสดงว่าโครงถักไร้เสถียรภาพ (Unstable) และไม่ถือว่าเป็นโครงสร้าง ทั้งนี้ อาจเป็นเพราะขาดชิ้นส่วนภายในที่จำเป็น หรือใช้ฐานรองรับไม่เหมาะสม โดยมีจำนวนของแรงปฏิกิริยาน้อยกว่าที่จำเป็น หรือจากสาเหตุทั้งสองอย่าง

แต่ถ้า $m + r \geq 2j$ เป็นแต่เพียงแสดงว่าโครงถักมีจำนวนของชิ้นส่วนและหรือจำนวนของแรงปฏิกิริยาเท่ากับหรือมากกว่าที่จำเป็น ซึ่งโครงถักอาจจะมีเสถียรภาพหรือไม่มีความมั่นคงทางเรขาคณิต (Geometric Instability) ก็ได้ ซึ่งต้องตรวจสอบจากการยึดโยงของชิ้นส่วนภายในโครง และจากการเลือกใช้แบบของฐานรองรับและการจัดวางเสียบก่อน นั้นแสดงว่าโครงถักอาจเป็นแบบอินดีเทอร์มิเนตภายนอก (External Indeterminate) หรือแบบอินดีเทอร์มิเนตภายใน (Internal Indeterminate) อย่างใดอย่างหนึ่ง หรือทั้งสองอย่างก็ได้

3.4.3 โครงถักกับความเป็นดีเทอร์มิเนต และเสถียรภาพพื้นฐาน

พิจารณาได้จากจำนวนและการยึดโยงของชิ้นส่วนที่อยู่ภายในโครงถัก ที่ประกอบขึ้นด้วยชิ้นส่วนหลักทั้งหมด 3 ชิ้น และมีข้อต่อหลักรวมทั้งสิ้น 3 จุด ซึ่งเป็นโครงที่มีเสถียรภาพสามารถถ่ายทอดแรงหรือน้ำหนักได้อย่างมีประสิทธิภาพ ครั้นเมื่อต้องการต่อขยายจากโครงถักพื้นฐานให้เป็นโครงถักธรรมดา (Simple Truss) ที่ต้องการ โดยยังคงมีเสถียรภาพมั่นคงภายใน จะต้องใช้ชิ้นส่วนที่จำเป็นเพิ่มขึ้นอีกเพียง 2 ชิ้น ซึ่งทำให้ได้ข้อต่อเพิ่มขึ้นมา 1 ข้อต่อ ฉะนั้น

ถ้าให้ m = จำนวนของชิ้นส่วนทั้งหมดในโครงถัก

และให้ j = จำนวนของข้อต่อ (ซึ่งรวมถึงข้อต่อที่ฐานรองรับด้วย)

ดังนั้น โครงถักแบบธรรมดาที่มีจำนวนของข้อต่อเท่ากับ j จะต้องใช้ชิ้นส่วนหลักทั้งหมด 3 ชิ้น และใช้ชิ้นส่วนเพิ่มขึ้นอีก 2 ชิ้นทุก ๆ ข้อต่อที่เพิ่มขึ้นจากข้อต่อหลักเดิมอีกเท่ากับ $(j - 3)$ ข้อต่อ นั่นคือ จำนวนอย่างน้อยของชิ้นส่วนที่จำเป็นสำหรับโครงถักเพื่อให้มีเสถียรภาพมั่นคงภายใน คือ

$$m = 3 + 2(j - 3) = 2j - 3$$

3.3

ถ้า $m < 2j - 3$ แสดงว่าโครงถักไม่มีเสถียรภาพภายใน (Internally Unstable) เพราะขาดชิ้นส่วนที่จำเป็น

	ใบเนื้อหา (Information Sheet)		หน่วยที่ 3
	ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม	รหัสรายวิชา 30100-0101	สัปดาห์ที่ 12-14
	ระดับชั้น ปวส.	สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง	จำนวนคาบ 3
	ชื่อหน่วย	แรงภายในชิ้นส่วนของโครงข้อหมุน	แผ่นที่ 9

แต่ถ้า $m \geq 2j - 3$ แสดงว่าโครงถักมีจำนวนของชิ้นส่วนเท่ากับหรือมากกว่าที่จำเป็น ซึ่งโครงถักอาจจะมีหรือไม่มีเสถียรภาพภายในก็ได้ ทั้งนี้ จะต้องพิจารณาถึงลักษณะการยึดโยงของชิ้นส่วนภายในโครงก่อน

สำหรับโครงถักแบบผสม (Compound Truss) สามารถนำสมการ 3.3 ข้างต้นมาใช้เพื่อหาเสถียรภาพและความเป็นดีเทอร์มิเนตได้เช่นกัน กล่าวคือ สมมติว่าโครงถักแบบผสมได้จากโครงถักแบบธรรมดา 2 โครง และยึดต่อด้วยชิ้นส่วนอีก 3 ชิ้นที่ไม่ขนานกันหรือมีจุดตัดเดียวกัน ถ้าโครงถักแบบธรรมดาแต่ละโครงมีจำนวนจุดต่อเท่ากับ j_1 และ j_2 ตามลำดับ ฉะนั้น จำนวนของชิ้นส่วนโครงถักแบบผสมอย่างน้อยที่ต้องการเพื่อให้มีความเสถียรภาพและมั่นคง คือ

$$m = (2j_1 - 3) + (2j_2 - 3) + 3 = 2(j_1 + j_2) - 3$$

หรือ $m = 2j - 3$

โดยที่ j เป็นจำนวนของข้อต่อในโครงถักแบบผสม $= j_1 + j_2$

ถ้าตรวจสอบแล้วพบว่าโครงถักมีเสถียรภาพในการรับและถ่ายทอดแรงหรือนำหนักบรรทุกที่กระทำ จะจำแนกแบบของโครงถัก ซึ่งพิจารณาจากจำนวนของชิ้นส่วนและจากจำนวนของแรงปฏิกิริยาได้เป็น

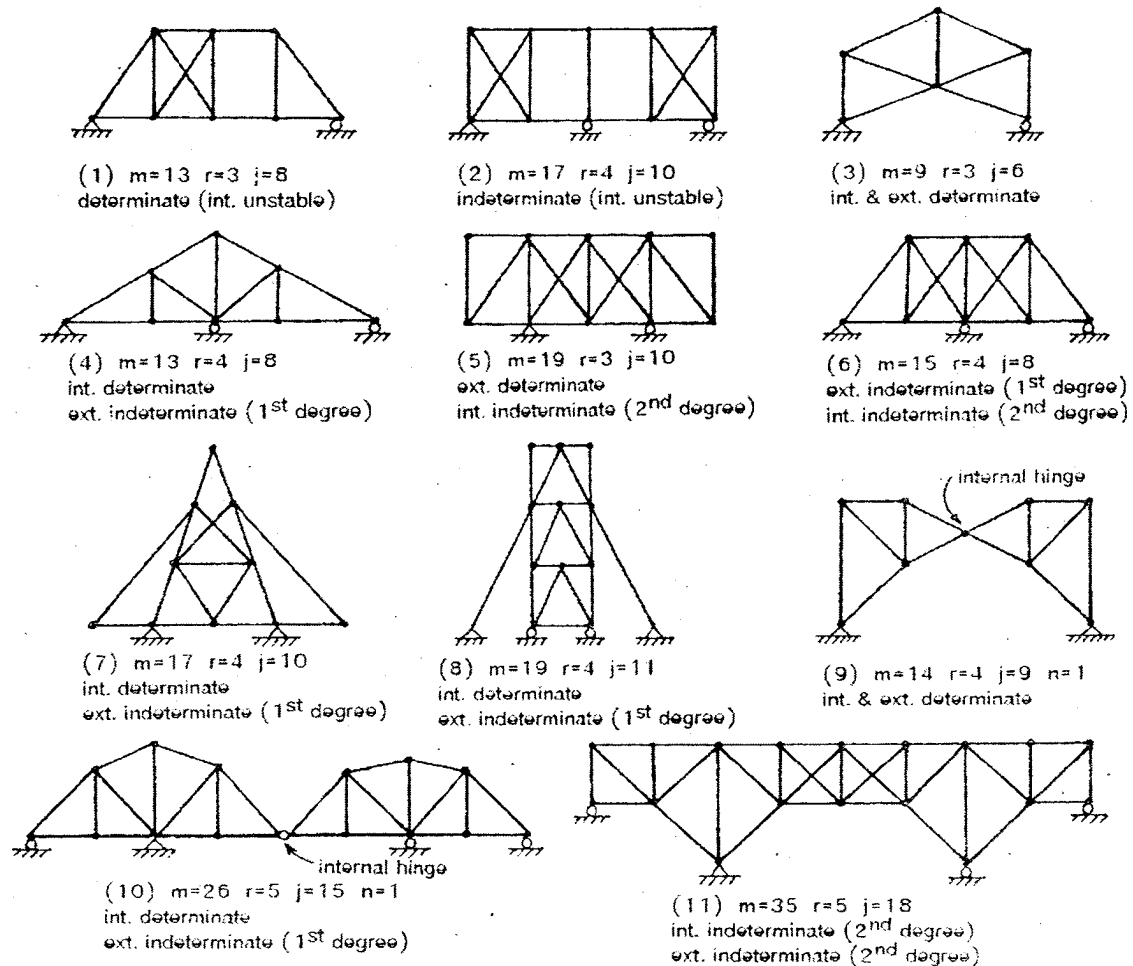
ก.) โครงถักแบบดีเทอร์มิเนต (Statically Determinate Structures) ถ้าโครงนั้นมีจำนวนแรงปฏิกิริยาและจำนวนชิ้นส่วนพอดีเท่าที่จำเป็น ตามสมการ 3.1 และ 3.3

ข.) โครงถักแบบอินดีเทอร์มิเนตภายนอก (Externally Indeterminate Structures) ถ้าโครงนั้นมีจำนวนชิ้นส่วนพอดีเท่าที่จำเป็น (คือ $m = 2j - 3$) แต่มีจำนวนแรงปฏิกิริยาเกินกว่าที่จำเป็น ซึ่งดีกรีของอินดีเทอร์มิเนต (Degree of Indeterminate) ภายนอกของโครง จะขึ้นอยู่กับจำนวนของแรงปฏิกิริยาที่เกินมา คือ $r > (3 + n)$ ในเมื่อ n เป็นจำนวนสมการเงื่อนไข

ค.) โครงถักแบบอินดีเทอร์มิเนตภายใน (Internally Indeterminate Structures) ถ้าโครงนั้นมีจำนวนแรงปฏิกิริยาพอดีเท่าที่จำเป็น แต่มีจำนวนชิ้นส่วนเกินกว่าที่จำเป็น ซึ่งดีกรีของอินดีเทอร์มิเนต (Degree of Indeterminate) ภายในของโครงจะขึ้นอยู่กับจำนวนของชิ้นส่วนที่เกินมา คือ $m > (2j - 3)$

ง.) โครงถักแบบอินดีเทอร์มิเนตทั้งภายในและภายนอก (Internally & Externally Indeterminate Structures) คือโครงถักที่มีจำนวนของแรงปฏิกิริยาและมีจำนวนของชิ้นส่วนมากกว่าที่จำเป็นตามที่กล่าวในข้อ (ข) และข้อ (ค) ซึ่งดีกรีของอินดีเทอร์มิเนตของทั้งระบบ คือ $m + r > (2j)$ ดังแสดงไว้ในรูปที่ 3.8

	ใบเนื้อหา (Information Sheet)		หน่วยที่ 3
	ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม	รหัสรายวิชา 30100-0101	สัปดาห์ที่ 12-14
	ระดับชั้น ปวส.	สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง	จำนวนคาบ 3
	ชื่อหน่วย	แรงภายในชิ้นส่วนของโครงข้อหมุน	แผ่นที่ 10



รูปที่ 3.8 โครงถักแบบดีเทอร์มิเนตและแบบอินดีเทอร์มิเนต

(วินิต ช่อวิเชียร. 2544)

3.5 การวิเคราะห์แรงภายในกับโครงข้อหมุน

3.5.1 สมมติฐานของการวิเคราะห์โครงข้อหมุน

การวิเคราะห์เพื่อหาแรงปฏิกิริยาที่ฐานรองรับหรือแรงภายในโครงถัก อาศัยสมมติฐานดังต่อไปนี้

- 1.) ชิ้นส่วนต่าง ๆ ของโครงถักเป็นท่อนตรงตลอด
- 2.) จุดหรือข้อต่อที่แต่ละปลายของชิ้นส่วนเป็นแบบยึดหมุน ที่หมุนได้อิสระไม่มีความฝืด
- 3.) จุดหรือข้อต่อของโครงถัก เป็นจุดที่ได้จากการลากเส้นผ่านแกนศูนย์กลางถ่วงของรูปตัดของชิ้นส่วนต่าง ๆ มาพบหรือตัดที่จุดเดียวกัน

	ใบเนื้อหา (Information Sheet)		หน่วยที่ 3
	ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม	รหัสรายวิชา 30100-0101	สัปดาห์ที่ 12-14
	ระดับชั้น ปวส.	สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง	จำนวนคาบ 3
	ชื่อหน่วย	แรงภายในชิ้นส่วนของโครงข้อหมุน	แผ่นที่ 11

4.) แรงหรือน้ำหนักบรรทุกทุกภายนอกและแรงปฏิกิริยา ให้กระทำตรงจุดหรือข้อต่อเท่านั้น แต่ถ้ามีแรงหรือน้ำหนักกระทำระหว่างช่วงของจุดต่อ ให้แปลงแรงหรือน้ำหนักกระทำนั้นไปเป็นแรงหรือน้ำหนักที่กระทำตรงจุดต่อ

5.) แรงภายในแต่ละชิ้นส่วนเกิดจากแรงหรือน้ำหนักบรรทุกทุกภายนอก โดยไม่คิณน้ำหนัของส่วนโครงสร้าง ทั้งนี้ หน่วยแรงภายในที่เกิดขึ้นมีค่าไม่เกินพิกัดขีดหย่อนของวัสดุนั้น

6.) การเปลี่ยนแปลงความยาวของแต่ละชิ้นส่วนใน โครงถักหลังจากที่รับน้ำหนักบรรทุก ถือว่ามีค่าน้อยมาก

3.5.2 หลักการวิเคราะห์โครงถัก

ในการวิเคราะห์โครงถักจะอาศัยหลักการต่อไปนี้ คือ

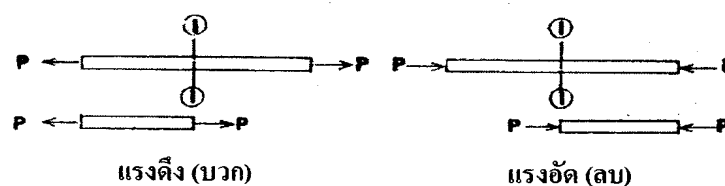
1.) โครงถักทั้งโครงต้องอยู่ในสภาวะสมดุล ภายใต้การกระทำของแรงหรือน้ำหนักบรรทุกทุกภายนอก และแรงปฏิกิริยาที่ฐานรองรับ

2.) แรงภายในชิ้นส่วนหนึ่ง ๆ ของโครงถักสามารถเขียนแทนได้ด้วยแรง 2 แรง ซึ่งกระทำที่ปลายทั้งสองของชิ้นส่วนนั้น โดยมีขนาดของแรงเท่ากันแต่มีทิศทางตรงกันข้าม

3.) รูปอิสระ (Free Body) ของโครงถักที่นำมาพิจารณาต้องอยู่ในสภาวะสมดุลด้วยแรงหรือน้ำหนักบรรทุกทุกภายนอกที่กระทำตรงจุดหรือข้อต่อ แรงภายในแต่ละชิ้นส่วน และแรงปฏิกิริยาที่ฐานรองรับ (ถ้ามี)

3.5.3 การคิดเครื่องหมาย

เมื่อแรงภายในชิ้นส่วนของโครงถักเป็นแบบแรงดึง ที่พยายามทำให้ชิ้นส่วนยืดตัวออก จะกำหนดให้มีเครื่องหมายบวก (+) หรือใช้สัญลักษณ์ T (Tension) ดังนั้น ในทางตรงข้าม เมื่อแรงภายในชิ้นส่วนของโครงถักเป็นแรงอัดที่พยายามทำให้ชิ้นส่วนหดตัวเข้าจะกำหนดให้มีเครื่องหมายลบ (-) หรือใช้สัญลักษณ์ C (Compression) ดังรูปที่ 3.9



รูปที่ 3.9 เครื่องหมายสำหรับแรงภายในโครงถัก

(วินิต ช่อวิเชียร. 2544)

	ใบเนื้อหา (Information Sheet)		หน่วยที่ 3
	ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม	รหัสรายวิชา 30100-0101	สัปดาห์ที่ 12-14
	ระดับชั้น ปวส.	สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง	จำนวนคาบ 3
	ชื่อหน่วย	แรงภายในชิ้นส่วนของโครงข้อหมุน	แผ่นที่ 12

3.6 วิธีวิเคราะห์โครงข้อหมุน

วิธีวิเคราะห์หาแรงภายในโครงถักที่เป็นแบบคิเทอมิเนตภายใน ทำได้ 3 วิธี คือ

1. **วิธีวิเคราะห์ตรงจุดต่อ (Method of Joints)** โดยการตัดรูปรอบจุดต่อที่ต้องการ ซึ่งจะหาค่าแรงภายในได้จากสมการ $\sum F_x = 0$ และ $\sum F_y = 0$
2. **วิธีวิเคราะห์ตรงหน้าตัด (Method of Sections)** โดยการตัดโครงผ่านชิ้นส่วนที่ต้องการ ซึ่งจะหาค่าแรงภายในได้จากสมการ $\sum F_x = 0$, $\sum F_y = 0$ และ $\sum M = 0$
3. **วิธีกราฟฟิก (Graphical Method)** โดยการเขียนรูปเรขาคณิต

3.6.1 วิธีวิเคราะห์ตรงจุดต่อ (Method of Joint)

การวิเคราะห์หาแรงภายในชิ้นส่วนของโครงถัก วิธีนี้กระทำโดยใช้ระนาบที่ตั้งฉากกับโครงตัดรอบจุดต่อหรือข้อต่อที่ต้องการพิจารณา โดยให้ผ่านชิ้นส่วนต่าง ๆ ที่มาบรรจบกันตรงจุดต่อนี้ ทั้งนี้จุดต่อที่จะนำมาพิจารณาในแต่ละครั้งต้องมีแรงภายในซึ่งยังไม่รู้ค่าไม่มากกว่า 2 ตัว มิฉะนั้นจะหาค่าไม่ได้ เนื่องจากมีสมการสมดุลสำหรับจุดต่อหนึ่ง ๆ เพียง 2 สมการเท่านั้น จากนั้นให้เขียนรูปอิสระ (Free Body) สำหรับจุดต่อนั้น ซึ่งจะประกอบด้วยแรงภายในของแต่ละชิ้นส่วนแรงหรือน้ำหนักบรรทุกภายนอก และแรงปฏิกิริยาที่จุดหรือฐานรองรับ (ถ้ามี) ซึ่งกระทำตรงจุดต่อนั้น ในการคำนวณมักสมมติให้แรงภายในชิ้นส่วนที่ยังไม่รู้ค่าเป็นแรงดึง คือให้มีทิศทางพุ่งออกจากจุดต่อหรือรอยตัดที่พิจารณา ครั้นเมื่อใช้สมการสมดุล ($\sum F_x = 0$ และ $\sum F_y = 0$) คำนวณหาค่าแล้วปรากฏว่าได้ค่าที่มีเครื่องหมายเป็นลบ (-) ก็แสดงว่าแรงภายในที่ไม่รู้ค่านั้นเป็นแรงอัดที่มีทิศทางพุ่งเข้าหาจุดต่อหรือรอยตัดที่พิจารณา อย่างไรก็ตาม ในบางครั้งอาจสมมติทิศทางของแรงภายในตามจิตสำนึกหรือความรู้สึก (sense) ที่น่าจะเป็นได้ทันที เช่น สมมติให้แรงภายในเป็นแรงอัดแล้วคำนวณหาได้จากสมการสมดุล ถ้าคำนวณได้ค่าที่มีเครื่องหมายเป็นบวก (+) ก็แสดงว่าทิศทางของแรงภายในที่สมมติไว้นั้นถูกต้อง แต่หากได้ค่าที่มีเครื่องหมายเป็นลบ (-) ก็แสดงว่าแรงภายในนั้นมีทิศทางตรงกันข้ามกับที่ได้สมมติไว้



ใบเนื้อหา (Information Sheet)

หน่วยที่ 3

ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม

รหัสรายวิชา 30100-0101

สัปดาห์ที่ 12-14

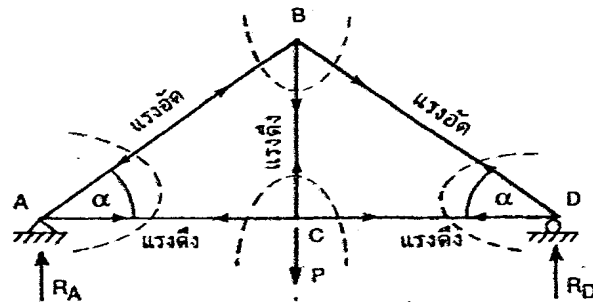
ระดับชั้น ปวส.

สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง

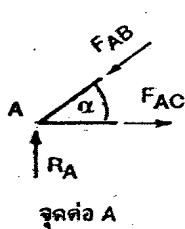
จำนวนคาบ 3

ชื่อหน่วย แรงภายในชิ้นส่วนของโครงข้อหมุน

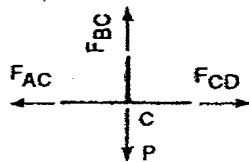
แผ่นที่ 13



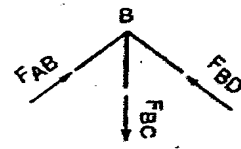
(ก) โครงถักที่กำหนดให้



จุดต่อ A



จุดต่อ C



จุดต่อ B

(ข) การวิเคราะห์ที่จุดต่อ

รูปที่ 3.10 การวิเคราะห์ตรงจุดต่อ

(วินิต ช่อวิเชียร. 2544)

ตัวอย่างเช่น ต้องการหาแรงภายในโครงถักที่แสดงในรูปที่ 4.10 ก่อนอื่นต้องพิจารณาว่าโครงถักเป็นแบบคันทอมิเน็ต และมีเสถียรภาพหรือไม่ เมื่อใช้สมการสมดุลคำนวณหาแรงปฏิกิริยาที่ฐานรองรับได้แล้ว จึงพิจารณาที่จุดหรือข้อต่อแต่ละจุดโดยใช้ระนาบตั้งฉากตัดรอบจุดต่อที่ต้องการพิจารณา

ในที่นี้ เริ่มต้นพิจารณารูปอิสระ (Free Body) ที่จุดต่อ A ซึ่งมีแรงภายใน F_{AB} และ F_{AC} ของชิ้นส่วน AB และ AC ตามลำดับ ซึ่งเป็นตัวไม่รู้ค่า ดังรูป 3.10(ข) หากกำหนดทิศทางของแรงภายใน F_{AC} ให้เป็นแรงดึง จะเห็นว่าแรงภายใน F_{AB} ควรเป็นแรงอัด เพื่อให้จุดต่อมีความสมดุล ฉะนั้นจึงกำหนดทิศทางของแรงภายใน F_{AB} ให้เป็นแรงอัด ดังแสดง เมื่อใช้สมการสมดุลที่จุดต่อ A ซึ่งได้แก่ $\sum F_x = 0$ และ $\sum F_y = 0$ จะสามารถหาขนาดและทิศทางของแรงภายใน F_{AB} และ F_{AC} ที่ไม่รู้ค่าได้ ในการคำนวณควรแตกแรงภายในชิ้นส่วนออกไปให้อยู่ในแนวนอน และในแนวตั้ง (แกน x และแกน y ตามลำดับ) เสียก่อน เพื่อให้การพิจารณาในสมการสมดุลง่ายขึ้น ทั้งนี้ ค่าของแรงในแนวนอน หรือในแนวตั้งจะเป็นสัดส่วนที่เทียบกับความยาวของชิ้นส่วนนั้น เช่น ถ้าแตกแรง F_{AB} ในชิ้นส่วน AB ออกไปให้อยู่ในแนวนอนและในแนวตั้ง จะได้

	ใบเนื้อหา (Information Sheet)		หน่วยที่ 3
	ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม	รหัสรายวิชา 30100-0101	สัปดาห์ที่ 12-14
	ระดับชั้น ปวส.	สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง	จำนวนคาบ 3
	ชื่อหน่วย	แรงภายในชิ้นส่วนของโครงข้อหมุน	แผ่นที่ 14

$$\text{แรงในแนวนอน } F_{AB, x} = F_{AB} \cos \alpha = F_{AB} \left(\frac{AC}{AB} \right)$$

$$\text{แรงในแนวตั้ง } F_{AB, y} = F_{AB} \sin \alpha = F_{AB} \left(\frac{BC}{AB} \right)$$

หลังจากคำนวณหาแรงภายในที่จุดต่อหนึ่งได้แล้ว จะพิจารณาใช้ระนาบตัดฉากตัดรูปรอบจุดต่ออื่นต่อไป เพื่อคำนวณหาแรงภายในชิ้นส่วนอื่นที่เหลือ ในที่นี้ อาจพิจารณาที่จุดต่อ B หรือจุดต่อ C จุดใดก่อนก็ได้ เพราะมีตัวไม่รู้ค่า 2 ตัว ดังรูปอิสระ (Free Body) ที่แสดง แต่สังเกตว่า โครงถักที่กำลังพิจารณามีความสมมาตร และรับน้ำหนักสมมาตรตามแนว BC ดังนั้น แรงภายในทางด้านซ้ายมือของแนว BC ต้องเท่ากับแรงภายในทางด้านขวามือของแนว BC รวมทั้งเครื่องหมายจะนั้น ในที่นี้หลังจากพิจารณาที่จุดต่อ A ได้แล้ว จะเหลือแรงภายในชิ้นส่วน BC เท่านั้นที่ต้องหา ซึ่งพิจารณาได้จากจุดต่อ B หรือจุดต่อ C จุดใดจุดหนึ่งเพียงจุดเดียวเท่านั้น เมื่อคำนวณหาขนาดและชนิดของแรงภายในได้แล้ว จะเขียนขนาดของแรงและเครื่องหมายบวก (+) หรือลบ (-) หรือเขียนหัวลูกศรแสดงทิศทางตามชนิดของแรงที่คำนวณได้กำกับไว้บนชิ้นส่วนต่าง ๆ ของโครงถัก ดังรูปที่ 3.10 (ก)

สรุป ขั้นตอนการวิเคราะห์หาแรงภายในโครงถักโดยวิธีวิเคราะห์ตรงจุดต่อ

- 1.) พิจารณาว่าโครงถักเป็นแบบคันทอมิเนต และมีเสถียรภาพหรือไม่
- 2.) คำนวณหาแรงปฏิกิริยาที่ฐานรองรับก่อน โดยใช้สมการสมดุลและสมการเงื่อนไข
- 3.) ใช้ระนาบตัดรูปรอบจุดต่อแต่ละจุด โดยที่จุดต่อนั้นต้องมีแรงภายในที่ไม่รู้ค่า ไม่มากเกินไปกว่า 2 ตัว กำหนดทิศทางของแรงภายใน คำนวณหาแรงภายในจากรูปอิสระ (Free Body) ของจุดต่อโดยใช้สมการสมดุล ($\sum F_x = 0$ และ $\sum F_y = 0$) ซึ่งจะได้ขนาดและทิศทางที่แท้จริงของแรงภายในนั้น
- 4.) เขียนขนาดและเครื่องหมายแสดงทิศทางของแรงภายในที่คำนวณได้ กำกับไว้บนชิ้นส่วนของโครงถักที่กำหนดให้
- 5.) พิจารณาจุดต่ออื่นต่อไป ตามขั้นตอนที่ 2 และ 3 ดังกล่าว ในกรณีที่โครงถักสมมาตรและรับน้ำหนักบรรทุกที่สมมาตรกับแกนสมมาตรของโครงถัก ให้พิจารณาหาแรงภายในชิ้นส่วนต่าง ๆ เพียงครึ่งโครงเท่านั้น



ใบเนื้อหา (Information Sheet)

หน่วยที่ 3

ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม

รหัสรายวิชา 30100-0101

สัปดาห์ที่ 12-14

ระดับชั้น ปวส.

สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง

จำนวนคาบ 3

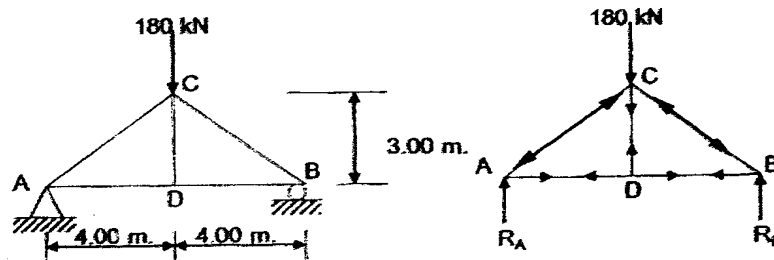
ชื่อหน่วย แรงภายในชิ้นส่วนของโครงข้อหมุน

แผ่นที่ 15

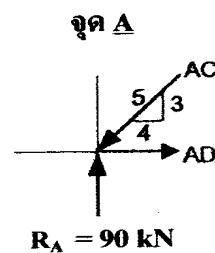
3.6.1 การคำนวณหาแรงภายในชิ้นส่วนของโครงถัก โดยวิธีวิเคราะห์ตรงจุดต่อ

(Method of Joint)

ตัวอย่างที่ 3.1 จงคำนวณหาแรงภายในชิ้นส่วนของ โครงถักรับแรงดังรูป



$$R_A = R_B = \frac{180}{2} = 90 \text{ kN}$$



$$\sum F_y = 0$$

$$90 - AC \times \frac{3}{5} = 0$$

$$AC \times \frac{3}{5} = 90$$

$$AC = 90 \times \frac{5}{3}$$

$$AC = 150 \text{ kN (C)}$$

$$\sum F_x = 0$$

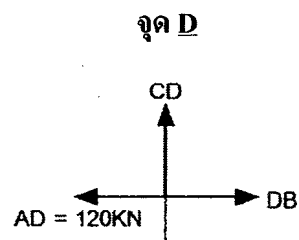
$$AD - AC \times \frac{4}{5} = 0$$

$$AD = AC \times \frac{4}{5}$$

	ใบเนื้อหา (Information Sheet)		หน่วยที่ 3
	ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม	รหัสรายวิชา 30100-0101	สัปดาห์ที่ 12-14
	ระดับชั้น ปวส.	สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง	จำนวนคาบ 3
	ชื่อหน่วย	แรงภายในชิ้นส่วนของโครงข้อหมุน	แผ่นที่ 16

$$AD = 150 \times \frac{4}{5}$$

$$AD = 120 \text{ kN (T)}$$



$$\sum F_x = 0$$

$$DB - 120 = 0$$

$$DB = 120 \text{ kN (T)}$$

$$\sum F_y = 0$$

$$CD = 0$$

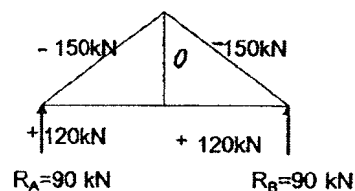
โครงสร้างทั้งสองข้างเหมือนกันการรับแรงจึงเท่ากัน นั่นคือ

$$DB = AD = 120 \text{ kN (T)}$$

$$CB = AC = 150 \text{ kN (C)}$$

$$CD = 0$$

คำตอบในแต่ละชิ้นส่วน ในกรณีที่แทนแรงดึงและแรงอัดด้วยเครื่องหมาย



แรงดึง (T) เครื่องหมายบวก (+)

แรงอัด (C) เครื่องหมายลบ (-)



ใบเนื้อหา (Information Sheet)

หน่วยที่ 3

ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม

รหัสรายวิชา 30100-0101

สัปดาห์ที่ 12-14

ระดับชั้น ปวส.

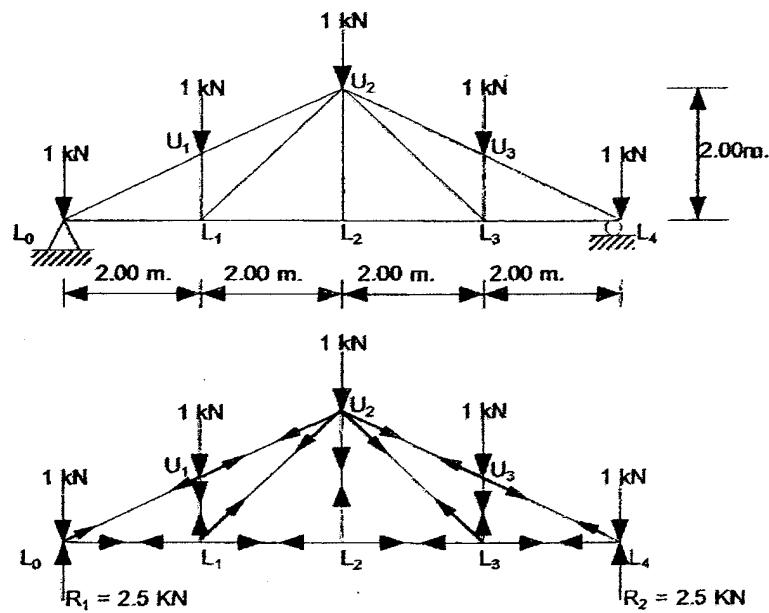
สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง

จำนวนคาบ 3

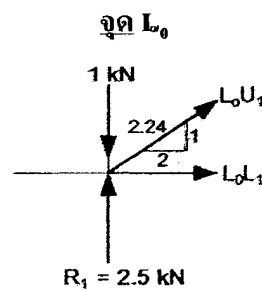
ชื่อหน่วย แรงภายในชิ้นส่วนของโครงข้อหมุน

แผ่นที่ 17

ตัวอย่างที่ 3.2 จงคำนวณหาแรงภายในชิ้นส่วนของโครงหลังคาแบบเพรตต์ (Pratt) ดังรูป



$$R_1 = R_2 = \frac{5}{2} = 2.5 \text{ kN}$$



$$\sum F_y = 0$$

$$\left[L_0U_1 \times \frac{1}{2.24} \right] + 2.5 - 1 = 0$$

$$L_0U_1 \times \frac{1}{2.24} = -1.5$$

$$L_0U_1 = (-1.5) \times 2.24$$

	ใบเนื้อหา (Information Sheet)		หน่วยที่ 3
	ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม	รหัสรายวิชา 30100-0101	สัปดาห์ที่ 12-14
	ระดับชั้น ปวส.	สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง	จำนวนคาบ 3
	ชื่อหน่วย	แรงภายในชิ้นส่วนของโครงข้อหมุน	แผ่นที่ 18

$$L_0U_1 = -3.36 \text{ kN}$$

$$L_0U_1 = 3.36 \text{ kN (C)}$$

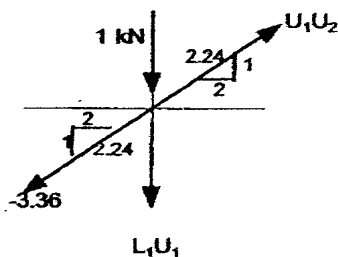
$$\sum F_x = 0$$

$$L_0L_1 + \left[L_0U_1 \times \frac{2}{2.24} \right] = 0$$

$$L_0L_1 + \left[(-3.36) \times \frac{2}{2.24} \right] = 0$$

$$L_0L_1 = 3 \text{ kN (T)}$$

จุด U_1



$$\sum F_x = 0$$

$$\left[U_1U_2 \times \frac{2}{2.24} \right] - \left[(-3.36) \times \frac{2}{2.24} \right] = 0$$

$$U_1U_2 \times \frac{2}{2.24} = (-3.36) \times \frac{2}{2.24}$$

$$U_1U_2 = -3.36 \text{ kN}$$

$$U_1U_2 = 3.36 \text{ kN (C)}$$

$$\sum F_y = 0$$

$$\left[U_1U_2 \times \frac{1}{2.24} \right] - L_1U_1 - 1 - \left[(-3.36) \times \frac{1}{2.24} \right] = 0$$

$$\left[(-3.36) \times \frac{1}{2.24} \right] - L_1U_1 - 1 - \left[(-3.36) \times \frac{1}{2.24} \right] = 0$$

$$-L_1U_1 - 1 = 0$$

$$L_1U_1 = -1$$

$$L_1U_1 = 1 \text{ kN (C)}$$



ใบเนื้อหา (Information Sheet)

หน่วยที่ 3

ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม

รหัสรายวิชา 30100-0101

สัปดาห์ที่ 12-14

ระดับชั้น ปวส.

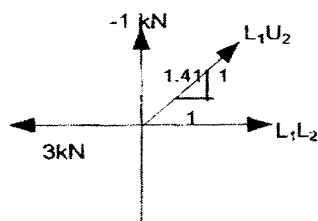
สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง

จำนวนคาบ 3

ชื่อหน่วย แรงภายในชิ้นส่วนของโครงข้อหมุน

แผ่นที่ 19

จุด L_1



$$\sum F_y = 0$$

$$\left[L_1 U_2 \times \frac{1}{1.41} \right] + (-1) = 0$$

$$L_1 U_2 \times \frac{1}{1.41} = 1$$

$$L_1 U_2 = 1.41 \text{ kN (T)}$$

$$\sum F_x = 0$$

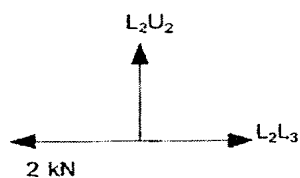
$$L_1 L_2 + \left[L_1 U_2 \times \frac{1}{1.41} \right] - 3 = 0$$

$$L_1 L_2 + \left[1.41 \times \frac{1}{1.41} \right] - 3 = 0$$

$$L_1 L_2 + 1 - 3 = 0$$

$$L_1 L_2 = 2 \text{ kN (T)}$$

จุด L_2



$$\sum F_x = 0$$

$$L_2 L_3 - 2 = 0$$

$$L_2 L_3 = 2 \text{ kN (T)}$$



ใบเนื้อหา (Information Sheet)

หน่วยที่ 3

ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม

รหัสรายวิชา 30100-0101

สัปดาห์ที่ 12-14

ระดับชั้น ปวส.

สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง

จำนวนคาบ 3

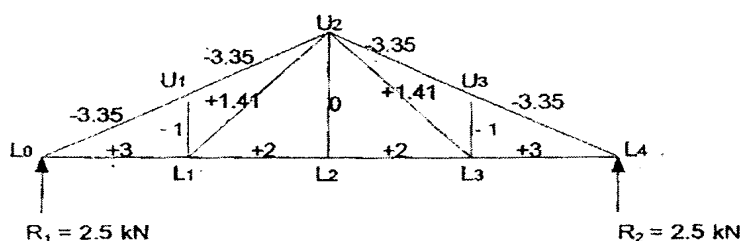
ชื่อหน่วย แรงภายในชิ้นส่วนของโครงข้อหมุน

แผ่นที่ 20

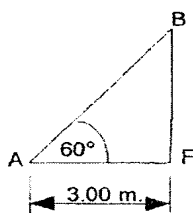
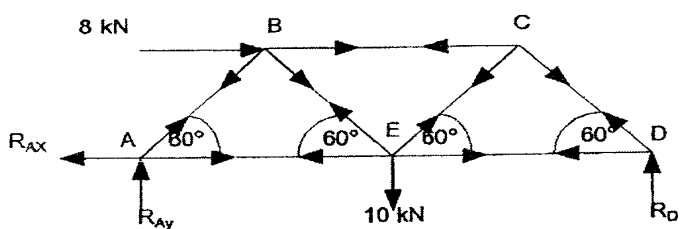
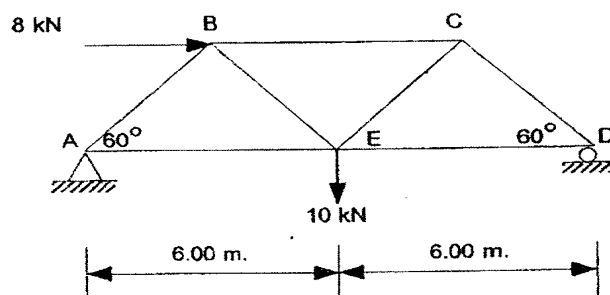
$$\sum F_y = 0$$

$$L_2 U_2 = 0$$

คำตอบ โครงสร้างทั้งสองข้างเหมือนกัน จึงรับแรงเท่ากัน



ตัวอย่างที่ 3.3 จงคำนวณหาแรงภายในชิ้นส่วนของโครงถักรับแรงดังรูป



$$\frac{BF}{AF} = \tan 60^\circ$$

$$BF = AF \tan 60^\circ$$

$$= 3 \times 1.732$$

$$BF = 5.2 \text{ m.}$$

ความลาดเอียงของชิ้นส่วน

	ใบเนื้อหา (Information Sheet)		หน่วยที่ 3
	ชื่อรายวิชา	กลศาสตร์วิศวกรรม รหัสรายวิชา 30100-0101	สัปดาห์ที่ 12-14
	ระดับชั้น	ปวส. สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง	จำนวนคาบ 3
	ชื่อหน่วย	แรงภายในชิ้นส่วนของโครงข้อหมุน	แผ่นที่ 21

หาแรงปฏิกิริยา

$$\sum M_A = 0$$

$$(-R_D \times 12) + (10 \times 6) + (8 \times 5.2) = 0$$

$$(-R_D \times 12) + 60 + 41.6 = 0$$

$$R_D \times 12 = 101.6$$

$$R_D = \frac{101.6}{12} = 8.47 \text{ kN}$$

$$\sum F_y = 0$$

$$R_{Ay} + R_D - 10 = 0$$

$$R_{Ay} + 8.47 - 10 = 0$$

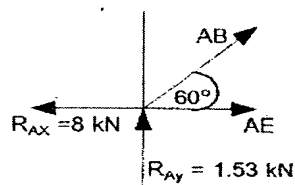
$$R_{Ay} = 1.53 \text{ kN}$$

$$\sum F_x = 0$$

$$-R_{Ax} + 8 = 0$$

$$R_{Ax} = 8 \text{ kN}$$

จุด A



$$\sum F_y = 0$$

$$(AB \sin 60^\circ) + 1.53 = 0$$

$$AB \times 0.866 = -1.53$$

$$AB = \frac{-1.53}{0.866}$$

$$AB = -1.77$$

$$AB = 1.77 \text{ kN (C)}$$

$$\sum F_x = 0$$

$$AE + (AB \cos 60^\circ) - 8 = 0$$



ใบเนื้อหา (Information Sheet)

หน่วยที่ 3

ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม

รหัสรายวิชา 30100-0101

สัปดาห์ที่ 12-14

ระดับชั้น ปวส.

สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง

จำนวนคาบ 3

ชื่อหน่วย แรงภายในชิ้นส่วนของโครงข้อหมุน

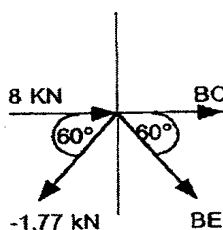
แผ่นที่ 22

$$AE + [(-1.77) \times 0.5] - 8 = 0$$

$$AE - 0.89 - 8 = 0$$

$$AE = 8.89 \text{ kN (T)}$$

จุด B



$$\sum F_y = 0$$

$$-(BE \sin 60^\circ) - [(-1.77) \sin 60^\circ] = 0$$

$$-(BE \times 0.866) + (1.77 \times 0.866) = 0$$

$$BE \times 0.866 = 1.77 \times 0.866$$

$$BE = 1.77 \text{ kN (T)}$$

$$\sum F_x = 0$$

$$BC + (BE \cos 60^\circ) + 8 - [(-1.77) \cos 60^\circ] = 0$$

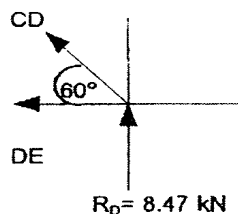
$$BC + (1.77 \times 0.5) + 8 + (1.77 \times 0.5) = 0$$

$$BC + 0.89 + 8 + 0.89 = 0$$

$$BC = -9.78$$

$$BC = 9.78 \text{ kN (C)}$$

จุด D



$$\sum F_y = 0$$

$$CD \sin 60^\circ + 8.47 = 0$$



ใบเนื้อหา (Information Sheet)

หน่วยที่ 3

ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม

รหัสรายวิชา 30100-0101

สัปดาห์ที่ 12-14

ระดับชั้น ปวส.

สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง

จำนวนคาบ 3

ชื่อหน่วย แรงภายในชิ้นส่วนของโครงข้อหมุน

แผ่นที่ 23

$$CD \times 0.866 = -8.47$$

$$CD = \frac{-8.47}{0.866}$$

$$CD = -9.78$$

$$CD = 9.78 \text{ kN (C)}$$

$$\sum F_x = 0$$

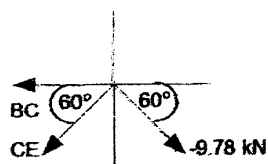
$$-DE - CD \cos 60^\circ = 0$$

$$-DE - [(-9.78) \times 0.5] = 0$$

$$-DE + 4.89 = 0$$

$$DE = 4.89 \text{ kN (T)}$$

จุด C



$$\sum F_y = 0$$

$$-CE \sin 60^\circ - (-9.78) \sin 60^\circ = 0$$

$$(-CE \times 0.866) + (9.78 \times 0.866) = 0$$

$$CE \times 0.866 = 9.78 \times 0.866$$

$$CE = 9.78 \text{ kN (T)}$$

$$\sum F_x = 0$$

$$-BC - CE \cos 60^\circ + (-9.78) \cos 60^\circ = 0$$

$$-BC - (9.78 \times 0.5) - (9.78 \times 0.5) = 0$$

$$-BC - 4.89 - 4.89 = 0$$

$$-BC - 9.78 = 0$$

$$BC = -9.78$$

$$BC = 9.78 \text{ kN (C)}$$



ใบเนื้อหา (Information Sheet)

หน่วยที่ 3

ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม

รหัสรายวิชา 30100-0101

สัปดาห์ที่ 12-14

ระดับชั้น ปวส.

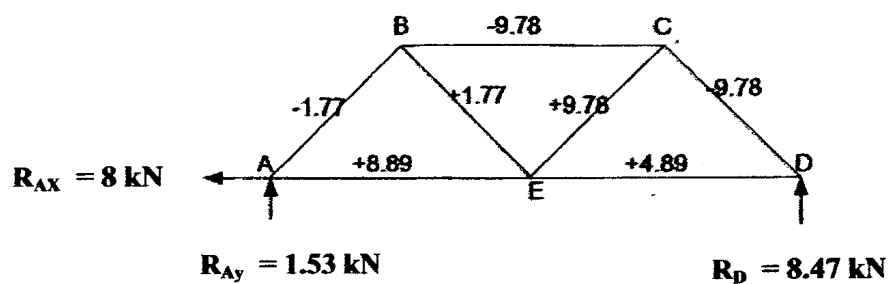
สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง

จำนวนคาบ 3

ชื่อหน่วย แรงภายในชิ้นส่วนของโครงข้อหมุน

แผ่นที่ 24

คำตอบ





ใบเนื้อหา (Information Sheet)

หน่วยที่ 3

ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม

รหัสรายวิชา 30100-0101

สัปดาห์ที่ 12-14

ระดับชั้น ปวส.

สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง

จำนวนคาบ 3

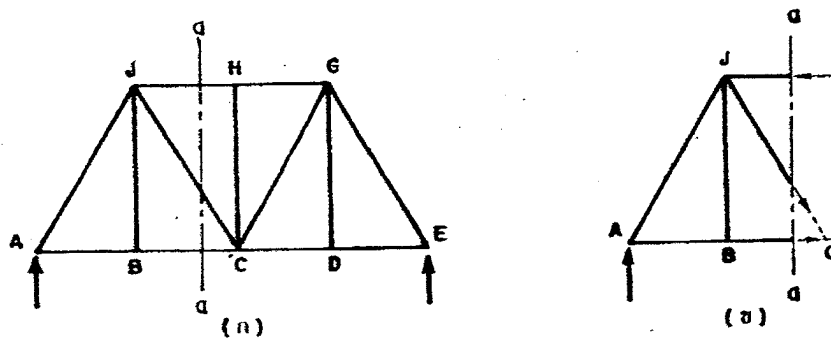
ชื่อหน่วย แรงภายในชิ้นส่วนของโครงข้อหมุน

แผ่นที่ 25

3.6.2 วิธีวิเคราะห์ตรงหน้าตัด (Method of Section)

ในบางครั้งอาจต้องการทราบค่าแรงภายในของชิ้นส่วนใดชิ้นส่วนหนึ่งในโครงถักเท่านั้น แต่หากต้องเริ่มต้นวิเคราะห์ตรงจุดต่อ โดยใช้การตัดรูปรอบจุดต่อดังที่กล่าวในหัวข้อที่แล้ว จะค่อนข้างเสียเวลามาก เพราะต้องเริ่มต้นพิจารณาจากจุดต่อหนึ่งที่มีตัวไม่รู้ค่าไม่เกินกว่า 2 ตัว แล้วจึงพิจารณาจุดต่ออื่นถัดไปเรื่อย ๆ จนกว่าจะถึงชิ้นส่วนที่ต้องการทราบค่า ในกรณีเช่นนี้ควรใช้วิธีวิเคราะห์ตรงหน้าตัดของโครงถัก ซึ่งจะหาค่าได้รวดเร็วกว่า

การวิเคราะห์โดยวิธีนี้ ได้จากการสมมติว่าโครงถักนั้นเสมือนว่าถูกตัดขาดออกจากกัน ด้วยระนาบที่ตั้งฉากกับโครงและให้ผ่านชิ้นส่วนที่ต้องการทราบค่า ดังนั้น โครงถักจะถูกแบ่งออกเป็นสองส่วน แต่โดยที่รูปอิสระ (Free Body) ของแต่ละส่วนของโครงถักต้องอยู่ในสภาวะสมดุลด้วยแรงหรือน้ำหนักบรรทุกทุกภายนอกที่กระทำ แรงปฏิกิริยา และจากแรงภายในชิ้นส่วน ดังนั้นเมื่อใช้สมการสมดุลจะคำนวณหาค่าของแรงภายในชิ้นส่วนที่ต้องการได้ ระนาบที่เลือกให้ตัดผ่านชิ้นส่วนที่ต้องการหาแรงภายในโครงถัก อาจตัดผ่านชิ้นส่วนอื่น ๆ ตลอดทั้งหน้าตัดของโครง แต่ต้องเลือกให้ตัดผ่านชิ้นส่วนที่ยังไม่รู้ค่าของแรงภายในได้ไม่เกินกว่า 3 ชิ้น ทั้งนี้เพราะมีสมการสมดุลที่ใช้ได้เพียง 3 สมการเท่านั้น คือ $\sum F_x = 0$, $\sum F_y = 0$ และ $\sum M = 0$



รูปที่ 3.11 การวิเคราะห์ตรงหน้าตัด

(วินิต ช่อวิเชียร. 2544)

	ใบเนื้อหา (Information Sheet)		หน่วยที่ 3
	ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม	รหัสรายวิชา 30100-0101	สัปดาห์ที่ 12-14
	ระดับชั้น ปวส.	สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง	จำนวนคาบ 3
	ชื่อหน่วย แรงภายในชิ้นส่วนของโครงข้อหมุน		แผ่นที่ 26

จุดต่อหรือข้อต่อที่จะนำสมการสมดุลของโมเมนต์คัต ($\Sigma M = 0$) มาใช้ ต้องเป็นจุดต่อรวมของชิ้นส่วนต่าง ๆ ยกเว้นชิ้นส่วนที่ต้องการทราบค่าของแรงภายใน เช่น สมมติว่าต้องการหาแรงภายในชิ้นส่วน JH, JC และ BC ของโครงถักในรูปที่ 3.11 ฉะนั้น จะเลือกให้ระนาบ a-a คัตผ่านชิ้นส่วนต่าง ๆ ตลอดหน้าคัตของโครงดังรูปที่ 3.11 (ก) ซึ่งจะได้รูปอิสระ (Free Body) ของโครงถักทางซ้ายมือของรอยคัตดังรูปที่ 3.11 (ข) ครั้นเมื่อใช้สมการสมดุล $\Sigma M = 0$ ที่จุดต่อ C ก็จะสามารถหาแรงภายในของชิ้นส่วน JH ได้ หรือเมื่อใช้สมการสมดุล $\Sigma M = 0$ ที่จุดต่อ J ก็จะสามารถหาแรงภายในของชิ้นส่วน BC ได้ ส่วนแรงภายในของชิ้นส่วน JC จะหาค่าได้จากสมดุลของแรงในแนวดิ่ง ($\Sigma F_y = 0$)

สำหรับทิศทางของแรงภายใน ก็อาจสมมติขึ้นมาก่อนเช่นเดียวกับวิธีวิเคราะห์ตรงจุดต่อ เช่น สมมติให้แรงภายในของทุกชิ้นส่วนเป็นแรงดึง ซึ่งมีทิศทางพุ่งออกจากรอยคัต อย่างไรก็ตาม อาจกำหนดทิศทางที่เป็นจริงของแรงภายในชิ้นส่วนได้เลย โดยพิจารณาจากรูปอิสระ (Free Body) ของโครงถักที่ถูกคัตออกมาภายใต้การกระทำของแรงหรือน้ำหนักบรรทุกภายนอก รูปอิสระ (Free Body) ของโครงนั้นมีแนวโน้มที่จะเคลื่อนที่ขึ้นหรือลงหรือจะหมุนตามเข็มนาฬิกาหรือทวนเข็มนาฬิกา ซึ่งแรงภายในชิ้นส่วนต้องมีทิศทางที่จะทำให้รูปอิสระ (Free Body) ของโครงถักที่กำลังพิจารณาอยู่ในสภาวะสมดุล

ขั้นตอนการคำนวณโดยวิธีวิเคราะห์ตรงหน้าคัต (Method of Section)

- 1.) กำหนดหาแรงปฏิกิริยาของโครงสร้าง
- 2.) ใช้แนวหน้าคัตผ่านชิ้นส่วนที่ต้องการทราบค่า หรือ ตัวไม่ทราบค่า (Unknown) ไม่เกิน 3 ชิ้นส่วน
- 3.) เขียนรูปอิสระ (Free Body) ของชิ้นซ้ายหรือชิ้นขวา เลือกมาเพียงชิ้นเดียว
- 4.) กำหนดหาแรงภายในชิ้นส่วนที่ต้องการ โดยใช้สมการสมดุล ทั้ง 3 สมการ คือ $\Sigma F_x = 0$, $\Sigma F_y = 0$ และ $\Sigma M = 0$



ใบเนื้อหา (Information Sheet)

หน่วยที่ 3

ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม

รหัสรายวิชา 30100-0101

ระดับชั้น ปวส.

สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง

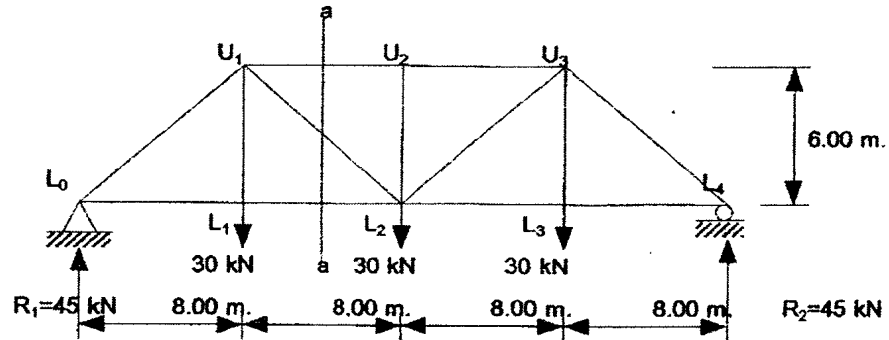
ชื่อหน่วย แรงภายในชิ้นส่วนของโครงข้อหมุน

สัปดาห์ที่ 12-14

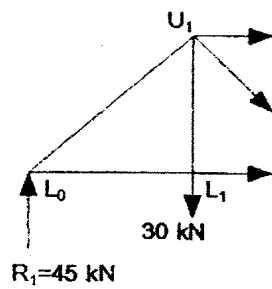
จำนวนคาบ 3

แผ่นที่ 27

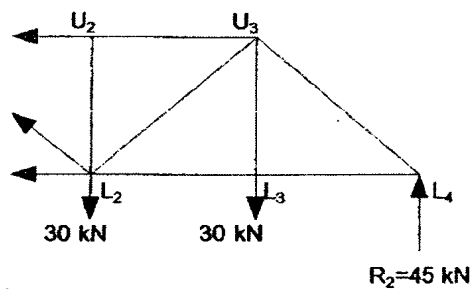
ตัวอย่างที่ 3.4 จงคำนวณหาแรงภายในชิ้นส่วน L_1L_2 , U_1U_2 และ U_1L_2 ของโครงถักดังรูป



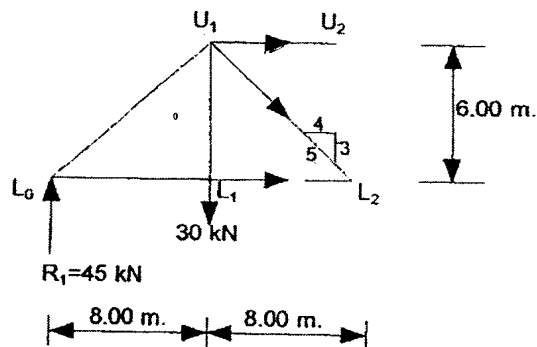
(ก)



(ข)



(ค)



$$\sum M_{L_2} = 0$$

$$(U_1U_2 \times 6) + (45 \times 16) - (30 \times 8) = 0$$

$$U_1U_2 \times 6 = -480$$

$$U_1U_2 = \frac{-480}{6} = -80 \text{ kN}$$



ใบเนื้อหา (Information Sheet)

หน่วยที่ 3

ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม

รหัสรายวิชา 30100-0101

ระดับชั้น ปวส.

สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง

ชื่อหน่วย แรงภายในชิ้นส่วนของโครงข้อหมุน

สัปดาห์ที่ 12-14

จำนวนคาบ 3

แผ่นที่ 28

$$U_1 U_2 = 80 \text{ kN (C)}$$

$$\sum F_y = 0$$

$$\left[-U_1 L_2 \times \frac{3}{5} \right] - 30 + 45 = 0$$

$$\left[-U_1 L_2 \times \frac{3}{5} \right] + 15 = 0$$

$$-U_1 L_2 \times \frac{3}{5} = -15$$

$$U_1 L_2 = 15 \times \frac{5}{3}$$

$$U_1 L_2 = 25 \text{ kN (T)}$$

$$\sum F_x = 0$$

$$L_1 L_2 + U_1 U_2 + U_1 L_2 \times \frac{4}{5} = 0$$

$$L_1 L_2 + (-80) + U_1 L_2 \times \frac{4}{5} = 0$$

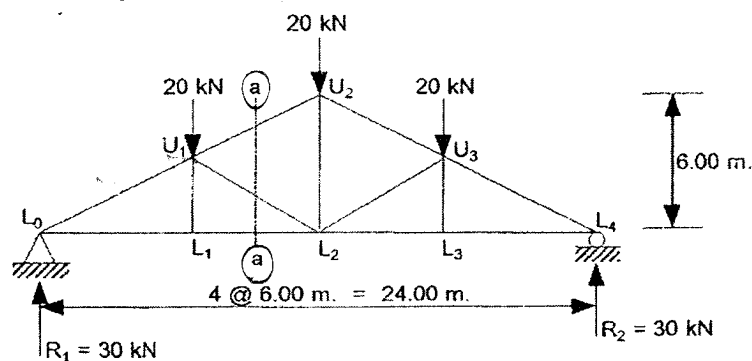
$$L_1 L_2 - 80 + \left[25 \times \frac{4}{5} \right] = 0$$

$$L_1 L_2 - 80 + 20 = 0$$

$$L_1 L_2 - 60 = 0$$

$$L_1 L_2 = 60 \text{ kN (T)}$$

ตัวอย่างที่ 3.5 จงคำนวณหาแรงภายในชิ้นส่วน $U_1 U_2$, $U_1 L_2$ และ $L_1 L_2$ ของโครงถักรับแรง ดังรูป





ใบเนื้อหา (Information Sheet)

หน่วยที่ 3

ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม

รหัสรายวิชา 30100-0101

สัปดาห์ที่ 12-14

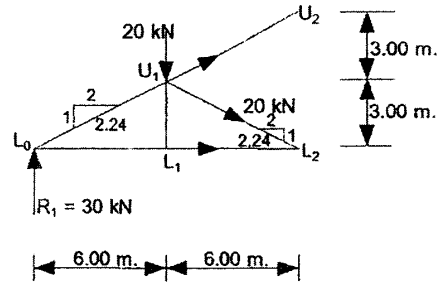
ระดับชั้น ปวส.

สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง

จำนวนคาบ 3

ชื่อหน่วย แรงภายในชิ้นส่วนของโครงข้อหมุน

แผ่นที่ 29



$$\sum MU_1 = 0$$

$$-(L_1L_2 \times 3) + (30 \times 6) = 0$$

$$L_1L_2 \times 3 = 30 \times 6$$

$$L_1L_2 = \frac{30 \times 6}{3}$$

$$L_1L_2 = 60 \text{ kN (T)}$$

$$\sum ML_2 = 0$$

$$(U_1U_2 \times \frac{2}{2.24} \times 6) + (30 \times 12) - (20 \times 6) = 0$$

$$(U_1U_2 \times \frac{2}{2.24} \times 6) + 360 - 120 = 0$$

$$(U_1U_2 \times \frac{2}{2.24} \times 6) + 240 = 0$$

$$U_1U_2 \times \frac{2}{2.24} \times 6 = -240$$

$$U_1U_2 = \frac{-240 \times 2.24}{2 \times 6} = -44.8 \text{ kN}$$

$$U_1U_2 = 44.8 \text{ kN (C)}$$

$$\sum ML_0 = 0$$

$$(U_1L_2 \times \frac{1}{2.24} \times 12) + (20 \times 6) = 0$$

$$(U_1L_2 \times \frac{1}{2.24} \times 12) = -(20 \times 6)$$



ใบเนื้อหา (Information Sheet)

หน่วยที่ 3

ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม

รหัสรายวิชา 30100-0101

สัปดาห์ที่ 12-14

ระดับชั้น ปวส.

สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง

จำนวนคาบ 3

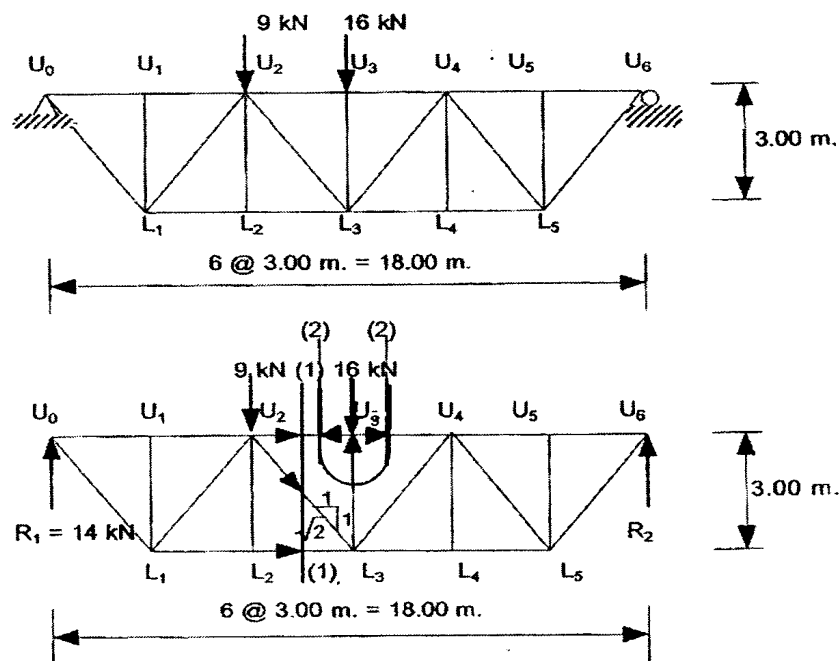
ชื่อหน่วย แรงภายในชิ้นส่วนของโครงข้อหมุน

แผ่นที่ 30

$$U_1 L_2 = -\frac{20 \times 6 \times 2.24}{12} = -22.4 \text{ kN}$$

$$U_1 L_2 = 22.4 \text{ kN (C)}$$

ตัวอย่างที่ 3.6 จงคำนวณหาแรงภายในชิ้นส่วน $U_2 U_3$, $L_2 L_3$, $U_2 L_3$ และ $L_3 U_3$ ของโครงถักซึ่งรับน้ำหนักดังรูป



$$\sum M_{U_6} = 0$$

$$(R_1 \times 18) - (16 \times 9) - (9 \times 12) = 0$$

$$(R_1 \times 18) - 144 - 108 = 0$$

$$R_1 \times 18 = 252$$

$$R_1 = \frac{252}{18} = 14 \text{ kN}$$

พิจารณาซิกแซกมือของแนว (1) - (1)

$$\sum F_y = 0$$

$$-\left[U_2 L_3 \times \frac{1}{\sqrt{2}} \right] - 9 + 14 = 0$$

	ใบเนื้อหา (Information Sheet)		หน่วยที่ 3
	ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม	รหัสรายวิชา 30100-0101	สัปดาห์ที่ 12-14
	ระดับชั้น ปวส.	สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง	จำนวนคาบ 3
	ชื่อหน่วย แรงภายในชิ้นส่วนของโครงข้อหมุน		แผ่นที่ 31

$$-\left[U_2 L_3 \times \frac{1}{\sqrt{2}}\right] + 5 = 0$$
$$U_2 L_3 \times \frac{1}{\sqrt{2}} = 5$$
$$U_2 L_3 = 5\sqrt{2} = 7.07 \text{ kN (T)}$$
$$\Sigma M U_2 = 0$$
$$-(L_2 L_3 \times 3) + (14 \times 6) = 0$$
$$L_2 L_3 \times 3 = 14 \times 6$$
$$L_2 L_3 = \frac{14 \times 6}{3} = 28 \text{ kN (T)}$$
$$\Sigma M L_3 = 0$$
$$(U_2 U_3 \times 3) - (9 \times 3) + (14 \times 9) = 0$$
$$U_2 U_3 \times 3 = -99$$
$$U_2 U_3 = -\frac{99}{3} = -33 \text{ kN}$$
$$U_2 U_3 = 33 \text{ kN (C)}$$

พิจารณาแนว (2) – (2)

$$\Sigma F_y = 0$$

3.6.3 วิธีการเขียนรูปหรือกราฟฟิค (Graphical Method)

การวิเคราะห์หาแรงภายในโครงถักที่เป็นแบบคิเทอมิเนต โดยใช้วิธีการกราฟฟิคทำได้หลังจากที่วิเคราะห์หาแรงปฏิกิริยาได้แล้ว ซึ่งอาจวิเคราะห์หาแรงปฏิกิริยาได้จากการคำนวณทางพีชคณิตหรือจากวิธีการกราฟฟิค แรงภายในชิ้นส่วนที่จุดหรือข้อต่อหนึ่ง ๆ อาจหาได้โดยการเขียนรูปหลายเหลี่ยมของแรงที่สมบูรณ์ แต่การเขียนรูปหลายเหลี่ยมของแรงรวมกันเป็นรูปเดียวซึ่งเรียกว่า Maxwell Diagram หรือ Stress Diagram จะสะดวกกว่ามาก

เนื่องจากแรงภายในชิ้นส่วนต่าง ๆ และแรงภายนอกที่กระทำตรงจุดต่อใด ๆ ของโครงถักเป็นแบบที่แนวของแรงมาพบกันที่จุดจุดเดียว (Concurrent Force) ฉะนั้น เมื่อแรงกระทำต่าง ๆ อยู่ในสภาวะสมดุล รูปหลายเหลี่ยมของแรงที่ได้ต้องเป็นรูปปิดพอดี ซึ่งเป็นไปตามสมการสมดุล $\Sigma H = 0$ และ $\Sigma V = 0$ ดังนั้น เมื่อพิจารณาหาแรงภายในของชิ้นส่วนที่จุดต่อใด ๆ ของโครงถัก

	ใบเนื้อหา (Information Sheet)		หน่วยที่ 3
	ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม	รหัสรายวิชา 30100-0101	สัปดาห์ที่ 12-14
	ระดับชั้น ปวส.	สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง	จำนวนคาบ 3
	ชื่อหน่วย แรงภายในชิ้นส่วนของโครงข้อหมุน		แผ่นที่ 32

สมมติว่า ต้องการหาแรงภายในชิ้นส่วนของโครงถัก ซึ่งรับแรงหรือน้ำหนักบรรทุกตรงข้อต่อ ดังแสดงในรูปที่ 3.12

ขั้นแรก เขียนรูปโครงถักตามมาตรฐานความยาวที่กำหนด แสดงตำแหน่งและทิศทางของแรงกระทำ และเขียนขนาดของแรงกำกับไว้ด้วย

ขั้นที่สอง กำหนดชื่อแรงภายนอกและแรงภายในชิ้นส่วนตามแบบของโบว์ (Bow's Notation) ทั้งนี้เพื่อให้การพิจารณาหาแรงภายในที่แต่ละจุดต่อง่ายและสะดวกขึ้น ในช่องระหว่างแรงภายนอกที่กระทำจะใช้ตัวอักษร เช่น A, B, C, และในช่องว่างระหว่างชิ้นส่วนแต่ละชิ้นของโครงถักจะใช้ตัวเลข เช่น 1, 2, 3, ดังที่แสดงในรูปที่ 3.12 สำหรับการเรียกชื่อของแรงภายนอกหรือแรงภายในจะเรียกตามตัวอักษรหรือตัวเลขที่อยู่ระหว่างแรงนั้น ๆ โดยวนไปตามเข็มนาฬิกา เช่น แรงภายนอก P_1 ที่กระทำตรงจุดต่อ U_1 จะเรียกว่าแรง A – B และในทำนองเดียวกัน การเรียกชื่อของแรงภายในชิ้นส่วน ณ จุดต่อใด ก็จะใช้ตามเข็มนาฬิกาจากจุดต่อนั้น เช่น แรงภายในของชิ้นส่วน U_1L_2 ของจุดต่อ U_1 จะเรียกว่าแรง 3 – 2 เป็นต้น

ขั้นที่สาม หลังจากใช้ Bow's Notation ในรูป Space Diagram แล้ว ให้หาแรงปฏิกิริยาที่ฐานรองรับ ซึ่งอาจใช้วิธีคำนวณทางพีชคณิตหรือวิธีการกราฟฟิคตามแต่สะดวก

ขั้นที่สี่ พิจารณาหาแรงภายในชิ้นส่วนต่าง ๆ ของโครงถัก ในขั้นตอนนี้ อาจนำแต่ละจุดต่อออกมาพิจารณา โดยการเขียนรูปหลายเหลี่ยมของแรงที่สมบูรณ์ อย่างไรก็ตาม จุดต่อแต่ละจุดที่พิจารณาต้องมีแรงภายในชิ้นส่วนที่ยังไม่รู้ค่าไม่เกินกว่า 2 ตัวเสมอ เริ่มต้นพิจารณาที่จุดต่อ L_0 ซึ่งมีแรงภายในชิ้นส่วนที่ยังไม่รู้ค่า 2 ตัว คือ A-1 และ 1-F จากมาตรฐานของแรงที่กำหนดให้เขียนรูปหลายเหลี่ยมของแรงที่กระทำตรงจุดต่อนี้ โดยเขียนตามเวกเตอร์ของแรงในทิศตามเข็มนาฬิกา ในที่นี้ทราบค่าและทิศทางของแรง FG และ GA แล้ว ดังนั้น จึงเริ่มต้นเขียนรูปจากจุด F สังเกตว่าแรง FG อยู่ในแนวตั้งและมีทิศทางขึ้นไป ฉะนั้น จากจุด F จึงลากเส้นตั้งขึ้นไปถึงจุด G ให้มีขนาดเท่ากับขนาดของแรงปฏิกิริยา R_y จากจุด G ลากเส้น GA ไปทางซ้ายมือตามเวกเตอร์ของแรง R_x ต่อไปต้องเขียนเวกเตอร์ของแรง A-1 และ 1-F ซึ่งทราบเฉพาะแนวของแรงแต่ยังไม่ทราบค่าของแรง ดังนั้น จากจุด A ลากเส้น A-1 ให้ขนานกับชิ้นส่วน L_0U_1 ของรูปโครงถัก และจากจุด F ลากเส้น 1-F ให้ขนานกับชิ้นส่วน L_0L_1 ตัดกันที่จุด 1 ซึ่งจะได้รูปหลายเหลี่ยมของแรงเป็นรูปปิดพอดีและมีทิศทางของแรงตามหัวลูกศรที่แสดง

	ใบเนื้อหา (Information Sheet)		หน่วยที่ 3
	ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม	รหัสรายวิชา 30100-0101	สัปดาห์ที่ 12-14
	ระดับชั้น ปวส.	สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง	จำนวนคาบ 3
	ชื่อหน่วย แรงภายในชิ้นส่วนของโครงข้อหมุน		แผ่นที่ 33

วัตถุประสงค์ของแรง A-1 และ I-F ได้จากรูปหลายเหลี่ยมของแรง ส่วนประเภทของแรงภายในชิ้นส่วนจะเป็นแรงดึงหรือแรงอัด ให้พิจารณารอบจุดต่อนั้นในทิศตามเข็มนาฬิกา จะเห็นว่าแรงภายในชิ้นส่วน L_0U_1 คือแรง A-1 มีทิศทางของแรงเริ่มจากจุด A ไปยังจุด 1 ตามหัวลูกศรที่แสดงในรูปหลายเหลี่ยมของแรง นั่นคือ แรงภายในชิ้นส่วน L_0U_1 มีทิศทางพุ่งเข้าหาจุดต่อ L_0 ที่กำลังพิจารณา ฉะนั้น แรงภายในชิ้นส่วน L_0U_1 จึงเป็นแรงอัด ในทำนองเดียวกัน จะได้แรงภายในชิ้นส่วน L_0L_1 เป็นแรงดึง เมื่อรู้ค่าของแรงภายในชิ้นส่วน L_0L_1 จึงไปพิจารณาที่จุดต่อ L_1 เพื่อหาค่าและประเภทของแรงภายในชิ้นส่วน L_1U_1 และ L_1L_2 โดยการเขียนรูปหลายเหลี่ยมของแรงเหมือนกับที่กล่าวข้างต้น หลังจากนั้นให้พิจารณาที่จุดต่อ $U_1, U_2, L_2, \dots$ ต่อไปตามลำดับ ซึ่งจะได้ค่าและประเภทของแรงภายในชิ้นส่วนของโครงถักตามต้องการ

สังเกตว่า การเขียนรูปหลายเหลี่ยมของแรงทีละรูปสำหรับจุดต่อแต่ละจุด แม้ว่าจะทำให้การพิจารณาดูง่ายขึ้นก็จริง แต่จะไม่สะดวกนัก ฉะนั้น ปกติจึงนิยมเขียนรูปหลายเหลี่ยมของแรงรวมกันเป็นรูปเดียว ซึ่งเรียกว่า Maxwell Diagram หรือ Stress Diagram

การสร้าง Maxwell Diagram เริ่มต้นโดยการเขียนรูปหลายเหลี่ยมของแรงสำหรับแรงกระทำตามมาตรฐานของแรงที่กำหนด จากนั้นจึงพิจารณาหาแรงภายในชิ้นส่วน โดยเริ่มจากจุดต่อ L_0 (ตามเข็มนาฬิกา) ซึ่งมีตัวไม่รู้ค่า 2 ตัว จะเห็นว่ายังมีเพียงจุด 1 เท่านั้นที่ยังไม่มีอยู่ในรูป แต่หาได้โดยลากเส้นจากจุด A และจุด F ให้ขนานกับชิ้นส่วน L_0U_1 และ L_0L_1 ตามลำดับ และตัดกันที่จุด 1 ต่อมาพิจารณาที่จุดต่อ L_1 ซึ่งจะเห็นว่ายังไม่มีจุด 2 อยู่ในรูป แต่ก็หาได้อีกโดยลากเส้นจากจุด 1 และ E ให้ขนานกับชิ้นส่วน L_1U_1 และ L_1L_2 ตามลำดับ ส่วนจุดที่เหลือ 3, 4, 5 และ 6 จะได้จากการพิจารณาที่จุดต่อ U_1, U_2, L_2 และ L_3 (หรือ U_3) ตามลำดับ สังเกตว่าในขณะที่พิจารณา ณ จุดต่อใดจะมีจุดที่ยังไม่มีอยู่ในรูปเพียงหนึ่งจุดเท่านั้น ซึ่งจะหาได้โดยการลากเส้นขนานกับชิ้นส่วนตรงจุดต่อที่พิจารณา เมื่อได้แรงภายในชิ้นส่วนต่าง ๆ ครบหมดแล้ว ให้ทำตารางแสดงค่าของแรงภายในชิ้นส่วนต่าง ๆ พร้อมทั้งใส่เครื่องหมายบวก (+) หรือลบ (-) กำกับเพื่อใช้แสดงประเภทของแรงภายในว่าเป็นแรงดึงหรือแรงอัด จากการเปรียบเทียบรูป Maxwell Diagram กับรูปหลายเหลี่ยมของแรงที่ได้จากการพิจารณาทีละจุดต่อ จะเห็นว่า Maxwell Diagram เป็นรูปรวมของรูปหลายเหลี่ยมของแรงแต่ละรูป ทำให้การพิจารณาหาแรงภายในสะดวกขึ้น อนึ่ง การใช้หลักพิจารณาของโบว์ที่วนตามเข็มนาฬิกาเป็นเพียงแต่สมมติขึ้นมาเพื่อให้ใช้เป็นหลักยึดเท่านั้น ซึ่งอาจพิจารณาวนทวนเข็มนาฬิกาก็ได้ แต่ต้องใช้ให้ตลอดการพิจารณา

ข้อสังเกต เมื่อแรงต่าง ๆ อยู่ในสภาวะสมดุล รูปหลายเหลี่ยมของแรงที่ได้ต้องเป็นรูปปิดพอดีเสมอ



ใบเนื้อหา (Information Sheet)

หน่วยที่ 3

ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม

รหัสรายวิชา 30100-0101

สัปดาห์ที่ 12-14

ระดับชั้น ปวส.

สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง

จำนวนคาบ 3

ชื่อหน่วย แรงภายในชิ้นส่วนของโครงข้อหมุน

แผ่นที่ 34

3.6.3 การคำนวณหาแรงภายในชิ้นส่วนของโครงถักโดยวิธีกราฟฟิค (Graphical Method)

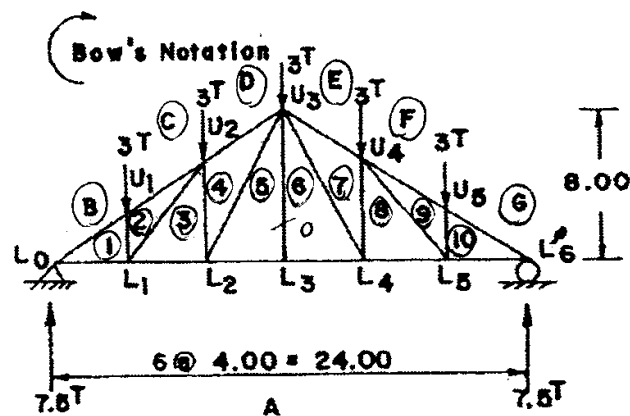
ตัวอย่างที่ 3.7 จงใช้วิธีกราฟฟิคหาแรงภายในชิ้นส่วนของโครงถักซึ่งรับแรงหรือน้ำหนักบรรทุกที่ข้อต่อ ดังรูป

วิธีทำ

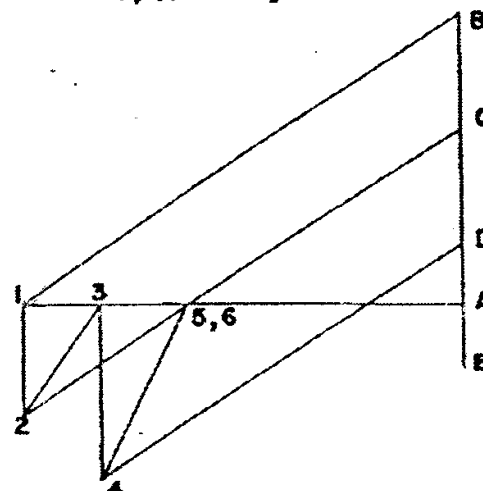
1.) หาแรงปฏิกิริยาโดยใช้วิธีคำนวณโดยตรงหรือใช้วิธีกราฟฟิค จะได้ $R_{L_0} = R_{L_6} = 7.5 \text{ T}$

2.) กำหนดมาตราส่วนความยาว และมาตราส่วนของแรงให้เหมาะสมเขียนรูป

โครงถักที่กำหนดให้ตามมาตราส่วนความยาว กำหนดตัวอักษรและตัวเลขตาม Bow's Notation ดังแสดง



Space Diagram



Maxwell Diagram

	ใบเนื้อหา (Information Sheet)		หน่วยที่ 3
	ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม	รหัสรายวิชา 30100-0101	สัปดาห์ที่ 12-14
	ระดับชั้น ปวส.	สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง	จำนวนคาบ 3
	ชื่อหน่วย แรงภายในชิ้นส่วนของโครงข้อหมุน		แผ่นที่ 35

สรุป แรงภายในโครงถัก (สำหรับครึ่งโครงเท่านั้น) แรงดึง (+) และแรงอัด (–)

ชิ้นส่วน		แรง (ตัน)
คอร์ดบน (Upper Chord)	L_0U_1	– 13.5
	U_1U_2	– 13.5
	U_2U_3	– 10.8
คอร์ดล่าง (Lower Chord)	L_0L_1	+ 11.2
	L_1L_2	+ 9.0
	L_2L_3	+ 6.8
เว็บ (Web Member)	L_1U_1	– 3.0
	L_2U_2	– 4.5
	L_3U_3	0
	L_1U_2	+ 3.8
	L_2U_3	+ 5.0

3.) เขียนรูปหลายเหลี่ยมของแรง BC, CD, DE,.....ตามมาตราส่วนของแรง

เนื่องจากโครงถักที่กำหนดให้ ตลอดจนน้ำหนักหรือแรงกระทำมีลักษณะสมมาตรตามแนว U_3L_3 ดังนั้น จึงเขียนรูปหลายเหลี่ยมของแรงเพียงครึ่งเดียว จุด A จะปรากฏที่ระยะกึ่งกลางของ DE

4.) หาแรงภายในชิ้นส่วนของโครงถัก

– พิจารณาจุดต่อ L_0 เป็นจุดแรก ลากเส้น B-1 ให้ขนานกับด้าน L_0U_1 และลากเส้น 1 – A. ให้ขนานกับด้าน L_0L_1 จะได้รูปหลายเหลี่ยมของแรงเป็นรูปปิดพหุติ ขนาดและประเภทของแรงภายในชิ้นส่วน L_0U_1 และ L_0L_1 จะหาได้ทันทีจากการวัดและสังเกตเวกเตอร์ของแรง โดยพิจารณาตามเข็มนาฬิกา ดังนั้น $L_0U_1 = -13.5$ ตัน (แรงอัด) และ $L_0L_1 = +11.2$ ตัน (แรงดึง)

– จากนั้นจึงพิจารณาที่จุดต่อ U_1, L_1, U_2, L_2 และ L_3 ตามลำดับ โดยการเขียนรูปหลายเหลี่ยมของแรง จะได้ Maxwell Diagram ดังแสดง

– เขียนขนาดและประเภทของแรงภายในโครงถัก ดังแสดงในตารางข้างต้น



ใบเนื้อหา (Information Sheet)

หน่วยที่ 3

ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม

รหัสรายวิชา 30100-0101

ระดับชั้น ปวส.

สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง

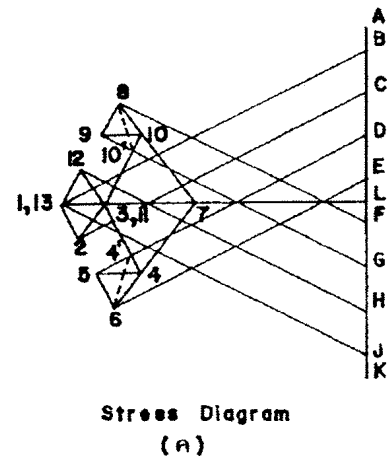
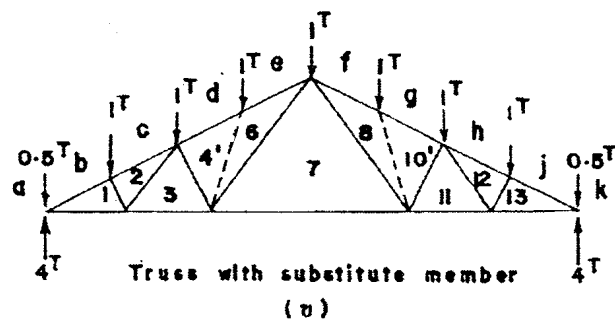
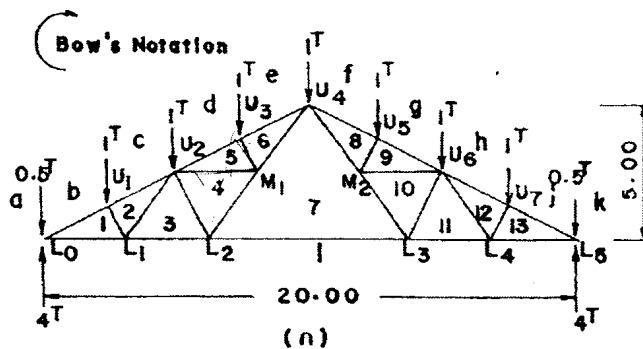
ชื่อหน่วย แรงภายในชิ้นส่วนของโครงข้อหมุน

สัปดาห์ที่ 12-14

จำนวนคาบ 3

แผ่นที่ 36

ตัวอย่างที่ 3.8 จงหาแรงภายในชิ้นส่วนของโครงหลังคาแบบ Fink รับน้ำหนัก ดังรูป โดยใช้วิธีกราฟฟิค



วิธีทำ

1.) หาแรงปฏิกิริยา

แรงกระทำบนโครงหลังคาเป็นแรงในแนวดิ่ง และมีความสมมาตร ดังนั้นแรงปฏิกิริยาที่ฐานรองรับทั้งสองจึงมีค่าเท่ากัน

$$R_0 = R_5 = \frac{1}{2} (0.5 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 0.5) = 4 \text{ ตัน} \uparrow$$

2.) กำหนดมาตราส่วนความยาว และมาตราส่วนของแรงให้เหมาะสม

เขียนรูปโครงถักที่กำหนดให้ตามมาตราส่วนความยาว และแสดงตำแหน่งที่แรงภายนอกและแรงปฏิกิริยากระทำ

3.) กำหนดตัวอักษรและตัวเลขตามหลักการของ Bow's Notation ดังแสดง

4.) เขียนรูปหลายเหลี่ยมของแรงภายนอก ABCDEFGHJKLA ตามมาตราส่วนของแรง

5.) หาแรงภายในโครงถัก

	ใบเนื้อหา (Information Sheet)		หน่วยที่ 3
	ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม	รหัสรายวิชา 30100-0101	สัปดาห์ที่ 12-14
	ระดับชั้น ปวส.	สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง	จำนวนคาบ 3
	ชื่อหน่วย แรงภายในชิ้นส่วนของโครงข้อหมุน		แผ่นที่ 37
— พิจารณาจุดต่อ L_0 เป็นจุดแรก หาจุด 1 ได้โดยลากเส้นตัดกันจากจุด B และ L ให้ขนานกับชิ้นส่วน L_0U_1 และ L_0L_1 ตามลำดับ — พิจารณาจุดต่อ U_1 เป็นจุดที่สอง หาจุด 2 ได้โดยลากเส้นตัดกันจากจุด 1 และ C ให้ขนานกับชิ้นส่วน L_1U_1 และ U_1U_2 ตามลำดับ — พิจารณาจุดต่อ L_1 เป็นจุดที่สาม หาจุด 3 ได้โดยลากเส้นตัดกันจากจุด 2 และ L ให้ขนานกับชิ้นส่วน L_1U_2 และ L_1L_2 ตามลำดับ — ต่อมาพิจารณาที่จุดต่อ U_2 จะเห็นว่าจุดต่อนี้มีชิ้นส่วน 5 ชิ้นมาต่อกัน ตัวไม่รู้ค่า มีเกินกว่า 2 ตัว ทำให้ไม่สามารถหาแรงภายในโครงสร้างได้ จะต้องลดจำนวนชิ้นส่วนที่จุดต่อนี้ให้เหลือเพียง 4 ชิ้น จึงจะหาแรงภายในได้ ดังนั้นจึงสมมติว่า M_1U_2 และ M_1U_3 ถูกตัดทิ้งไป และสมมติว่าใช้ชิ้นส่วน L_2U_3 แทนชิ้นส่วนที่ตัดทิ้งไป ในทำนองเดียวกัน ก็แก้ไขชิ้นส่วนที่อยู่ซีกขวามือด้วย ดังนั้นโครงสร้างที่กำหนดให้จึงเปลี่ยนไปเป็นแบบที่แสดงในรูป (ข) อย่างไรก็ตามสังเกตว่า แรงภายในชิ้นส่วน U_3U_4 ยังคงเหมือนเดิมไม่เปลี่ยนแปลงค่าของแรงแต่อย่างใด ฉะนั้นจุด 1, 2, 3 และ 6 (หรือ 13, 12, 11 และ 8) ในรูป Stress Diagram จึงยังอยู่ ณ ตำแหน่งเดิมซึ่งสามารถใช้หาค่าแรงภายในต่อไปได้ — กำหนดตัวเลข 4' และ 10' ใหม่ดังแสดงในรูป (ข) — พิจารณาที่จุดต่อ U_2 หาจุด 4' ได้โดยลากเส้นตัดกันจากจุด D และจุด 3 ให้ขนานกับ U_2U_3 และ L_2U_2 ตามลำดับ — พิจารณาจุดต่อ U_3 หาจุด 6 ได้โดยลากเส้นตัดกันจากจุด E และจุด 4' ให้ขนานกับชิ้นส่วน U_3U_4 และ L_2U_3 ตามลำดับ — เมื่อรู้ตำแหน่งของจุด 6 และ 4' ก็สามารหาค่าตำแหน่งของจุด 5, 4 และ 7 ได้โดยลากเส้นจากจุด D และ 6 ให้ขนานกับชิ้นส่วน U_2U_3 และ M_1U_2 ตัดกันที่จุด 5 — จากจุด 5 และจุด 3 ลากเส้นให้ขนานกับชิ้นส่วน M_1U_2 และ L_2U_2 ตามลำดับให้ตัดกันที่จุด 4 — จากจุด 4 และจุด L ลากเส้นให้ขนานกับชิ้นส่วน L_2M_1 และ L_2L_3 ตามลำดับให้ตัดกันที่จุด 7 — ในทำนองเดียวกันก็สามารถหาค่าตำแหน่งของจุด 13, 12, 11, 10, 9 และ 8 ได้ ดังนั้น จะได้ Stress Diagram ดังรูป (ค) ขนาดและประเภทของแรงภายในชิ้นส่วนต่าง ๆ จะได้จากการพิจารณาเวกเตอร์ของแรงนั้น ๆ ตาม Bow's Notation ดังแสดงในตาราง			

	ใบเนื้อหา (Information Sheet)		หน่วยที่ 3
	ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม	รหัสรายวิชา 30100-0101	สัปดาห์ที่ 12-14
	ระดับชั้น ปวส.	สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง	จำนวนคาบ 3
	ชื่อหน่วย แรงภายในชิ้นส่วนของโครงข้อหมุน		แผ่นที่ 38

สรุป แรงภายในโครงถัก (สำหรับครึ่งโครงเท่านั้น) แรงดึง (+) และแรงอัด (—)

ชิ้นส่วน		แรง (ตัน)
คอร์ดบน (Upper Chord)	L_0U_1	— 7.75
	U_1U_2	— 7.31
	U_2U_3	— 6.81
	U_3U_4	— 6.37
คอร์ดล่าง (Lower Chord)	L_0L_1	+ 6.88
	L_1L_2	+ 5.88
	L_2L_3	+ 3.88
เว็บ (Web Member)	L_1U_1	— 0.88
	L_1U_2	+ 1.00
	L_2U_2	— 1.81
	L_2M_1	+ 2.00
	M_1U_2	+ 1.00
	M_1U_3	— 0.88
	M_1U_4	+ 3.00

	ใบเนื้อหา (Information Sheet)		หน่วยที่ 4
	ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม	รหัสรายวิชา 30100-0101	สัปดาห์ที่ 15-16
	ระดับชั้น ปวส.	สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง	จำนวนคาบ 3
	ชื่อหน่วย แรงเสียดทาน		แผ่นที่ 1

7.1 นิยามและประเภทของแรงเสียดทาน (Definition & Type of Friction)

7.1.1 นิยามของแรงเสียดทาน (Definition of Friction)

แรงเสียดทาน (Friction) หมายถึง แรงต้านทานซึ่งเกิดจากการเสียดสีระหว่างผิวสัมผัสของวัตถุสองชิ้น อาจเป็นวัตถุประเภทเดียวกันหรือวัตถุคนละประเภทก็ได้ ขณะวัตถุกำลังจะเคลื่อนที่หรือขณะเคลื่อนที่อยู่ และอาจเกิดจากการเสียดสีระหว่างผิวสัมผัสระหว่างของแข็งกับผิวสัมผัสของของแข็ง ซึ่งเรียกว่า “แรงเสียดทานแห้ง” หรือเกิดจากการเสียดสีระหว่างผิวสัมผัสของของแข็งกับผิวสัมผัสของของเหลว ซึ่งเรียกว่า “แรงเสียดทานเปียก” ซึ่งในที่นี้จะขอกล่าวถึงแรงเสียดทานแห้งเท่านั้น

7.1.2 ประเภทของแรงเสียดทาน (Type of Friction)

ประเภทของแรงเสียดทานแบ่งตามลักษณะการเกิดแรงได้ 2 ประเภท ได้แก่

1. แรงเสียดทานสถิต (Static Friction) คือแรงเสียดทานที่เกิดจากการพยายามจะเคลื่อนที่ของวัตถุจากเดิมที่วัตถุหยุดนิ่ง แรงเสียดทานสถิตสูงสุด (Maximum Static Friction) มักจะเกิดขึ้นเมื่อวัตถุกำลังจะเริ่มเคลื่อนที่

2. แรงเสียดทานจลน์ (Kinetic Friction) คือแรงเสียดทานที่เกิดขึ้นในขณะที่วัตถุมีการเคลื่อนที่ โดยทั่วไปแล้ว แรงเสียดทานจลน์ จะมีค่าน้อยกว่าแรงเสียดทานสถิตของวัตถุชนิดเดียวกัน ประมาณ 20 - 40%

7.2 คุณสมบัติของแรงเสียดทาน (Property of Friction)

1. พื้นที่ของผิวสัมผัสไม่มีอิทธิพลต่อแรงเสียดทาน
2. การเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิ มีอิทธิพลต่อแรงเสียดทานไม่มากเท่าใดนัก
3. แรงเสียดทานจะเป็นปฏิกิริยากับแรงปฏิกิริยาที่ตั้งฉากกับพื้นผิวสัมผัส ซึ่งจะกล่าวในหัวข้อต่อไป

	ใบเนื้อหา (Information Sheet)		หน่วยที่ 4
	ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม	รหัสรายวิชา 30100-0101	สัปดาห์ที่ 15-16
	ระดับชั้น ปวส.	สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง	จำนวนคาบ 3
	ชื่อหน่วย แรงเสียดทาน		แผ่นที่ 2

4. แรงเสียดทานจะมีทิศทางตรงกันข้ามกับทิศทางของการเคลื่อนที่ ดังแสดงในรูปที่ 7.1



รูปที่ 7.1 ทิศทางของแรงเสียดทาน

5. วัตถุที่มีการเคลื่อนที่ในอัตราเร็วสูง ค่าของแรงเสียดทานจะมีค่าน้อยลงเมื่อมีความเร็วเพิ่มขึ้น

6. วัตถุที่มีการเคลื่อนที่ในอัตราเร็วต่ำ ค่าของแรงเสียดทานจะไม่ขึ้นอยู่กับอัตราเร็ว

7.3 สัมประสิทธิ์ความเสียดทาน (Coefficient of Friction)

สัมประสิทธิ์ความเสียดทาน คือค่าอัตราส่วนระหว่าง แรงเสียดทาน f กับแรงปฏิกิริยาที่ผิวสัมผัสกระทำกับวัตถุในแนวตั้งฉาก N ดังนี้

$$\mu = \frac{f}{N} \quad \dots\dots\dots(7.1)$$

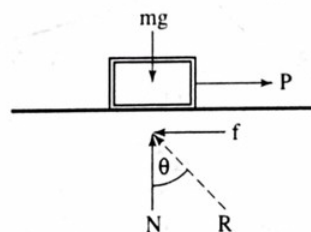
เมื่อ

μ = สัมประสิทธิ์ความเสียดทาน

f = แรงเสียดทาน, (N)

N = แรงปฏิกิริยาที่ผิวสัมผัสกระทำกับวัตถุในแนวตั้งฉาก

7.3.1 สัมประสิทธิ์ความเสียดทานในแนวระดับ



รูปที่ 7.2 การหาสัมประสิทธิ์ความเสียดทานในแนวระดับ

จากรูปที่ 7.2 วัตถุมวล m ถูกดึงด้วยแรง P มีแรงเสียดทาน f ต้านทานของ P ไว้ โดยที่แรงเสียดทาน f มีค่าสูงสุดเมื่อวัตถุเกือบจะเคลื่อนที่ และที่ผิวสัมผัสที่แรงปฏิกิริยา N กระทำตั้งฉากกับแนวระดับ



ใบเนื้อหา (Information Sheet)

หน่วยที่ 4

ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม

รหัสรายวิชา 30100-0101

สัปดาห์ที่ 15-16

ระดับชั้น ปวส.

สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง

จำนวนคาบ 3

ชื่อหน่วย แรงเสียดทาน

แผ่นที่ 3

จากสมการที่ 7.1 เขียนใหม่ได้ว่า

$$f = \mu \cdot N \quad \dots\dots\dots(7.2)$$

หรือ $f = \mu \cdot m \cdot g \quad \dots\dots\dots(7.3)$

เมื่อ $m =$ มวลของวัตถุ, (kg)

$g =$ แรงโน้มถ่วงของโลก

$$= 9.81 \text{ m/sec}^2$$

ในส่วนของมุมของแรงเสียดทาน (Angle of Friction) ซึ่งเป็นมุมระหว่างแรงปฏิกิริยา N กับแรงลัพธ์ R อาจหาได้จากหลักการของตรีโกณมิติดังนี้

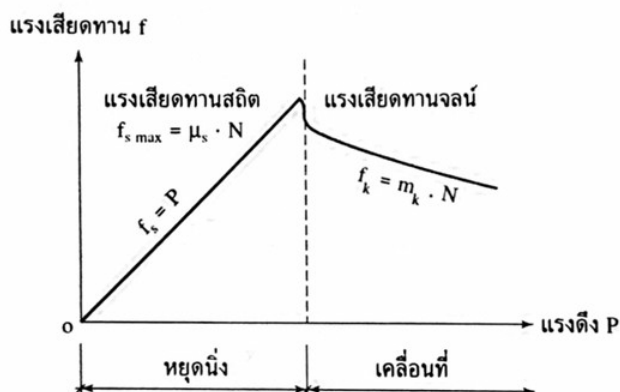
$$\tan \theta = \frac{f}{N}$$

$\therefore \theta = \tan^{-1} \frac{f}{N} \quad \dots\dots\dots(7.4)$

หรือ $\theta = \tan^{-1} \mu \quad \dots\dots\dots(7.5)$

เมื่อ $\theta =$ มุมของแรงเสียดทาน

สำหรับค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานจลน์ของวัตถุต่าง ๆ สามารถใช้วิธีการหาเช่นเดียวกับของแรงเสียดทานสถิต เพียงแต่แรงเสียดทานจลน์จะพิจารณาเมื่อวัตถุมีการเคลื่อนที่ ส่วนแรงเสียดทานสถิตจะพิจารณาเมื่อวัตถุไม่เคลื่อนที่ ดังแสดงในรูปที่ 7.3



รูปที่ 7.3 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง f กับ P

จากรูปที่ 7.3 ดังกล่าวสามารถสรุปได้ว่า แรงเสียดทาน f เป็นปฏิกิริยากับแรงปฏิกิริยาที่ตั้งฉากกับพื้นผิวสัมผัส ดังที่ได้กล่าวมาแล้วในหัวข้อที่ผ่านมา

	ใบเนื้อหา (Information Sheet)		หน่วยที่ 4
	ชื่อรายวิชา	กลศาสตร์วิศวกรรม รหัสรายวิชา 30100-0101	สัปดาห์ที่ 15-16
	ระดับชั้น	ปวส. สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง	จำนวนคาบ 3
	ชื่อหน่วย	แรงเสียดทาน	แผ่นที่ 4

ที่ 7.1
 หนึ่งค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานสถิต μ ของวัตถุต่าง ๆ อาจอาศัยค่าได้จากตาราง

ตารางที่ 7.1 ค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานสถิต μ

วัสดุที่สัมผัสกัน		ค่าสัมประสิทธิ์
ไม้	ไม้	0.380 - 0.700
โลหะ	โลหะ	0.150 - 0.300
ไม้	โลหะ	0.200 - 0.600
หนัง	ไม้	0.250 - 0.500
หนัง	โลหะ	0.300 - 0.600
หิน	หิน	0.400 - 0.650

ชัยสวัสดิ์ เทียนวิบูลย์, 2526.

ตัวอย่างที่ 7.1 แท่งคอนกรีตทรงลูกบาศก์ขนาด $1 \times 1 \times 1 \text{ m}^3$ วางอยู่บนผิวราบที่มีค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทาน 0.500 จงคำนวณหาแรงสูงสุดที่ใช้ในการดึงแท่งคอนกรีตนี้ และมุมของแรงเสียดทาน เมื่อคอนกรีตมีความหนาแน่น 2400 kg/m^3

วิธีทำ หามวลของคอนกรีต

$$\begin{aligned}
 m &= \rho \cdot v \\
 &= (2400 \text{ kg/m}^3)(1 \text{ m}^3) \\
 &= 2400 \text{ kg}
 \end{aligned}$$

หาแรงดึงสูงสุดที่ใช้ในการดึงแท่งคอนกรีต

$$\begin{aligned}
 \text{เนื่องจาก } P = f &= \mu \cdot m \cdot g \\
 &= (0.500)(2400 \text{ kg})(9.81 \text{ m/sec}^2) \\
 &= 11.772 \text{ kN}
 \end{aligned}$$

ตอบ

หามุมของแรงเสียดทาน

$$\begin{aligned}
 \text{เนื่องจาก } \theta &= \tan^{-1} \mu \\
 &= \tan^{-1} 0.500 \\
 &= 26.57^\circ
 \end{aligned}$$

ตอบ



ใบเนื้อหา (Information Sheet)

หน่วยที่ 4

ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม

รหัสรายวิชา 30100-0101

สัปดาห์ที่ 15-16

ระดับชั้น ปวส.

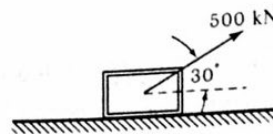
สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง

จำนวนคาบ 3

ชื่อหน่วย แรงเสียดทาน

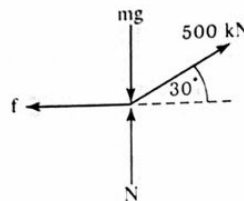
แผ่นที่ 5

ตัวอย่างที่ 7.2 ก้อนวัตถุมวล 200 kg วางบนพื้นราบมีแรง 500 N มาดึงให้วัตถุนี้เริ่มเคลื่อนที่ โดยทำมุมกับแนวราบ 30° จงคำนวณหาสัมประสิทธิ์ความเสียดทานระหว่างวัตถุกับพื้นราบ



วิธีทำ

เขียนแผนภาพส่วนอิสระของแรงได้ดังนี้



ผลรวมของแรงในแนวแกน x $\Sigma F_x = 0$

$\therefore$ แรงเสียดทาน $f = (500 \text{ N})(\cos 30^\circ)$

$f = 433.01 \text{ N}$

ผลรวมของแรงในแนวแกน y $\Sigma F_y = 0$

$\therefore$ แรงปฏิกิริยา $N = m \cdot g - 500 \text{ N} \sin 30^\circ$

$= (200 \text{ kg})(9.81 \text{ m/sec}^2) - (500 \text{ N})(\sin 30^\circ)$

$= 1712 \text{ N}$

หาค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทาน

เนื่องจาก $\mu = \frac{f}{N}$

$= \frac{433.01 \text{ N}}{1712 \text{ N}}$

$= 0.253$

ตอบ



ใบเนื้อหา (Information Sheet)

หน่วยที่ 4

ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม

รหัสรายวิชา 30100-0101

สัปดาห์ที่ 15-16

ระดับชั้น ปวส.

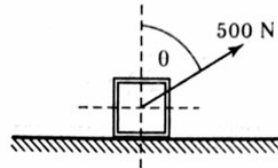
สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง

จำนวนคาบ 3

ชื่อหน่วย แรงเสียดทาน

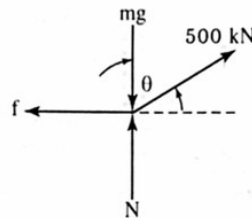
แผ่นที่ 6

ตัวอย่างที่ 7.3 จงคำนวณหาค่ามุม θ ที่แรง 500 N ออกแรงดึงวัตถุมวล 100 kg ที่วางอยู่บนผิวราบ ถ้าค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานมีค่า 0.300



วิธีทำ

เขียนแผนภาพส่วนอิสระของแรงได้ดังนี้



ผลรวมของแรงในแนวแกน x $\Sigma F_x = 0$

$$f = 500 \sin \theta \quad \text{.....(1)}$$

แต่เนื่องจาก $f = \mu N$ (2)

ผลรวมของแรงในแนวแกน y $\Sigma F_y = 0$

$$N = mg - 500 \cos \theta \quad \text{.....(3)}$$

แทนสมการ (2) และ (3) ในสมการ (1) ดังนี้

$$500 \sin \theta = \mu (mg - 500 \cos \theta)$$

$$10 \sin \theta = 5.886 - 3 \cos \theta$$

ยกกำลังสองทั้งสองข้าง ดังนี้

$$100 \sin^2 \theta = 9 \cos^2 \theta - 35.32 \cos \theta + 34.64$$

$$100 (1 - \cos^2 \theta) = 9 \cos^2 \theta - 35.32 \cos \theta + 34.64$$

จัดรูปใหม่จะได้ว่า

$$109 \cos^2 \theta - 35.32 \cos \theta - 65.36 = 0 \quad \{\text{เป็นสมการควอดราติก}\}$$

แก้สมการควอดราติก โดยใช้สูตร

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



ใบเนื้อหา (Information Sheet)

หน่วยที่ 4

ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม

รหัสรายวิชา 30100-0101

สัปดาห์ที่ 15-16

ระดับชั้น ปวส.

สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง

จำนวนคาบ 3

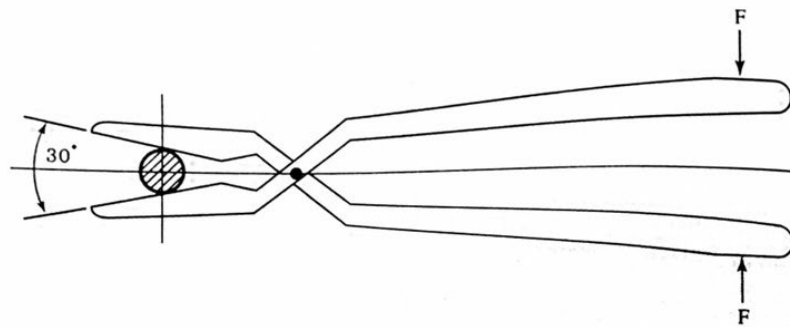
ชื่อหน่วย แรงเสียดทาน

แผ่นที่ 7

$$\begin{aligned}\cos \theta &= \frac{-(-35.32) \pm \sqrt{(-35.32)^2 - (4)(109)(-65.36)}}{(2)(109)} \\ &= 0.953, -0.629 \\ \therefore \text{มุม } \theta &= \cos^{-1} 0.953 \\ &= 17.636^\circ\end{aligned}$$

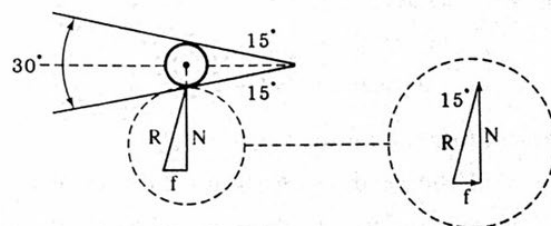
ตอบ

ตัวอย่างที่ 7.4 จงคำนวณหาสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานที่ผิวสัมผัสระหว่างคีมกับท่อนเหล็กกลมตันดังรูป เมื่อคีมงัดทำมุม 30°



วิธีทำ

เขียนแผนภาพส่วนอิสระของแรงได้ดังนี้



หาค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทาน

$$\begin{aligned}\text{เนื่องจาก} \quad \mu &= \frac{f}{N} \\ &= \tan 15^\circ \\ &= 0.268\end{aligned}$$

ตอบ

	ใบเนื้อหา (Information Sheet)		หน่วยที่ 4
	ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม	รหัสรายวิชา 30100-0101	สัปดาห์ที่ 15-16
	ระดับชั้น ปวส.	สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง	จำนวนคาบ 3
	ชื่อหน่วย แรงเสียดทาน		แผ่นที่ 8

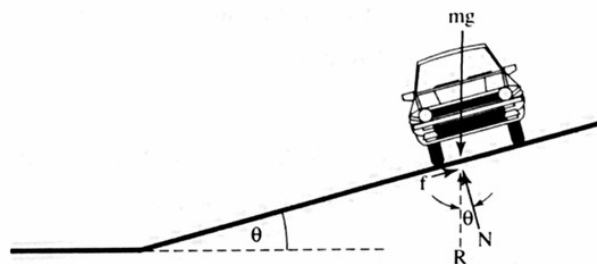
ตัวอย่างที่ 7.5 จงคำนวณหาแรงเสียดทาน ในการที่จะออกแรงดึงแท่งโลหะมวล 100 kg ไปบนแผ่นกระดานไม้

วิธีทำ จากตารางที่ 7.1 อ่านค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานได้ $\mu = 0.400$
 หาค่าแรงเสียดทาน
 เนื่องจาก $f = \mu \cdot m \cdot g$
 $= (0.400)(100 \text{ kg})(9.81 \text{ m/sec}^2)$
 $= 392.4 \text{ N}$ ตอบ

ตัวอย่างที่ 7.6 จงคำนวณหามวลของโลหะที่วางอยู่บนพื้นหนัง โดยมีแรงเสียดทานที่เกิดขึ้นเมื่อกำลังจะเริ่มเคลื่อนมวลนี้ 100 N

วิธีทำ จากตารางที่ 7.1 อ่านค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานได้ $\mu = 0.450$
 เนื่องจาก $f = \mu \cdot m \cdot g$
 $\therefore$ มวลโลหะ $m = \frac{f}{\mu \cdot g}$
 $= \frac{100 \text{ N}}{(0.450)(9.81 \text{ m/sec}^2)}$
 $= 22.65 \text{ kg}$ ตอบ

7.3.2 สัมประสิทธิ์ความเสียดทานในแนวระนาบเอียง



รูปที่ 7.4 การหาสัมประสิทธิ์ความเสียดทานในแนวระนาบเอียง

จากรูปที่ 7.4 วัตถุมวล m วางอยู่บนพื้นเอียงทำมุมกับแนวระดับ θ มีแรงเสียดทาน f ต้านทานการเลื่อนไถลลงจากพื้นเอียง

แรงที่ทำให้มอง m เคลื่อนที่ลงจากพื้นเอียง มีค่าเท่ากับ $mg \sin \theta$

	ใบเนื้อหา (Information Sheet)		หน่วยที่ 4
	ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม	รหัสรายวิชา 30100-0101	สัปดาห์ที่ 15-16
	ระดับชั้น ปวส.	สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง	จำนวนคาบ 3
	ชื่อหน่วย แรงเสียดทาน		แผ่นที่ 9

เมื่อวัตถุกำลังจะเคลื่อนที่ แสดงว่ามีแรงเสียดทานสูงสุดเกิดขึ้นเท่ากับแรงที่ทำให้มวลเคลื่อนที่ลงจากพื้นเอียง ดังนั้น

$$f = mg \sin \theta \quad \dots\dots\dots(7.6)$$

เมื่อ

f = แรงเสียดทาน, (N)

m = มวลของวัตถุ, (kg)

g = แรงโน้มถ่วงของโลก

= 9.81 m/sec²

ขณะที่แรงปฏิกิริยาที่ผิวสัมผัส N คำนวณได้ตามสมการ

$$N = mg \cdot \cos \theta \quad \dots\dots\dots(7.7)$$

ดังนั้น จากสมการที่ 7.1 เขียนใหม่ได้ว่า

$$\mu = \frac{f}{N}$$

$$\mu = \frac{mg \sin \theta}{mg \cos \theta}$$

$$\therefore \mu = \tan \theta \quad \dots\dots\dots(7.3)$$

ตัวอย่างที่ 7.7 จงคำนวณหาแรงเสียดทานที่เกิดขึ้นขณะที่วัตถุมวล 40 kg กำลังจะเคลื่อนที่ไถลลงจากพื้นเอียงที่ทำมุม 30° กับแนวนระดับ

วิธีทำ

หาค่าแรงเสียดทาน

เนื่องจาก

$$f = mg \sin \theta$$

$$= (40 \text{ kg})(9.81 \text{ m/sec}^2)(\sin 30^\circ)$$

$$= 196.2 \text{ N}$$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 7.8 วัตถุมวล 500 kg วางอยู่บนพื้นเอียง 15° กำลังจะเคลื่อนที่ไถลลงจากพื้น จงคำนวณหาแรงเสียดทานที่เกิดขึ้นและสัมประสิทธิ์ความเสียดทาน

วิธีทำ

หาแรงเสียดทาน

เนื่องจาก

$$f = mg \sin \theta$$

$$= (500 \text{ kg})(9.81 \text{ m/sec}^2)(\sin 15^\circ)$$

$$= 1.27 \text{ kN}$$

ตอบ

หาค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทาน

เนื่องจาก

$$\mu = \tan \theta$$



ใบเนื้อหา (Information Sheet)

หน่วยที่ 4

ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม

รหัสรายวิชา 30100-0101

สัปดาห์ที่ 15-16

ระดับชั้น ปวส.

สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง

จำนวนคาบ 3

ชื่อหน่วย แรงเสียดทาน

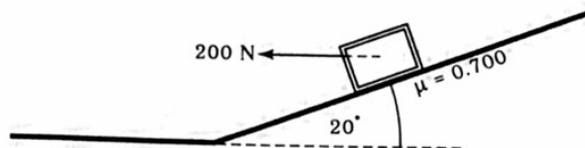
แผ่นที่ 10

$$\mu = \tan 15^\circ$$

$$= 0.268$$

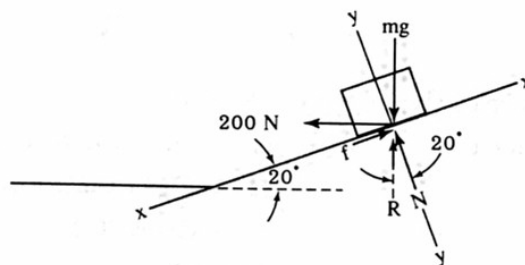
ตอบ

ตัวอย่างที่ 7.9 มวล 100 kg วางอยู่บนระนาบเอียงทำมุม 20° กับแนวระดับ มีแรงในแนวระดับขนาด 200 N ออกแรงดึงดังรูป ถ้าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานระหว่างพื้นกับมวลนี้มีค่า 0.700 จงคำนวณหาแรงเสียดทานที่เกิดขึ้น



วิธีทำ

เขียนแผนภาพส่วนอิสระของแรงได้ดังนี้



ผลรวมของแรงในแนวแกน y $\Sigma F_y = 0$

$$\begin{aligned}\therefore \text{แรงปฏิกิริยาที่ผิวสัมผัส } N &= mg \cos 20^\circ - 200 \text{ N} \sin 20^\circ \\ &= (100 \text{ kg})(9.81 \text{ m/sec}^2)(\cos 20^\circ) \\ &\quad - (200 \text{ N})(\sin 20^\circ) \\ &= 853.43 \text{ N}\end{aligned}$$

เนื่องจาก $\mu = \frac{f}{N}$

$$\begin{aligned}\therefore \text{แรงเสียดทาน } f &= \mu \cdot N \\ &= (0.700)(853.43 \text{ N}) \\ &= 597.401 \text{ N}\end{aligned}$$

ตอบ



ใบเนื้อหา (Information Sheet)

หน่วยที่ 4

ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม

รหัสรายวิชา 30100-0101

สัปดาห์ที่ 15-16

ระดับชั้น ปวส.

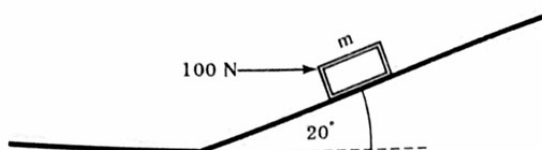
สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง

จำนวนคาบ 3

ชื่อหน่วย แรงเสียดทาน

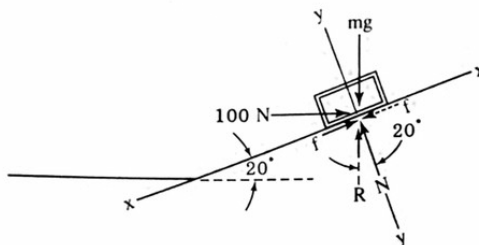
แผ่นที่ 11

ตัวอย่างที่ 7.10 จงคำนวณหาแรงเสียดทาน และพิสูจน์ว่าวัตถุมวล 100 kg จะเคลื่อนที่เมื่อถูกดันด้วยแรงในแนวระดับ 100 N เพื่อให้ขึ้นเนินเอียง 20° กับแนวระดับ โดยที่แรงเสียดทานสถิตและแรงเสียดทานจลน์มีค่า 0.20 และ 0.17 ตามลำดับ



วิธีทำ

เขียนแผนภาพส่วนอิสระของแรงได้ดังนี้



ผลรวมของแรงในแนวแกน x $\Sigma F_x = 0$

$$\begin{aligned}\therefore \text{แรงเสียดทาน } f &= mg \sin 20^\circ - 100 \text{ N} \cos 20^\circ \\ &= (100 \text{ kg})(9.81 \text{ m/sec}^2)(\sin 20^\circ) - \\ &\quad (100 \text{ N})(\cos 20^\circ) \\ &= 241.55 \text{ N}\end{aligned}$$

ผลรวมของแรงในแนวแกน y $\Sigma F_y = 0$

$$\begin{aligned}\therefore \text{แรงปฏิกิริยา } N &= mg \cos 20^\circ + 100 \text{ N} \sin 20^\circ \\ &= (100 \text{ kg})(9.81 \text{ m/sec}^2)(\cos 20^\circ) + \\ &\quad (100 \text{ N})(\sin 20^\circ) \\ &= 956.04 \text{ N}\end{aligned}$$

หาค่าแรงเสียดทานสถิตสูงสุด จากสมการ

$$\begin{aligned}\therefore f_{s \max} &= \mu_s \cdot N \\ &= (0.20)(956.04 \text{ N}) \\ f_{s \max} &= 191.21 \text{ N} < f \\ &= 241.55 \text{ N}\end{aligned}$$

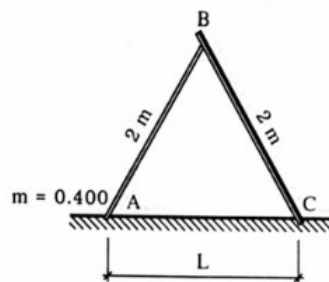
	ใบเนื้อหา (Information Sheet)		หน่วยที่ 4
	ชื่อรายวิชา	กลศาสตร์วิศวกรรม รหัสรายวิชา 30100-0101	สัปดาห์ที่ 15-16
	ระดับชั้น	ปวส. สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง	จำนวนคาบ 3
	ชื่อหน่วย	แรงเสียดทาน	แผ่นที่ 12

$\therefore$ เมื่อมีแรง 100 N มาดันวัตถุ วัตถุจะเกิดการเคลื่อนที่ ดังนั้นแรงเสียดทานที่เกิดขึ้นจึงเป็นแรงเสียดทานจลน์ ซึ่งหาได้จากสมการ
 เนื่องจาก $f_k = \mu_k \cdot N$
 $= (0.17)(956.04 \text{ N})$
 $= 162.53 \text{ N}$

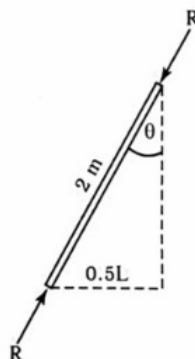
ตอบ

ข้อสังเกต จากตัวอย่างที่ 7.10 สรุปได้ว่า “วัตถุจะเริ่มเคลื่อนที่เมื่อแรงกระทำมีค่ามากกว่าแรงเสียดทาน”

ตัวอย่างที่ 7.11 จงคำนวณหาค่าระยะ L ที่มากที่สุด ที่จะทำให้ปลายด้านล่างของค้ำยัน AB สามารถรับแผ่นวัตถุโดยไม่ลื่นไถล โดยที่ไม่ต้องค้ำยันหน้าของชิ้นส่วน กำหนดให้สัมประสิทธิ์ความเสียดทานมีค่า 0.400



วิธีทำ เขียนแผนภาพส่วนอิสระของแรงที่กระทำต่อท่อน AB ได้ดังนี้



	ใบเนื้อหา (Information Sheet)		หน่วยที่ 4
	ชื่อรายวิชา	กลศาสตร์วิศวกรรม รหัสรายวิชา 30100-0101	สัปดาห์ที่ 15-16
	ระดับชั้น	ปวส. สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง	จำนวนคาบ 3
	ชื่อหน่วย	แรงเสียดทาน	แผ่นที่ 13

กลศาสตร์วิศวกรรม

เนื่องจาก $\mu = \tan \theta$
 $\therefore$ คำนวณ $\theta = \tan^{-1} \mu$
 $= \tan^{-1} 0.400$
 $= 21.80^\circ$

จากกฎของตรีโกณมิติ

$$\sin \theta = \frac{0.5 L}{2 \text{ m}}$$

$\therefore$ ระยะ $L = \frac{(2 \text{ m})(\sin 21.80^\circ)}{0.5}$
 $= 1.485 \text{ m}$

ตอบ

	ใบเนื้อหา (Information Sheet)		หน่วยที่ 5
	ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม	รหัสรายวิชา 30100-0101	สัปดาห์ที่ 17
	ระดับชั้น ปวส.	สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง	จำนวนคาบ 3
	ชื่อหน่วย จุดศูนย์ถ่วงและโมเมนต์ความเฉื่อย		แผนที่ 1

ทฤษฎีจุดศูนย์ถ่วง (Center of Gravity's Theory)

จุดศูนย์ถ่วง (Center of Gravity) คือจุดที่มวลทั้งก้อนของวัตถุใด ๆ ถูกดึงดูดด้วยแรงโน้มถ่วงของโลก เสมือนว่ามวลทั้งก้อนของวัตถุรวมอยู่ ณ จุดนี้เพียงจุดเดียว ไม่ว่าจะวางวัตถุอยู่ในลักษณะใด เรียกย่อ ๆ ว่า จุด CG

ในกรณีที่วัตถุอยู่ในสภาวะที่ปราศจากแรงดึงดูดของโลกแล้ว เราจะเรียกจุดนี้ว่า จุดศูนย์กลางมวล (Center of Mass) แทน

จุดเซนทรอยด์ (Centroid) คือจุดศูนย์กลางทางเรขาคณิตของวัตถุใด ๆ และถ้าพิจารณาถึงคุณสมบัติทางฟิสิกส์ของวัตถุ จะเรียกว่า จุดศูนย์กลางมวล (Center of Mass) แทน

ในกรณีที่วัตถุมีความหนาแน่น (Density) ρ มีค่าเท่ากันสม่ำเสมอ จุดเซนทรอยด์จะทับกับจุดศูนย์กลางมวลพอดี ในทางตรงกันข้าม ถ้าวัตถุมีความหนาแน่นไม่สม่ำเสมอจุดเซนทรอยด์จะไม่ทับกันกับจุดศูนย์กลางมวล

การบอกตำแหน่งของจุดเซนทรอยด์ของวัตถุใด ๆ ปกติจะบอกในเทอมของค่าเฉลี่ยของโคออร์ดิเนตในพิกัดฉาก นั่นคือ $\bar{x}$, $\bar{y}$ และ $\bar{z}$ โดยมีสมการสำหรับหาค่าเฉลี่ยดังกล่าวดังนี้

$$\bar{x} = \frac{\sum x dm}{m} \quad \dots\dots\dots(8.1)$$

$$\bar{y} = \frac{\sum y dm}{m} \quad \dots\dots\dots(8.2)$$

$$\bar{z} = \frac{\sum z dm}{m} \quad \dots\dots\dots(8.3)$$

เมื่อ $\bar{x}$, $\bar{y}$, $\bar{z}$ = ค่าเฉลี่ยของโคออร์ดิเนตในพิกัดแนวแกน x , y และ z ตามลำดับ

m = มวลของวัตถุ

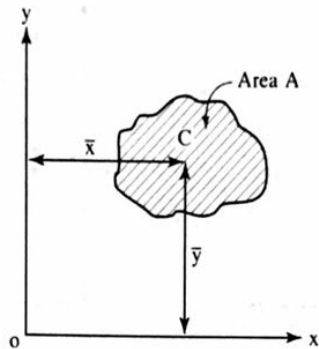
	ใบเนื้อหา (Information Sheet)		หน่วยที่ 5
	ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม	รหัสรายวิชา 30100-0101	สัปดาห์ที่ 17
	ระดับชั้น ปวส.	สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง	จำนวนคาบ 3
	ชื่อหน่วย	จุดศูนย์ถ่วงและโมเมนต์ความเฉื่อย	แผ่นที่ 2

การคำนวณหาจุดเซนทรอยด์หรือจุดศูนย์กลางของวัตถุ อาจใช้ทฤษฎีที่สำคัญในการหา 2 ทฤษฎี คือ

1. ทฤษฎีโมเมนต์ของพื้นที่ (Moment of Area's Theory)
2. ทฤษฎีของแพปปัส (Pappus's Theory)

8.1.1 ทฤษฎีโมเมนต์ของพื้นที่ (Moment of Area's Theory)

โมเมนต์ของพื้นที่ (Moment of Area) คือผลคูณของพื้นที่ของวัตถุรอบแนวแกน x และแนวแกน y กับระยะทางจากจุดเซนทรอยด์จนถึงแนวแกน ดังแสดงในรูปที่ 8.1



รูปที่ 8.1 การหาค่า $\bar{x}$ และ $\bar{y}$ โดยทฤษฎีโมเมนต์ของพื้นที่

จากรูปที่ 8.1 วัตถุมวล m มีพื้นที่ A ระยะระหว่างแนวแกน x และแนวแกน y จนถึงจุดเซนทรอยด์ C มีค่า $\bar{x}$ และ $\bar{y}$ ตามลำดับ ดังนั้น

โมเมนต์ของพื้นที่ A รอบแนวแกน x

$$M_x = A \cdot \bar{y} \quad \text{.....(8.4)}$$

โมเมนต์ของพื้นที่ A รอบแนวแกน y

$$M_y = A \cdot \bar{x} \quad \text{.....(8.5)}$$

เมื่อ

M_x, M_y = โมเมนต์ของพื้นที่ที่รอบแนวแกน x และแนวแกน y ตามลำดับ

A = พื้นที่ของวัตถุ

$\bar{x}, \bar{y}$ = ค่าเฉลี่ยของโคออร์ดิเนตในพิกัดแนวแกน x และแนวแกน y ตามลำดับ

= ระยะระหว่างจุดเซนทรอยด์กับแนวแกน x และแนวแกน y ตามลำดับ



ใบเนื้อหา (Information Sheet)

หน่วยที่ 5

ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม

รหัสรายวิชา 30100-0101

สัปดาห์ที่ 17

ระดับชั้น ปวส.

สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง

จำนวนคาบ 3

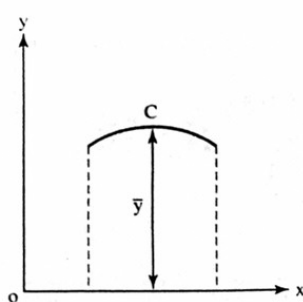
ชื่อหน่วย จุดศูนย์ถ่วงและโมเมนต์ความเฉื่อย

แผ่นที่ 3

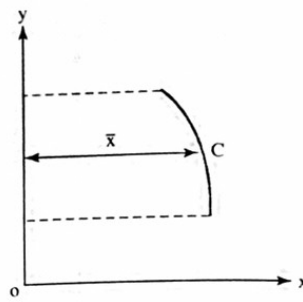
8.1.2 ทฤษฎีของแพปปัส (Pappus's Theory)

ทฤษฎีการหาจุดเซนทรอยด์ของแพปปัสนี้ แบ่งย่อยได้อีก 2 ทฤษฎีดังต่อไปนี้

1. ทฤษฎีที่หนึ่งของแพปปัส (First Theory of Pappus) ทฤษฎีนี้กล่าวเอาไว้ว่า พื้นที่ผิวอันเกิดจากการหมุนเส้นโค้งรอบแนวแกน x หรือแนวแกน y มีค่าเท่ากับผลคูณของความยาวเส้นโค้ง กับระยะทางที่จุดเซนทรอยด์ของเส้นโค้งเคลื่อนที่ โดยที่แกนหมุนไม่ตัดผ่านแนวเส้นโค้ง และแกนหมุนอยู่ในแนวเดียวกับเส้นโค้ง ดังแสดงในรูปที่ 8.2



(ก) เส้นโค้งหมุนรอบแนวแกน x



(ข) เส้นโค้งหมุนรอบแนวแกน y

รูปที่ 8.2 การหาค่า $\bar{x}$ และ $\bar{y}$ โดยทฤษฎีที่หนึ่งของแพปปัส

จากรูปที่ 8.2 (ก) เมื่อเส้นโค้งหมุนรอบแกน x จะได้ว่า

$$\bar{y} = \frac{S}{2\pi L} \quad \dots\dots\dots(8.6)$$

จากรูปที่ 8.2 (ข) เมื่อเส้นโค้งหมุนรอบแกน y จะได้ว่า

$$\bar{x} = \frac{S}{2\pi L} \quad \dots\dots\dots(8.7)$$

เมื่อ

$$S_x, S_y = \text{พื้นที่ผิวที่หมุนรอบแนวแกน } x \text{ และแนวแกน } y \text{ ตามลำดับ}$$

$$L = \text{ความยาวของเส้นโค้ง (m)}$$

2. ทฤษฎีที่สองของแพปปัส (Second Theory of Pappus) ทฤษฎีนี้กล่าวเอาไว้ว่า ปริมาตรอันเกิดจากการหมุนพื้นที่รอบแนวแกน x หรือแนวแกน y มีค่าเท่ากับผลคูณของพื้นที่กับระยะทางที่จุดเซนทรอยด์เคลื่อนที่ไป โดยที่แกนหมุนอยู่ในระนาบเดียวกับพื้นที่นั้น และแกนหมุนต้องไม่ตัดผ่านพื้นที่ดังกล่าว ดังแสดงในรูปที่ 8.3



ใบเนื้อหา (Information Sheet)

หน่วยที่ 5

ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม

รหัสรายวิชา 30100-0101

สัปดาห์ที่ 17

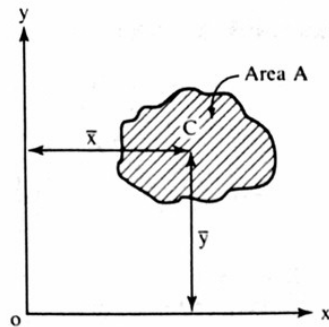
ระดับชั้น ปวส.

สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง

จำนวนคาบ 3

ชื่อหน่วย จุดศูนย์ถ่วงและโมเมนต์ความเฉื่อย

แผ่นที่ 4



รูปที่ 8.3 การหาค่า $\bar{x}$ และ $\bar{y}$ โดยทฤษฎีที่สองของแพปพัส

จากรูปที่ 8.3 เมื่อมีการหมุนของพื้นที่รอบแนวแกน x จะได้ว่า

$$\bar{y} = \frac{V}{2\pi \cdot A} \quad \dots\dots\dots(8.8)$$

เมื่อมีการหมุนของพื้นที่รอบแนวแกน y จะได้ว่า

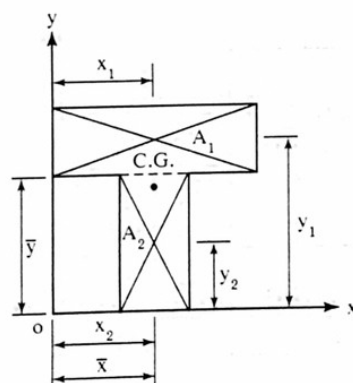
$$\bar{x} = \frac{V}{2\pi A} \quad \dots\dots\dots(8.9)$$

เมื่อ $V =$ ปริมาตรของวัตถุ (m^3)

$A =$ พื้นที่ของวัตถุ (m^2)

อย่างไรก็ตาม โดยทั่วไปแล้วจะนิยมใช้ทฤษฎีโมเมนต์ของพื้นที่ มากกว่าทฤษฎีของแพปพัส ซึ่งจะมีวิธีการหาค่า $\bar{x}$ และ $\bar{y}$ โดยละเอียดในหัวข้อต่อไป

8.2 การหาจุดศูนย์ถ่วงของรูปทรง (Center of Gravity of Shape)



รูปที่ 8.4 การหาจุดศูนย์ถ่วงของรูปทรงตัว T



ใบเนื้อหา (Information Sheet)

หน่วยที่ 5

ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม

รหัสรายวิชา 30100-0101

สัปดาห์ที่ 17

ระดับชั้น ปวส.

สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง

จำนวนคาบ 3

ชื่อหน่วย จุดศูนย์ถ่วงและโมเมนต์ความเฉื่อย

แผนที่ 5

จากรูปที่ 8.4 โมเมนต์ของพื้นที่รอบแนวแกน y

$$M_y = (A_1 + A_2) \bar{x} = A_1 \cdot x_1 + A_2 \cdot x_2$$

$$\bar{x} = \frac{A_1 \cdot x_1 + A_2 \cdot x_2}{A_1 + A_2}$$

จึงกล่าวได้ว่า

$$\bar{x} = \frac{\Sigma(A_i \cdot x_i)}{\Sigma A_i} \quad \dots\dots\dots(8.10)$$

โมเมนต์ของพื้นที่รอบแนวแกน x

$$M_x = (A_1 + A_2) \bar{y} = A_1 \cdot y_1 + A_2 \cdot y_2$$

$$\bar{y} = \frac{A_1 \cdot y_1 + A_2 \cdot y_2}{A_1 + A_2}$$

จึงกล่าวได้ว่า

$$\bar{y} = \frac{\Sigma(A_i \cdot y_i)}{\Sigma A_i} \quad \dots\dots\dots(8.11)$$

จุดศูนย์ถ่วงมาตรฐาน จากตารางที่ 8.1 แสดงจุดศูนย์ถ่วงของวัตถุที่มีความหนาแน่นสม่ำเสมอ ดังต่อไปนี้

ตารางที่ 8.1 จุดศูนย์ถ่วงของวัตถุที่มีความหนาแน่นสม่ำเสมอ

รูปทรงและมิติ	$\bar{x}$	$\bar{y}$
	0.5 b	0.5 h



ใบเนื้อหา (Information Sheet)

หน่วยที่ 5

ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม

รหัสรายวิชา 30100-0101

สัปดาห์ที่ 17

ระดับชั้น ปวส.

สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง

จำนวนคาบ 3

ชื่อหน่วย จุดศูนย์ถ่วงและโมเมนต์ความเฉื่อย

แผ่นที่ 6

ตารางที่ 8.1 (ต่อ)

รูปทรงและมิติ	$\bar{x}$	$\bar{y}$
	0.5 b	$\frac{h}{3}$
	$\frac{b}{3}$	$\frac{h}{3}$
	$\frac{b+9}{3}$	-



ใบเนื้อหา (Information Sheet)

หน่วยที่ 5

ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม

รหัสรายวิชา 30100-0101

สัปดาห์ที่ 17

ระดับชั้น ปวส.

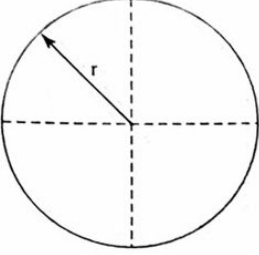
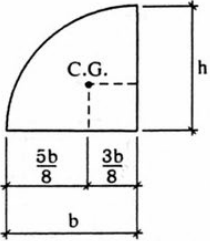
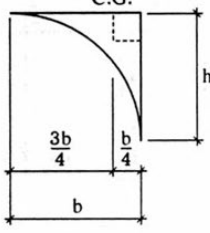
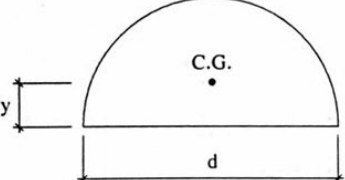
สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง

จำนวนคาบ 3

ชื่อหน่วย จุดศูนย์ถ่วงและโมเมนต์ความเฉื่อย

แผนที่ 7

ตารางที่ 8.1 (ต่อ)

รูปทรงและมิติ	$\bar{x}$	$\bar{y}$
	r	r
	$\frac{5b}{8}$	-
	$\frac{3b}{4}$	-
	-	$\frac{2d}{3\pi}$



ใบเนื้อหา (Information Sheet)

หน่วยที่ 5

ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม

รหัสรายวิชา 30100-0101

สัปดาห์ที่ 17

ระดับชั้น ปวส.

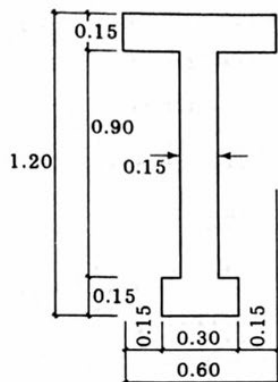
สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง

จำนวนคาบ 3

ชื่อหน่วย จุดศูนย์ถ่วงและโมเมนต์ความเฉื่อย

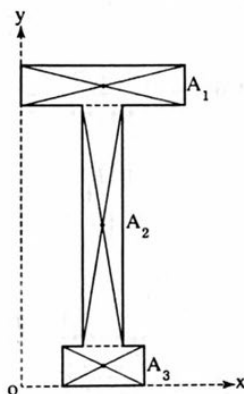
แผ่นที่ 8

ตัวอย่างที่ 8.1 คานคอนกรีตอัดแรงแบบดึงเหล็กที่หลัง (Posttension Beam) มีขนาดและมิติ ดังรูป จงคำนวณหาจุดศูนย์ถ่วงของหน้าตัดคานนี้



วิธีทำ

แบ่งรูปออกเป็นชิ้นส่วนย่อย ๆ 3 ชิ้น ดังรูป



หาขนาดของพื้นที่แต่ละชิ้น

$$\begin{aligned} A_1 &= (0.15 \text{ m})(0.60 \text{ m}) \\ &= 0.090 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_2 &= (0.15 \text{ m})(0.90 \text{ m}) \\ &= 0.135 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_3 &= (0.15 \text{ m})(0.30 \text{ m}) \\ &= 0.045 \text{ m}^2 \end{aligned}$$



ใบเนื้อหา (Information Sheet)

หน่วยที่ 5

ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม

รหัสรายวิชา 30100-0101

สัปดาห์ที่ 17

ระดับชั้น ปวส.

สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง

จำนวนคาบ 3

ชื่อหน่วย จุดศูนย์ถ่วงและโมเมนต์ความเฉื่อย

แผ่นที่ 9

หาตำแหน่งของจุดศูนย์ถ่วงในแนวแกน x

เนื่องจาก $\bar{y} = \frac{\sum(A_i \cdot y_i)}{\sum A_i}$

$$= \frac{(0.090 \text{ m}^2)(1.125 \text{ m}) + (0.135 \text{ m}^2)(0.60 \text{ m}) + (0.045 \text{ m}^2)(0.075 \text{ m})}{0.090 \text{ m}^2 + 0.135 \text{ m}^2 + 0.045 \text{ m}^2}$$

$$\therefore \bar{y} = 0.6875 \text{ m}$$

ตอบ

หาตำแหน่งของจุดศูนย์ถ่วงในแนวแกน y

เนื่องจาก $\bar{x} = \frac{\sum(A_i \cdot x_i)}{\sum A_i}$

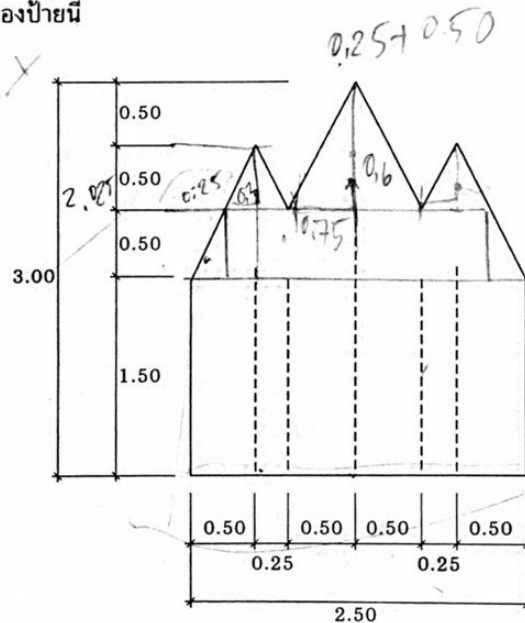
$$= \frac{(0.090 \text{ m}^2)(0.30 \text{ m}) + (0.135 \text{ m}^2)(0.30 \text{ m}) + (0.045 \text{ m}^2)(0.30 \text{ m})}{0.090 \text{ m}^2 + 0.135 \text{ m}^2 + 0.045 \text{ m}^2}$$

$$= 0.30 \text{ m}$$

ตอบ

ข้อสังเกต ตำแหน่งของจุดศูนย์ถ่วงในแนวแกน y ในตัวอย่างที่ 8.1 จะมีค่าคงที่ เนื่องจากในแนวแกน y พื้นที่มีลักษณะสมมาตรนั่นเอง

ตัวอย่างที่ 8.2 ป้ายชื่อสถาบันการศึกษาแห่งหนึ่งมีรูปร่างและมิติดังรูป จงคำนวณหาจุดศูนย์ถ่วงของป้ายนี้





ใบเนื้อหา (Information Sheet)

หน่วยที่ 5

ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม

รหัสรายวิชา 30100-0101

สัปดาห์ที่ 17

ระดับชั้น ปวส.

สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง

จำนวนคาบ 3

ชื่อหน่วย จุดศูนย์ถ่วงและโมเมนต์ความเฉื่อย

แผ่นที่ 10

วิธีทำ

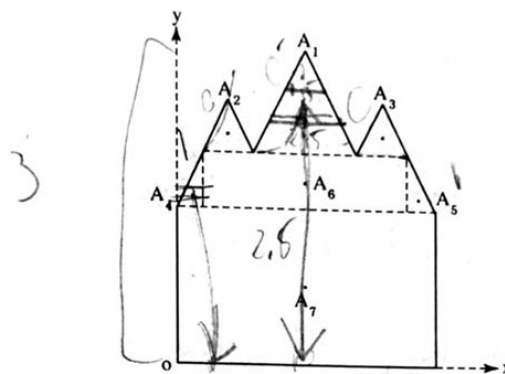
จากภาพจะเห็นว่า ป้ายนี้มีลักษณะสมมาตรในแนวแกน y ดังนั้นตำแหน่งของจุดศูนย์ถ่วงในแนวแกน y จึงมีค่าคงที่ นั่นคือ

$$\bar{x} = \frac{2.50}{2}$$

$$\bar{x} = 1.25 \text{ m}$$

ตอบ

แบ่งรูปออกเป็นชิ้นส่วนย่อย ดังรูป



หาขนาดของพื้นที่แต่ละชิ้น

$$A_1 = (0.5)(1 \text{ m})(1 \text{ m}) = 0.5 \text{ m}^2$$

$$A_2 = A_3 = (0.5)(0.5 \text{ m})(0.5 \text{ m}) = 0.125 \text{ m}^2$$

$$A_4 = A_5 = (0.5)(0.25 \text{ m})(0.5 \text{ m}) = 0.0625 \text{ m}^2$$

$$A_6 = (0.5 \text{ m})(2 \text{ m}) = 1 \text{ m}^2$$

$$A_7 = (1.50 \text{ m})(2.50 \text{ m}) = 3.75 \text{ m}^2$$

$$\begin{aligned} \text{พื้นที่รวม } A &= 0.5 \text{ m}^2 + (0.125 \text{ m}^2)(2) + (0.0625 \text{ m}^2)(2) + 1 \text{ m}^2 + 3.75 \text{ m}^2 \\ &= 5.625 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

หาตำแหน่งของจุดศูนย์ถ่วงในแนวแกน x

$$\text{เนื่องจาก } \bar{y} = \frac{\sum(A_i \cdot y_i)}{\sum A_i}$$

$$\begin{aligned} &= [(0.5 \text{ m}^2)(2.33 \text{ m}) + (2)(0.125 \text{ m}^2)(2.167 \text{ m}) \\ &\quad + (2)(0.0625 \text{ m}^2)(1.167 \text{ m}) + (1 \text{ m}^2)(1.75 \text{ m}) \\ &\quad + (3.75 \text{ m}^2)(0.75)] \frac{1}{5.625 \text{ m}^2} \end{aligned}$$

$$= 1.14 \text{ m}$$

ตอบ



ใบเนื้อหา (Information Sheet)

หน่วยที่ 5

ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม

รหัสรายวิชา 30100-0101

สัปดาห์ที่ 17

ระดับชั้น ปวส.

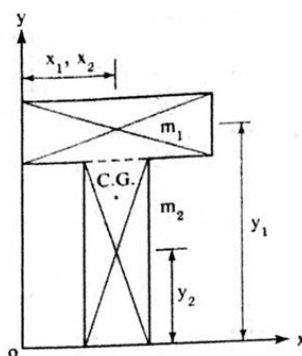
สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง

จำนวนคาบ 3

ชื่อหน่วย จุดศูนย์ถ่วงและโมเมนต์ความเฉื่อย

แผ่นที่ 11

ใบงานกรณีเมื่อรู้ค่ามวล m หรือมิติของวัตถุทรงใด ๆ ที่จะพิจารณาค้นหาตำแหน่งของจุดศูนย์ถ่วง เราสามารถใช้สมการ 8.10 และ 8.11 ได้โดยพิจารณาจากรูปที่ 8.5



รูปที่ 8.5 การหาจุดศูนย์ถ่วงโดยวิธีโมเมนต์ของมวลหรือมิติ

จากรูปที่ 8.5 โมเมนต์ของมวลรอบแนวแกน x

$$M_x = (m_1 + m_2) \bar{y} = m_1 \cdot y_1 + m_2 \cdot y_2$$

$$\bar{y} = \frac{m_1 \cdot y_1 + m_2 \cdot y_2}{m_1 + m_2}$$

จึงกล่าวได้ว่า

$$\bar{y} = \frac{\Sigma(mi \cdot yi)}{\Sigma mi} \dots\dots\dots(8.12)$$

โมเมนต์ของมวลรอบแนวแกน y

$$M_y = (m_1 + m_2) \bar{x} = m_1 \cdot x_1 + m_2 \cdot x_2$$

$$\bar{x} = \frac{m_1 \cdot x_1 + m_2 \cdot x_2}{m_1 + m_2}$$

จึงกล่าวได้ว่า

$$\bar{x} = \frac{\Sigma(mi \cdot xi)}{\Sigma mi} \dots\dots\dots(8.13)$$



ใบเนื้อหา (Information Sheet)

หน่วยที่ 5

ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม

รหัสรายวิชา 30100-0101

สัปดาห์ที่ 17

ระดับชั้น ปวส.

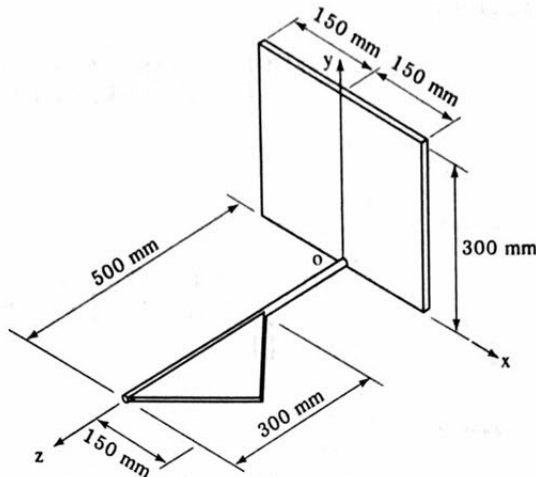
สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง

จำนวนคาบ 3

ชื่อหน่วย จุดศูนย์ถ่วงและโมเมนต์ความเฉื่อย

แผ่นที่ 12

ตัวอย่างที่ 8.3 จงคำนวณจุดศูนย์ถ่วงของวัตถุซึ่งประกอบด้วยแผ่นสี่เหลี่ยมมวล 5.5 kg ท่อนทรงกลมตันมวล 2.5 kg และแผ่นสามเหลี่ยมมวล 3.5 kg ดังรูป



วิธีทำ

แบ่งวัตถุออกเป็น 3 ชิ้น คือแผ่นสี่เหลี่ยม ท่อนกลมตัน และแผ่นสามเหลี่ยม
หาจุดศูนย์ถ่วงของแผ่นสี่เหลี่ยม ซึ่งมีมวล 5.5 kg

$$x_1 = 0$$

$$y_1 = (0.5)(300 \text{ mm}) \\ = 150 \text{ mm}$$

$$z_1 = 0$$

หาจุดศูนย์ถ่วงของท่อนกลมตัน ซึ่งมีมวล 2.5 kg

$$x_2 = 0$$

$$y_2 = 0$$

$$z_2 = (0.5)(500 \text{ mm}) \\ = 250 \text{ mm}$$

หาจุดศูนย์ถ่วงของแผ่นสามเหลี่ยม ซึ่งมีมวล 3.5 kg

$$x_3 = \frac{150 \text{ mm}}{3}$$

$$= 50 \text{ mm}$$

$$y_3 = 0$$

$$z_3 = 500 \text{ mm} - 150 \text{ mm} \\ = 350 \text{ mm}$$



ใบเนื้อหา (Information Sheet)

หน่วยที่ 5

ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม

รหัสรายวิชา 30100-0101

สัปดาห์ที่ 17

ระดับชั้น ปวส.

สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง

จำนวนคาบ 3

ชื่อหน่วย จุดศูนย์ถ่วงและโมเมนต์ความเฉื่อย

แผ่นที่ 13

หาค่าเฉลี่ยของโคออร์ดิเนตของพิกัดตำแหน่งของจุดศูนย์ถ่วงในแนวแกน x , y , z ตามลำดับ

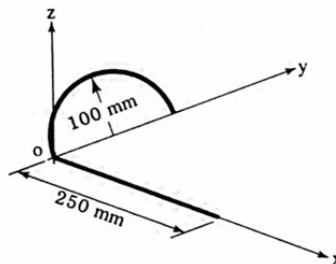
$$\begin{aligned}\text{เนื่องจาก } \bar{x} &= \frac{\sum(m_i \cdot x_i)}{\sum m_i} \\ &= \frac{(5.5 \text{ kg})(0) + (2.5 \text{ kg})(0) + (3.5 \text{ kg})(50 \text{ mm})}{5.5 \text{ kg} + 2.5 \text{ kg} + 3.5 \text{ kg}} \\ &= 15.22 \text{ mm} \quad \text{ตอบ}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{เนื่องจาก } \bar{y} &= \frac{\sum(m_i \cdot y_i)}{\sum m_i} \\ &= \frac{(5.5 \text{ kg})(150 \text{ mm}) + (2.5 \text{ kg})(0) + (3.5 \text{ kg})(0)}{5.5 \text{ kg} + 2.5 \text{ kg} + 3.5 \text{ kg}} \\ &= 71.74 \text{ mm} \quad \text{ตอบ}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{เนื่องจาก } \bar{z} &= \frac{\sum(m_i \cdot z_i)}{\sum m_i} \\ &= \frac{(5.5 \text{ kg})(0) + (2.5 \text{ kg})(250 \text{ mm}) + (3.5 \text{ kg})(350 \text{ mm})}{5.5 \text{ kg} + 2.5 \text{ kg} + 3.5 \text{ kg}} \\ &= 160.87 \text{ mm} \quad \text{ตอบ}\end{aligned}$$

ข้อสังเกต ในตัวอย่างที่ 8.3 นี้ จะเห็นว่าเมื่อวิเคราะห์หาจุดศูนย์ถ่วงของวัตถุที่เป็น 3 มิติ การหาค่า $\bar{z}$ ในแนวแกน z จะมีวิธีคล้ายกับการหา $\bar{x}$ และ $\bar{y}$ ในแนวแกน x และ y ตามลำดับ

ตัวอย่างที่ 8.4 ท่อเหล็กกลมถูกนำมาดัดให้เป็นโครงสร้างดังรูป จงคำนวณหาจุดศูนย์ถ่วงของโครงสร้างนี้



วิธีทำ แบ่งวัตถุออกเป็นชิ้นส่วนย่อย 2 ชิ้น คือส่วนที่เป็นครึ่งวงกลม และส่วนที่เป็นท่อนกลมตรง



ใบเนื้อหา (Information Sheet)

หน่วยที่ 5

ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม

รหัสรายวิชา 30100-0101

สัปดาห์ที่ 17

ระดับชั้น ปวส.

สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง

จำนวนคาบ 3

ชื่อหน่วย จุดศูนย์ถ่วงและโมเมนต์ความเฉื่อย

แผ่นที่ 13

หาจุดศูนย์ถ่วงของส่วนที่เป็นครึ่งวงกลม

$$\begin{aligned}L_1 &= \pi (100 \text{ mm}) \\&= 314 \text{ mm} \\x_1 &= 0 \\y_1 &= 100 \text{ mm} \\z_1 &= \frac{(2)(100 \text{ mm})}{\pi} \\&= 63.69 \text{ mm}\end{aligned}$$

หาจุดศูนย์ถ่วงของส่วนที่เป็นท่อนกลมตรง

$$\begin{aligned}L_2 &= 250 \text{ mm} \\x_2 &= \frac{250 \text{ mm}}{2} \\&= 125 \text{ mm} \\y_1 &= 0 \\z_2 &= 0\end{aligned}$$

หาค่าเฉลี่ยของโคออร์ดิเนตของพิกัดตำแหน่งของจุดศูนย์ถ่วง ในแนวแกน x, y และ z ตามลำดับ

เนื่องจาก $\bar{x} = \frac{\Sigma(L_i \cdot x_i)}{\Sigma L_i}$

$$\begin{aligned}&= \frac{(314 \text{ mm})(0) + (250 \text{ mm})(125 \text{ mm})}{314 \text{ mm} + 250 \text{ mm}} \\&= 55.41 \text{ mm} \quad \text{ตอบ}\end{aligned}$$

เนื่องจาก $\bar{y} = \frac{\Sigma(L_i \cdot y_i)}{\Sigma L_i}$

$$\begin{aligned}&= \frac{(314 \text{ mm})(100 \text{ mm}) + (250 \text{ mm})(0)}{314 \text{ mm} + 250 \text{ mm}} \\&= 55.67 \text{ mm} \quad \text{ตอบ}\end{aligned}$$

เนื่องจาก $\bar{z} = \frac{\Sigma(L_i \cdot z_i)}{\Sigma L_i}$

$$\begin{aligned}&= \frac{(314 \text{ mm})(63.69 \text{ mm}) + (250 \text{ mm})(0)}{314 \text{ mm} + 250 \text{ mm}} \\&= 35.46 \text{ mm} \quad \text{ตอบ}\end{aligned}$$



ใบเนื้อหา (Information Sheet)

หน่วยที่ 5

ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม

รหัสรายวิชา 30100-0101

สัปดาห์ที่ 17

ระดับชั้น ปวส.

สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง

จำนวนคาบ 3

ชื่อหน่วย จุดศูนย์ถ่วงและโมเมนต์ความเฉื่อย

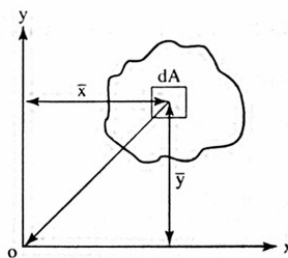
แผ่นที่ 13

$$\begin{aligned}\text{เนื่องจาก } \bar{y} &= \frac{\Sigma(A_i \cdot y_i)}{\Sigma A_i} \\ &= \frac{(2 \text{ m}^2)(1 \text{ m}) + (0.19625 \text{ m}^2)(1.5 \text{ m})}{2 \text{ m}^2 + 0.19625 \text{ m}^2} \\ &= 1.045 \text{ m}\end{aligned}$$

ตอบ

8.3 โมเมนต์ความเฉื่อย (Moment of Inertia)

โมเมนต์ความเฉื่อยหรือโมเมนต์ความเฉื่อยของพื้นที่ (Area Moment of Inertia) รอบแนวแกนใด ๆ หมายถึง ผลรวมของผลคูณระหว่างพื้นที่ที่พิจารณา กับกำลังสองของระยะระหว่างแนวแกนใด ๆ จนถึงพื้นที่พิจารณา ดังรูปที่ 8.6



รูปที่ 8.6 การหาโมเมนต์ความเฉื่อย

จากรูปที่ 8.6 พิจารณาโมเมนต์รอบแนวแกน x จะได้ว่า

$$I_x = \rho y^2 \cdot dA \quad \dots\dots\dots(8.14)$$

พิจารณาโมเมนต์รอบแนวแกน y จะได้ว่า

$$I_y = \rho x^2 \cdot dA \quad \dots\dots\dots(8.15)$$

พิจารณาโมเมนต์รอบจุด o หรือรอบแนวแกน z นั้นเอง จะได้ว่า

$$I_z = \rho r^2 \cdot dA \quad \dots\dots\dots(8.16)$$

$$= \rho(x^2 + y^2) \cdot dA$$

$$= \rho x^2 \cdot dA + \rho y^2 \cdot dA$$

$$\text{หรือกล่าวได้ว่า } I_z = I_y + I_x \quad \dots\dots\dots(8.17)$$



ใบเนื้อหา (Information Sheet)

หน่วยที่ 5

ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม

รหัสรายวิชา 30100-0101

สัปดาห์ที่ 17

ระดับชั้น ปวส.

สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง

จำนวนคาบ 3

ชื่อหน่วย จุดศูนย์ถ่วงและโมเมนต์ความเฉื่อย

แผ่นที่ 13

เมื่อ I_x, I_y, I_z = โมเมนต์ความเฉื่อยรอบแนวแกน x, y และ z ตามลำดับ
 x, y, z = ระยะระหว่างพื้นที่ที่พิจารณาจนถึงแนวแกน x, y และ z ตามลำดับ
 dA = พื้นที่พิจารณา

สมการ 8.17 เรียกอีกอย่างหนึ่งว่า โมเมนต์ความเฉื่อยโพลาร์ (Polar Moment of Inertia) ซึ่งเป็นโมเมนต์ความเฉื่อยรอบจุดกำเนิด (Origin Point) อันหมายถึงโมเมนต์ความเฉื่อยรอบแนวแกนที่ตั้งฉากกับแนวแกน x และแนวแกน y โมเมนต์ความเฉื่อยโพลาร์นี้อาจใช้สัญลักษณ์รูปตัว J แทนก็ได้

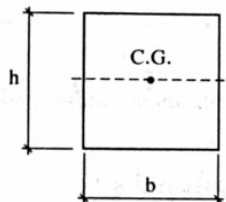
เนื่องจากโมเมนต์ความเฉื่อยของพื้นที่รอบแนวแกนใด ๆ คือผลคูณระหว่างพื้นที่กับกำลังสองของระยะห่างระหว่างแนวแกนใด ๆ จนถึงพื้นที่พิจารณา ดังนั้นมิติของโมเมนต์ความเฉื่อยคือ L^4 และมีหน่วยเป็น m^4 นั่นเอง

8.3.1 การหาโมเมนต์ความเฉื่อยมาตรฐาน

จากค่าจำกัดความของโมเมนต์ความเฉื่อยในข้างต้น สามารถคำนวณเป็นสูตรของโมเมนต์ความเฉื่อยของรูปทรงต่าง ๆ โดยพิจารณารอบแกนที่ผ่านจุดศูนย์ถ่วง ดังต่อไปนี้

1. พื้นที่สี่เหลี่ยม ดังแสดงในรูปที่ 8.7

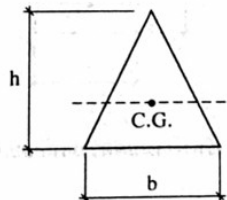
$$I_c = \frac{bh^3}{12} \quad \text{.....(8.18)}$$



รูปที่ 8.7 การหาโมเมนต์ความเฉื่อยของพื้นที่สี่เหลี่ยม

2. พื้นที่สามเหลี่ยม ดังแสดงในรูปที่ 8.8

$$I_c = \frac{bh^3}{36} \quad \text{.....(8.19)}$$



รูปที่ 8.8 การหาโมเมนต์ความเฉื่อยของพื้นที่สามเหลี่ยม



ใบเนื้อหา (Information Sheet)

หน่วยที่ 5

ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม

รหัสรายวิชา 30100-0101

สัปดาห์ที่ 17

ระดับชั้น ปวส.

สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง

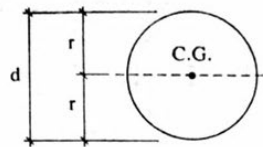
จำนวนคาบ 3

ชื่อหน่วย จุดศูนย์ถ่วงและโมเมนต์ความเฉื่อย

แผ่นที่ 13

3. พื้นที่วงกลม ดังแสดงในรูปที่ 8.9

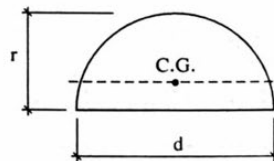
$$I_c = \frac{\pi d^4}{64} = \frac{\pi r^4}{4} \quad \dots\dots\dots(8.20)$$



รูปที่ 8.9 การหาโมเมนต์ความเฉื่อยของพื้นที่วงกลม

4. พื้นที่ครึ่งวงกลม ดังแสดงในรูปที่ 8.10

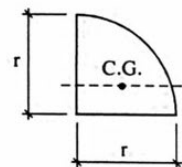
$$I_c = \left[\frac{\pi}{8} - \frac{8}{9\pi} \right] r^4 \quad \dots\dots\dots(8.21)$$



รูปที่ 8.10 การหาโมเมนต์ความเฉื่อยของพื้นที่ครึ่งวงกลม

5. พื้นที่สี่เหลี่ยมวงกลม ดังแสดงในรูปที่ 8.11

$$I_c = \left[\frac{\pi}{16} - \frac{4}{9\pi} \right] r^4 \quad \dots\dots\dots(8.22)$$

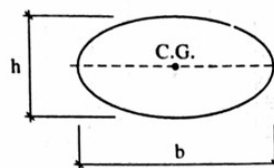


รูปที่ 8.11 การหาโมเมนต์ความเฉื่อยของสี่เหลี่ยมวงกลม

	ใบเนื้อหา (Information Sheet)		หน่วยที่ 5
	ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม	รหัสรายวิชา 30100-0101	สัปดาห์ที่ 17
	ระดับชั้น ปวส.	สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง	จำนวนคาบ 3
	ชื่อหน่วย จุดศูนย์ถ่วงและโมเมนต์ความเฉื่อย		แผ่นที่ 13

6. พื้นที่วงรี ดังแสดงในรูปที่ 8.12

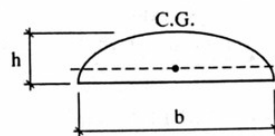
$$I_c = \frac{\pi b h^3}{64} \quad \dots\dots\dots(8.23)$$



รูปที่ 8.12 การหาโมเมนต์ความเฉื่อยของวงรี

7. พื้นที่ครึ่งวงรี ดังแสดงในรูปที่ 8.13

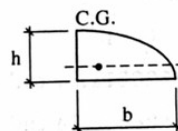
$$I_c = \left[\frac{\pi}{18} - \frac{2}{9\pi} \right] b h^3 \quad \dots\dots\dots(8.24)$$



รูปที่ 8.13 การหาโมเมนต์ความเฉื่อยของครึ่งวงรี

8. พื้นที่เสี้ยววงรี ดังแสดงในรูปที่ 8.14

$$I_c = \left[\frac{\pi}{16} - \frac{4}{9\pi} \right] b h^3 \quad \dots\dots\dots(8.25)$$



รูปที่ 8.14 การหาโมเมนต์ความเฉื่อยของเสี้ยววงรี



ใบเนื้อหา (Information Sheet)

หน่วยที่ 5

ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม

รหัสรายวิชา 30100-0101

สัปดาห์ที่ 17

ระดับชั้น ปวส.

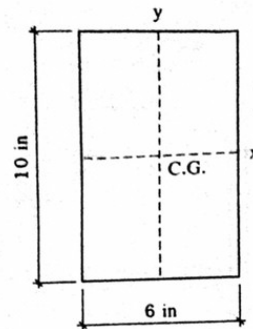
สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง

จำนวนคาบ 3

ชื่อหน่วย จุดศูนย์ถ่วงและโมเมนต์ความเฉื่อย

แผ่นที่ 13

ตัวอย่างที่ 8.7 จงคำนวณหาโมเมนต์ความเฉื่อยรอบแนวแกน x แนวแกน y และโมเมนต์ความเฉื่อยโพลาร์ ของพื้นที่สี่เหลี่ยมดังรูป



วิธีทำ

โมเมนต์ความเฉื่อยรอบแนวแกน x

$$\begin{aligned} I_x &= \frac{bh^3}{12} \\ &= \frac{(6 \text{ in})(10 \text{ in})^3}{12} \cdot \left[\frac{2.54 \text{ cm}}{\text{in}} \right]^4 \\ &= 20811.57 \text{ cm}^4 \end{aligned}$$

ตอบ

โมเมนต์ความเฉื่อยรอบแนวแกน y

$$\begin{aligned} I_y &= \frac{bh^3}{12} \\ &= \frac{(10 \text{ in})(6 \text{ in})^3}{12} \cdot \left[\frac{2.54 \text{ cm}}{\text{in}} \right]^4 \\ &= 7492.17 \text{ cm}^4 \end{aligned}$$

ตอบ

โมเมนต์ความเฉื่อยโพลาร์

$$\begin{aligned} I &= I_x + I_y \\ &= 20811.57 \text{ cm}^4 + 7492.17 \text{ cm}^4 \\ &= 28303.74 \text{ cm}^4 \end{aligned}$$

ตอบ



ใบเนื้อหา (Information Sheet)

หน่วยที่ 5

ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม

รหัสรายวิชา 30100-0101

สัปดาห์ที่ 17

ระดับชั้น ปวส.

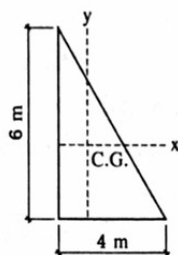
สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง

จำนวนคาบ 3

ชื่อหน่วย จุดศูนย์ถ่วงและโมเมนต์ความเฉื่อย

แผ่นที่ 13

ตัวอย่างที่ 8.8 จงคำนวณหาโมเมนต์ความเฉื่อยโพลาาร์ ของพื้นที่สามเหลี่ยมดังรูป



วิธีทำ

โมเมนต์ความเฉื่อยรอบแนวแกน x

$$\begin{aligned} I_x &= \frac{bh^3}{36} \\ &= \frac{(4 \text{ m})(6 \text{ m})^3}{36} \\ &= 24 \text{ m}^4 \end{aligned}$$

โมเมนต์ความเฉื่อยรอบแนวแกน y

$$\begin{aligned} I_y &= \frac{bh^3}{36} \\ &= \frac{(6 \text{ m})(4 \text{ m})^3}{36} \\ &= 10.67 \text{ m}^4 \end{aligned}$$

โมเมนต์ความเฉื่อยของโพลาาร์

$$\begin{aligned} J &= I_x + I_y \\ &= 24 \text{ m}^4 + 10.67 \text{ m}^4 \\ &= 34.67 \text{ m}^4 \end{aligned}$$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 8.9 จงคำนวณหาโมเมนต์ความเฉื่อยโพลาาร์ของวงกลมรัศมี 1.5 m

วิธีทำ

$$\begin{aligned} J &= I_x + I_y \\ &= 2I \\ &= 2 \frac{\pi d^4}{64} \\ &= (2) \frac{(3.14)(3 \text{ m})^4}{64} \\ &= 7.95 \text{ m}^4 \end{aligned}$$

ตอบ

	ใบเนื้อหา (Information Sheet)		หน่วยที่ 5
	ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม	รหัสรายวิชา 30100-0101	สัปดาห์ที่ 17
	ระดับชั้น ปวส.	สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง	จำนวนคาบ 3
	ชื่อหน่วย	จุดศูนย์ถ่วงและโมเมนต์ความเฉื่อย	แผ่นที่ 13

8.3.2 การหาค่าโมเมนต์ความเฉื่อยของรูปทรงใด ๆ

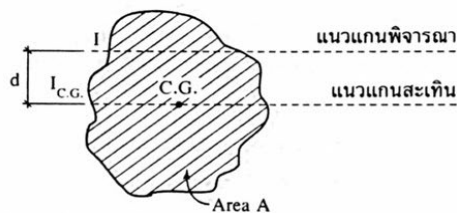
การหาค่าโมเมนต์ความเฉื่อยของรูปทรงใด ๆ ที่ประกอบด้วยพื้นที่มาตรฐาน อันได้แก่ สี่เหลี่ยม สามเหลี่ยม วงกลม ครึ่งวงกลม วงรีและครึ่งวงรี มาประกอบกันเป็นรูปทรงใด ๆ สามารถทำได้เช่นเดียวกับการหาจุดศูนย์ถ่วงของรูปทรงใด ๆ โดยมีหลักการดังนี้

1. แบ่งพื้นที่ย่อยให้มีพื้นที่ทรงตามรูปแบบมาตรฐาน
2. หาโมเมนต์ความเฉื่อยของพื้นที่ย่อยแต่ละรูป
3. ย้ายแกนของโมเมนต์ความเฉื่อยของพื้นที่ย่อยไปยังแนวแกนหลักที่ตัดกับจุดศูนย์ถ่วงของรูปทรงพิจารณา ซึ่งจะกล่าวในหัวข้อต่อไป
4. รวมผลของโมเมนต์ความเฉื่อยที่ได้จากการย้ายแกนแล้วตามเครื่องหมายของแต่ละรูป

8.3.3 การย้ายแกนของโมเมนต์ความเฉื่อย

ในกรณีของหน้าตัดของรูปทรงใด ๆ ที่ไม่เป็นรูปทรงมาตรฐาน เช่น รูปตัว T, I การหาโมเมนต์ความเฉื่อยรอบแนวแกนสะเทินของหน้าตัดนี้ ต้องอาศัยหลักการย้ายแกนของโมเมนต์ความเฉื่อยดังนี้

โมเมนต์ความเฉื่อยของรูปตัดของรูปทรงพิจารณารอบแนวแกนใด ๆ ซึ่งขนานกับแนวแกนสะเทิน มีค่าเท่ากับโมเมนต์ความเฉื่อยรอบแกนสะเทินของรูปตัดของรูปทรงพิจารณานั้นบวกกับผลคูณของพื้นที่ของรูปตัดกับกำลังสองของระยะทางจากแนวแกนใด ๆ จนถึงแนวแกนสะเทินพิจารณารูปที่ 8.15



รูปที่ 8.15 การย้ายแกนของโมเมนต์ความเฉื่อย

จากรูปที่ 8.15 เมื่อ I เป็นโมเมนต์ความเฉื่อยรอบแกนพิจารณา อยู่ห่างจากแนวแกนสะเทินเป็นระยะ d ซึ่งที่แนวแกนสะเทินมีโมเมนต์ความเฉื่อย $I_{C.G.}$ บนพื้นที่พิจารณา A

ดังนั้น
$$I = I_{C.G.} + Ad^2 \quad \dots\dots\dots(8.26)$$

เมื่อ I = โมเมนต์ความเฉื่อยรอบแนวแกนพิจารณา (m^4)

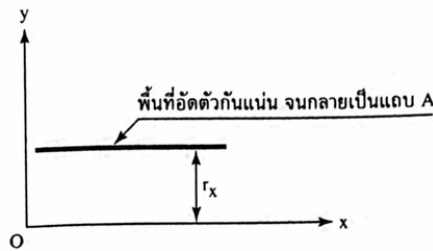
$I_{C.G.}$ = โมเมนต์ความเฉื่อยรอบแนวแกนสะเทิน (m^4)

A = พื้นที่หน้าตัดของรูปทรงพิจารณา (m^2)

d = ระยะระหว่างแนวแกนสะเทินกับแนวแกนพิจารณา (m)

	ใบเนื้อหา (Information Sheet)		หน่วยที่ 5
	ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม	รหัสรายวิชา 30100-0101	สัปดาห์ที่ 17
	ระดับชั้น ปวส.	สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง	จำนวนคาบ 3
	ชื่อหน่วย จุดศูนย์ถ่วงและโมเมนต์ความเฉื่อย		แผ่นที่ 13

8.3.4 รัศมีไจเรชั่น
 รัศมีไจเรชั่น (Radius of Gyration) คือระยะระหว่างแนวแกนใด ๆ ถึงแนวของพื้นที่
 พิจารณาที่ถูกต้องตัวงานแน่นกลายเป็นแถบที่มีความหนาน้อยมาก ดังรูปที่ 8.16



รูปที่ 8.16 การหาค่ารัศมีไจเรชั่น

จากรูปที่ 8.16 จะได้ว่า

$$I_x = A \cdot r_x^2$$

$$r_x^2 = \frac{I_x}{A}$$

จึงกล่าวได้ว่า

$$\text{รัศมีไจเรชั่นในแนวแกน } x \quad r_x = \sqrt{\frac{I_x}{A}} \quad \dots\dots\dots(8.27)$$

$$\text{รัศมีไจเรชั่นในแนวแกน } y \quad r_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}} \quad \dots\dots\dots(8.28)$$

ตัวอย่างที่ 8.10 จงคำนวณหาโมเมนต์ความเฉื่อยรอบแนวแกนสะเทินของคานคอนกรีตอัดแรงใน
 ตัวอย่างที่ 8.1

วิธีทำ จากตัวอย่างที่ 8.1 ตำแหน่งของจุดศูนย์ถ่วงมีค่าดังนี้

$$\bar{x} = 0.30 \text{ m}$$

$$\bar{y} = 0.6875 \text{ m}$$

พิจารณาพื้นที่ A_1

$$I_{A1} = \frac{bh^3}{12}$$

$$I_{A1} = \frac{(0.6 \text{ m})(0.15 \text{ m})^3}{12}$$



ใบเนื้อหา (Information Sheet)

หน่วยที่ 5

ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม

รหัสรายวิชา 30100-0101

สัปดาห์ที่ 17

ระดับชั้น ปวส.

สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง

จำนวนคาบ 3

ชื่อหน่วย จุดศูนย์ถ่วงและโมเมนต์ความเฉื่อย

แผ่นที่ 13

$$= 168.75 \times 10^{-6} \text{ m}^4$$

$$A_1 = 0.090 \text{ m}^2$$

$$d_1 = 1.20 \text{ m} - \frac{0.15 \text{ m}}{2} - 0.6875 \text{ m}$$

$$= 0.4375 \text{ m}$$

พิจารณาพื้นที่ A_2

$$I_{A2} = \frac{(0.15 \text{ m})(0.9 \text{ m})^3}{12}$$

$$= 9.1125 \times 10^{-3} \text{ m}^4$$

$$A_2 = 0.135 \text{ m}^2$$

$$d_2 = 0.6875 \text{ m} - 0.15 \text{ m} - \frac{0.90 \text{ m}}{2}$$

$$= 0.0875 \text{ m}$$

พิจารณาพื้นที่ A_3

$$I_{A3} = \frac{(0.3 \text{ m})(0.15 \text{ m})^3}{12}$$

$$= 84.375 \times 10^{-6} \text{ m}^4$$

$$A_3 = 0.045 \text{ m}^2$$

$$d_3 = 0.6875 \text{ m} - \frac{0.15 \text{ m}}{2}$$

$$= 0.6125 \text{ m}$$

โมเมนต์รอบแนวแกนสะเทิน

$$I_{C.G.} = I_{A1} + A_1 d_1^2 + I_{A2} + A_2 d_2^2 + I_{A3} + A_3 d_3^2$$

$$\begin{aligned} I_{C.G.} &= 168.75 \times 10^{-6} \text{ m}^4 + (0.09 \text{ m}^2)(0.4375 \text{ m})^2 \\ &\quad + 9.1125 \times 10^{-3} \text{ m}^4 + (0.135 \text{ m}^2)(0.0875 \text{ m})^2 \\ &\quad + 84.375 \times 10^{-6} \text{ m}^4 + (0.045 \text{ m}^2)(0.6125 \text{ m})^2 \\ &= 0.0445 \text{ m}^4 \end{aligned}$$

ตอบ

	แบบทดสอบ (Test Sheet)		หน่วยที่ 1
	ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม	รหัสรายวิชา 30100-0101	สัปดาห์ที่ 1-2
	ระดับชั้น ปวส.	สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง	จำนวนคาบ 3
	ชื่อหน่วย ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับโครงสร้าง		แผ่นที่ 1
แบบทดสอบใบงานที่ 1 เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับโครงสร้าง คำชี้แจง ให้นำอักษรด้านขวามือเติมลงในช่องว่างด้านซ้ายมือให้สมบูรณ์ โครงสร้าง โครงข้อแข็ง โครงข้อหมุน โครงสร้างแบบดีเทอร์มิเนท โครงสร้างแบบอินดีเทอร์มิเนท น้ำหนักบรรทุกคงที่ น้ำหนักบรรทุกจร สภาวะสมดุล เงื่อนไขการสมดุล การวิเคราะห์โครงสร้าง - หาแรงปฏิกิริยา แรงภายใน และการโก่งตัว - วิเคราะห์หาแรงปฏิกิริยาโดยใช้สมการสมดุล - โครงสร้าง คาน – เสา อย่างน้อย 2 ชั้น มาหล่อหรือยึดต่อกัน - โครงสร้างที่ไม่สามารถใช้สมการสมดุลวิเคราะห์ได้ - น้ำหนักบรรทุกที่สามารถเคลื่อนย้ายได้ - วัตถุหยุดนิ่งเมื่อมีแรงมากระทำ - สิ่งที่มนุษย์ออกแบบหรือสร้างขึ้นเพื่อตอบสนองความต้องการ - โครงสร้างที่ต่อยึดกันเป็นโครงรูปสามเหลี่ยมอย่างต่อเนื่อง $\sum F_x \quad \sum F_y \quad \sum M$			



แบบทดสอบ (Test Sheet)

หน่วยที่ 1

ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม

รหัสรายวิชา 30100-0101

สัปดาห์ที่ 1-2

ระดับชั้น ปวส.

สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง

จำนวนคาบ 3

ชื่อหน่วย ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับโครงสร้าง

แผ่นที่ 2

แบบทดสอบใบงานที่ 2

เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับโครงสร้าง

ตอนที่ 1

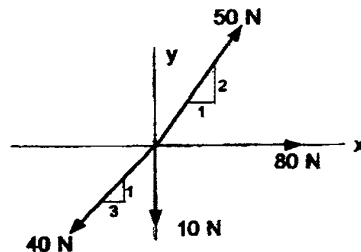
คำชี้แจง จงเติมคำในช่องว่างให้สมบูรณ์ (5 คะแนน)

1. ก้อนหินหนัก 10 kg. ถูกขว้างลงพื้น 2 m/s^2 ก้อนหินถูกขว้างด้วยแรง.....N.
2. ลูกปุนหนัก 25 kg. เท่ากับ.....N.
3. 0.0001205 m. เท่ากับ.....mm.
4. 1,250 cm. เท่ากับ.....in.
5. 250 in^2 เท่ากับ..... m^2

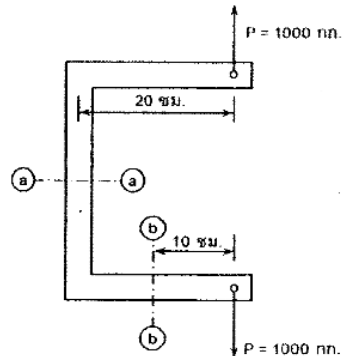
ตอนที่ 2

คำชี้แจง จงแสดงวิธีหาคำตอบต่อไปนี้ (5 คะแนน)

1. จงหาแรงลัพธ์



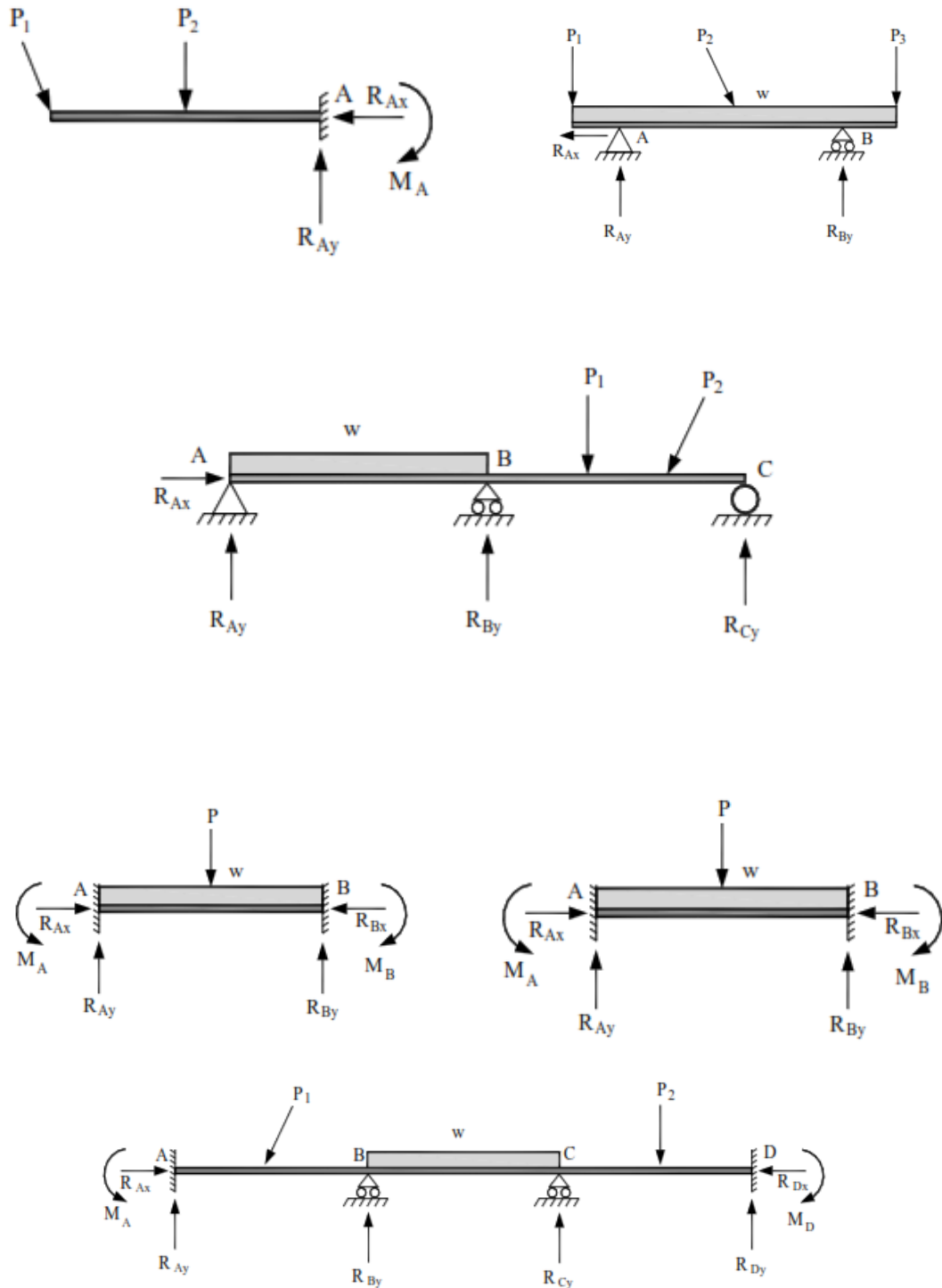
2. จงหาโมเมนต์ตัดของแรงที่หน้าตัด a - a และ b - b



	แบบทดสอบ (Test Sheet)		หน่วยที่ 2		
	ชื่อรายวิชา	กลศาสตร์วิศวกรรม	รหัสรายวิชา 30100-0101	สัปดาห์ที่ 3-11	
	ระดับชั้น	ปวส.	สาขาวิชา/แผนกวิชา	ช่างก่อสร้าง	จำนวนคาบ 3
	ชื่อหน่วย	แรงปฏิกิริยา แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดในคาน		แผ่นที่ 1	
แบบทดสอบใบงานที่ 1 เรื่อง แรงปฏิกิริยา แรงเฉือน และโมเมนต์ดัดในคาน ตอนที่ 1 จงตอบคำถามต่อไปนี้ให้ถูกต้อง 1. แรงปฏิกิริยา หมายถึง 2. แรงเฉือน หมายถึง 3. โมเมนต์ดัด หมายถึง 4. ฐานรองรับมีกี่ชนิด อะไรบ้าง 5. สมการของการสมดุลมีอะไรบ้าง จงอธิบาย 6. ชนิดของโครงสร้างแบ่งออกเป็นกี่ชนิด อะไรบ้าง 					
	แบบทดสอบ (Test Sheet)		หน่วยที่ 2		

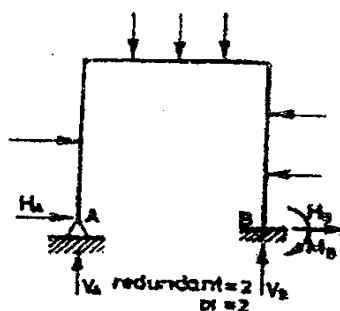
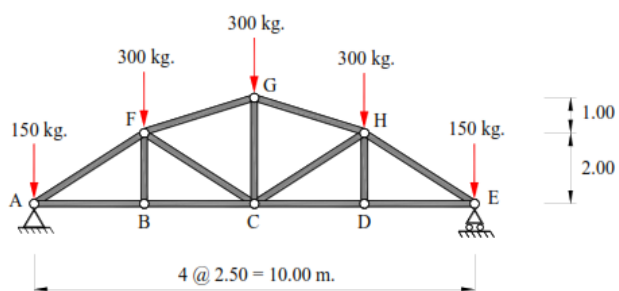
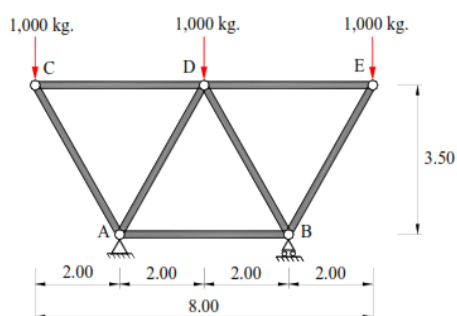
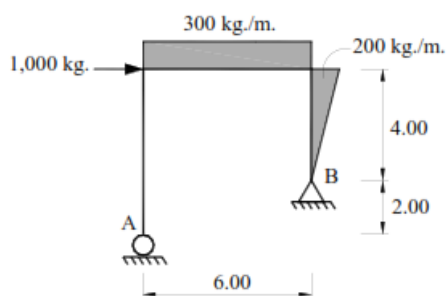
	ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม	รหัสรายวิชา 30100-0101	สัปดาห์ที่ 3-11
	ระดับชั้น ปวส.	สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง	จำนวนคาบ 3
	ชื่อหน่วย แรงปฏิกิริยา แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดในคาน		แผ่นที่ 2

ตอนที่ 2 จงตรวจสอบโครงสร้างต่อไปนี้ ว่าเป็นโครงสร้างประเภท Determinate หรือ Indeterminate โดยการตรวจสอบ
ความเป็นเสถียรภาพ Stable หรือ Unstable พร้อมทั้งระบุดีกรีความเป็น Indeterminate



	แบบทดสอบ (Test Sheet)		หน่วยที่ 2
	ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม	รหัสรายวิชา 30100-0101	สัปดาห์ที่ 3-11

ระดับชั้น	ปวส.	สาขาวิชา/แผนกวิชา	ช่างก่อสร้าง	จำนวนคาบ	3
ชื่อหน่วย	แรงปฏิกิริยา แรงเฉือนและโมเมนต์ตัดในคาน			แผ่นที่	3





แบบทดสอบ (Test Sheet)

หน่วยที่ 2

ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม

รหัสรายวิชา 30100-0101

สัปดาห์ที่ 3-11

ระดับชั้น ปวส.

สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง

จำนวนคาบ 3

ชื่อหน่วย แรงปฏิกิริยา แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดในคาน

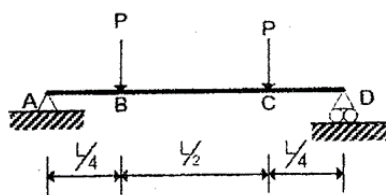
แผ่นที่ 4

แบบทดสอบใบงานที่ 2

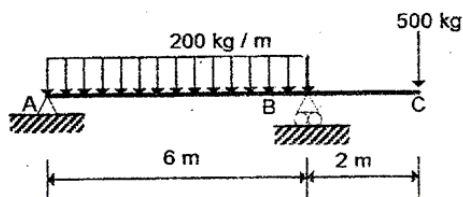
เรื่อง แรงปฏิกิริยา แรงเฉือน และโมเมนต์ดัดในคาน

จงคำนวณหา Reaction และเขียน S.F.D.

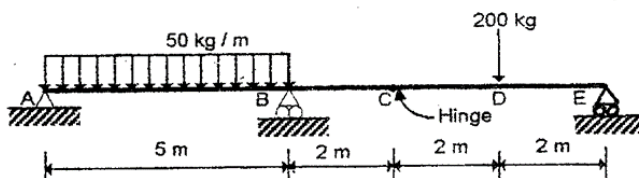
①



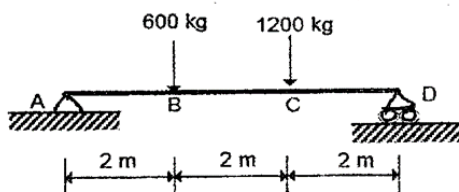
②



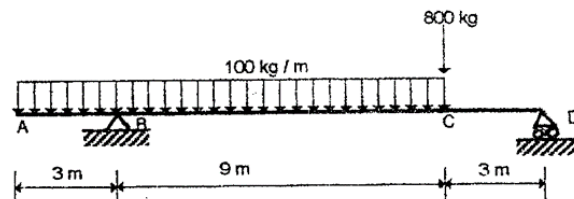
③



④



⑤





แบบทดสอบ (Test Sheet)

หน่วยที่ 2

ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม

รหัสรายวิชา 30100-0101

สัปดาห์ที่ 3-11

ระดับชั้น ปวส.

สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง

จำนวนคาบ 3

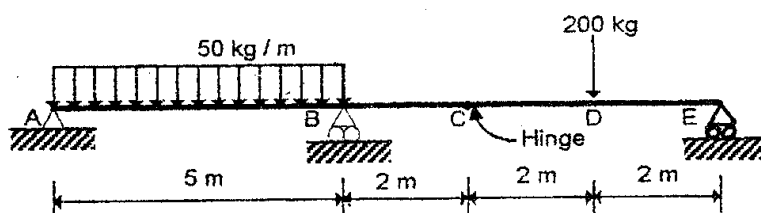
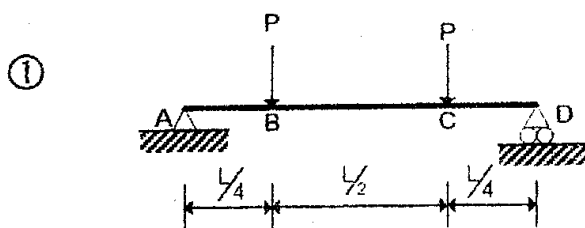
ชื่อหน่วย แรงปฏิกิริยา แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดในคาน

แผ่นที่ 5

แบบทดสอบใบงานที่ 3

เรื่อง แรงปฏิกิริยา แรงเฉือน และโมเมนต์ดัด

จงคำนวณหา Reaction และเขียน S.F.D.





แบบทดสอบ (Test Sheet)

หน่วยที่ 2

ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม

รหัสรายวิชา 30100-0101

สัปดาห์ที่ 3-11

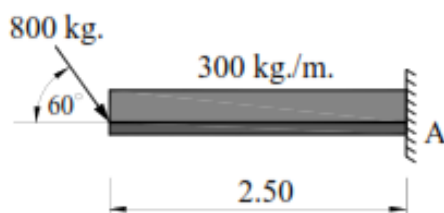
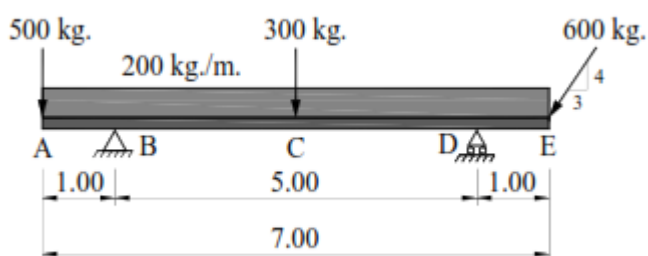
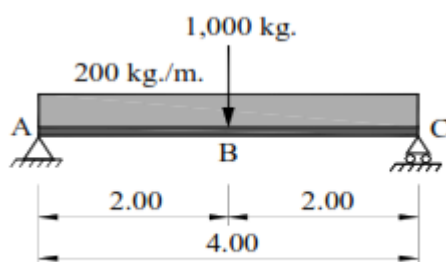
ระดับชั้น ปวส.

สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง

จำนวนคาบ 3

ชื่อหน่วย แรงปฏิกิริยา แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดในคาน

แผ่นที่ 6





แบบทดสอบ (Test Sheet)

หน่วยที่ 2

ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม

รหัสรายวิชา 30100-0101

สัปดาห์ที่ 3-11

ระดับชั้น ปวส.

สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง

จำนวนคาบ 3

ชื่อหน่วย แรงปฏิกิริยา แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดในคาน

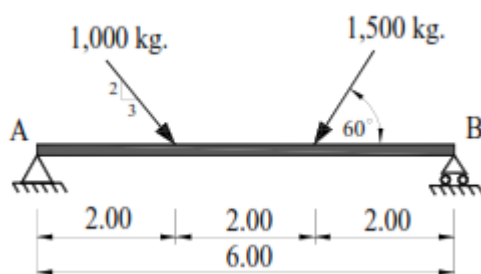
แผ่นที่ 7

แบบทดสอบใบงานที่ 4

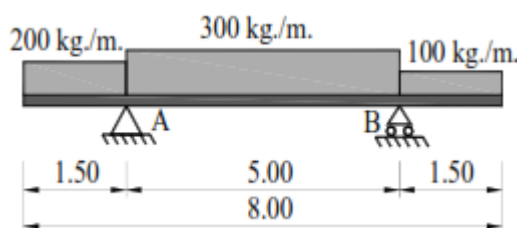
เรื่อง แรงปฏิกิริยา แรงเฉือน และโมเมนต์ดัด

จงคำนวณหา Reaction และเขียน B.M.D.

1.



2.





แบบทดสอบ (Test Sheet)

หน่วยที่ 2

ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม

รหัสรายวิชา 30100-0101

สัปดาห์ที่ 3-11

ระดับชั้น ปวส.

สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง

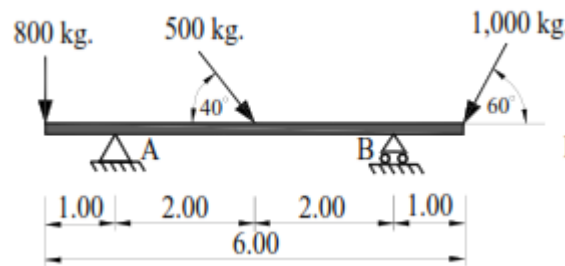
จำนวนคาบ 3

ชื่อหน่วย แรงปฏิกิริยา แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดในคาน

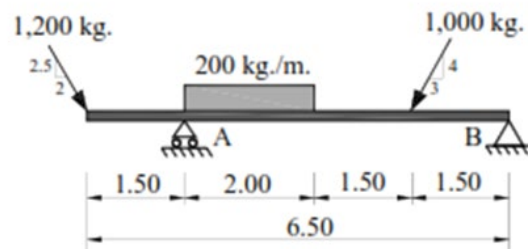
แผ่นที่ 8

จงคำนวณหา Reaction และเขียน B.M.D.

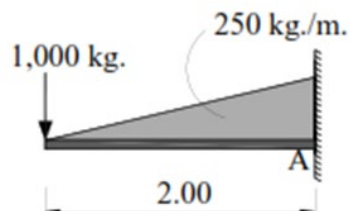
1.



2.



3.



	แบบทดสอบ (Test Sheet)		หน่วยที่ 3
	ชื่อรายวิชา	กลศาสตร์วิศวกรรม	รหัสรายวิชา 30100-0101
	ระดับชั้น	ปวส.	สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง
	ชื่อหน่วย	แรงภายในชิ้นส่วนของโครงสร้างข้อหมุน	
			สัปดาห์ที่ 12-14
			จำนวนคาบ 3
			แผ่นที่ 1
แบบทดสอบใบงานที่ 1 เรื่อง โครงข้อหมุน จงเติมคำลงในช่องว่างให้ถูกต้อง 1. โครงถัก (Truss) หมายถึง 2. โครงถักสามารถแบ่งออกได้กี่ประเภทอะไรบ้าง 3. โครงถักสามารถแบ่งออกได้กี่ชนิดอะไรบ้าง 4. โครงถักแบบดีเทอร์มิเนตแตกต่างกับโครงถักแบบอินดีเทอร์มิเนตอย่างไร			



แบบทดสอบ (Test Sheet)

หน่วยที่ 3

ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม

รหัสรายวิชา 30100-0101

สัปดาห์ที่ 12-14

ระดับชั้น ปวส.

สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง

จำนวนคาบ 3

ชื่อหน่วย แรงภายในชิ้นส่วนของโครงสร้างข้อหมุน

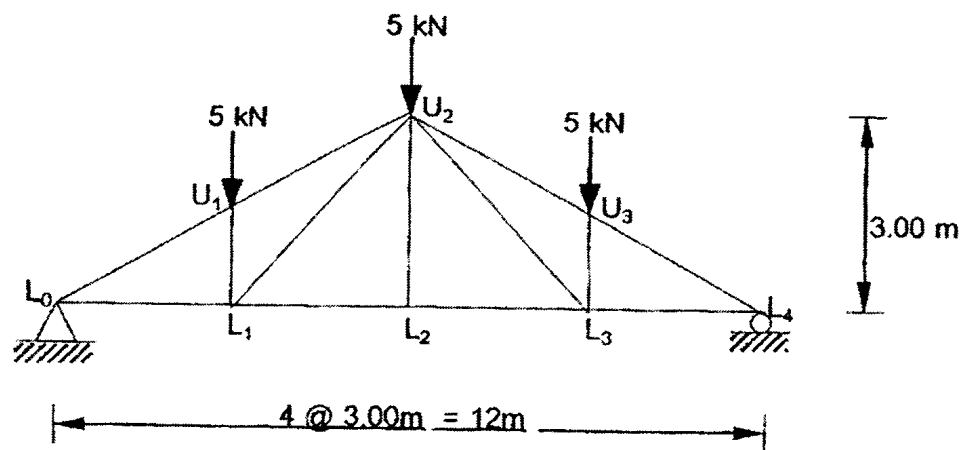
แผ่นที่ 2

แบบทดสอบใบงานที่ 2

เรื่อง โครงข้อหมุน

ตอนที่ 1 จงคำนวณหาแรงภายในชิ้นส่วนโครงถักดังรูป โดยวิธีวิเคราะห์ตรงจุดต่อ (Method of Joint)

1.1





แบบทดสอบ (Test Sheet)

หน่วยที่ 3

ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม

รหัสรายวิชา 30100-0101

สัปดาห์ที่ 12-14

ระดับชั้น ปวส.

สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง

จำนวนคาบ 3

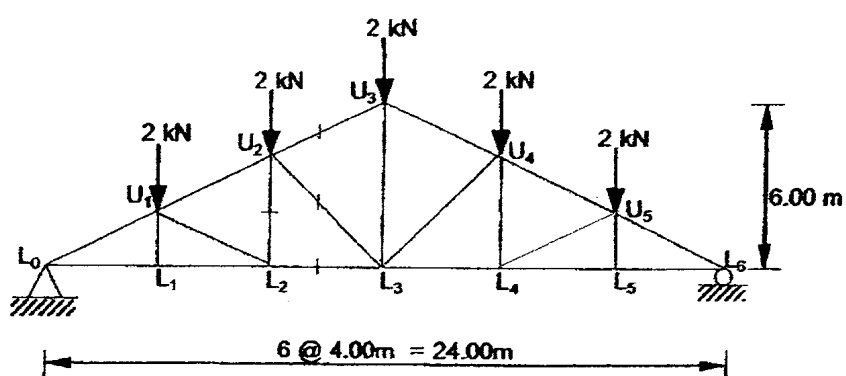
ชื่อหน่วย แรงภายในชิ้นส่วนของโครงสร้างข้อหมุน

แผ่นที่ 3

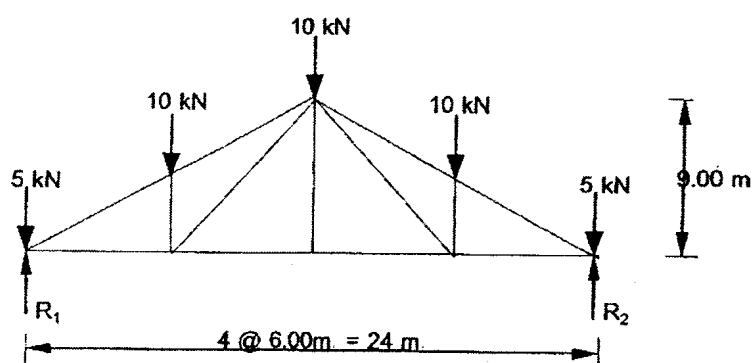
แบบทดสอบใบงานที่ 3

เรื่อง โครงข้อหมุน

1. จงคำนวณหาแรงภายในชิ้นส่วนโครงถักดังรูป โดยวิธีวิเคราะห์ตรงหน้าตัด (method of Section)



2. จงคำนวณหาแรงภายในชิ้นส่วนโครงถักดังรูป โดยวิธีกราฟิก (Graphical Method))





แบบทดสอบ (Test Sheet)

หน่วยที่ 4

ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม

รหัสรายวิชา 30100-0101

สัปดาห์ที่ 15-16

ระดับชั้น ปวส.

สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง

จำนวนคาบ 3

ชื่อหน่วย แรงเสียดทาน

แผ่นที่ 1

แบบทดสอบใบงานที่ 1

เรื่อง แรงเสียดทาน

1. มวล 500 kg วางอยู่บนพื้นผิวเรียบในแนวระดับ จงคำนวณหาแรงเสียดทาน ถ้ามวลนี้กับพื้นผิวมีสัมประสิทธิ์แรงเสียดทาน 0.55

(ตอบ $f = 2.7 \text{ kN}$)

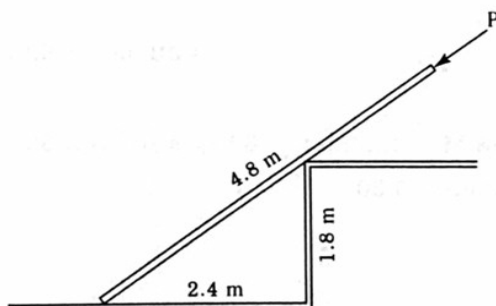
2. โลหะชิ้นหนึ่งวางอยู่บนผืนหนัง ซึ่งมีแรงเสียดทาน 200 N ขณะวัตถุเริ่มเคลื่อนที่ จงคำนวณหามวลของโลหะชิ้นนี้

(ตอบ $m = 45.31 \text{ kg}$)

3. แผ่นพื้นสำเร็จรูปมวลสม่ำเสมอ 200 kg/m ยาว 4 m วางอยู่บนพื้นราบที่มีสัมประสิทธิ์แรงเสียดทาน 0.60 จงคำนวณหาแรงเสียดทานสูงสุดเมื่อวัตถุเริ่มเคลื่อนที่

(ตอบ $f = 4.71 \text{ kN}$)

4. จงคำนวณหาค่าแรง P ที่ใช้ผลักไม้กระดานมวล 50 kg จากสภาวะที่อยู่นิ่งดังรูป ถ้าให้ค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานระหว่างผิวทั้งสองมีค่า 0.50



(ตอบ $P = 19.62 \text{ N}$)



แบบทดสอบ (Test Sheet)

หน่วยที่ 4

ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม

รหัสรายวิชา 30100-0101

สัปดาห์ที่ 15-16

ระดับชั้น ปวส.

สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง

จำนวนคาบ 3

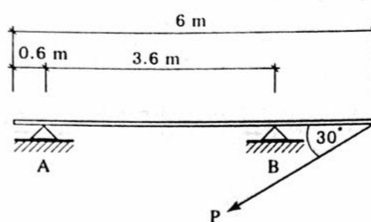
ชื่อหน่วย แรงเสียดทาน

แผ่นที่ 2

แบบทดสอบใบงานที่ 2

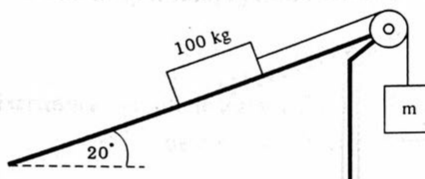
เรื่อง แรงเสียดทาน

5. คานขนาดสม่ำเสมอมวล 100 kg ยาว 6 m วางอยู่บนฐานรองรับแบบคมมิด ซึ่งห่างกัน 3.6 m ดังรูป จงคำนวณหาแรงดึง P ถ้าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานระหว่างคานกับจุดรองรับมีค่า 0.50



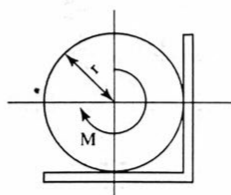
(ตอบ $P = 795.56 \text{ N}$)

6. จงคำนวณหาค่ามวลที่มากที่สุดและน้อยที่สุด เพื่อต้านทานไม่ให้มวล 100 kg ซึ่งวางอยู่บนระนาบเอียง 20° เคลื่อนที่ดังรูป โดยค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานระหว่างมวลกับระนาบเอียงมีค่า 0.30



(ตอบ $m_{\max} = 62.39 \text{ kg}$, $m_{\min} = 6.01 \text{ kg}$)

7. จงคำนวณหาโมเมนต์บิด M ที่ใช้หมุนล้อมวล 80 kg ซึ่งล้อมีรัศมี 50 cm ดังรูป ถ้าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานที่ผิวสัมผัสมีค่า 0.50



(ตอบ $M = 235.44 \text{ N} \cdot \text{m}$)



แบบทดสอบ (Test Sheet)

หน่วยที่ 5

ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม

รหัสรายวิชา 30100-0101

สัปดาห์ที่ 17

ระดับชั้น ปวส.

สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง

จำนวนคาบ 3

ชื่อหน่วย จุดศูนย์ถ่วงและโมเมนต์ความเฉื่อย

แผ่นที่ 1

แบบทดสอบใบงานที่ 1

เรื่อง จุดศูนย์ถ่วงและโมเมนต์ความเฉื่อย

1. มวล 500 kg วางอยู่บนพื้นผิวเรียบในแนวระดับ จงคำนวณหาแรงเสียดทาน ถ้ามวลนี้กับพื้นผิวมีสัมประสิทธิ์แรงเสียดทาน 0.55

(ตอบ $f = 2.7 \text{ kN}$)

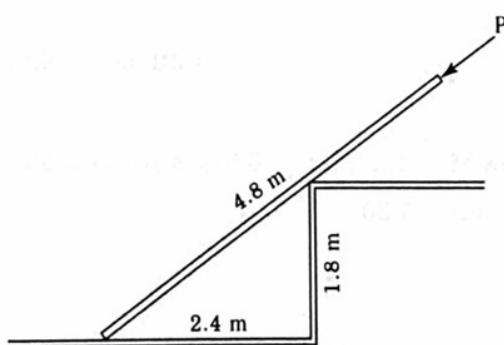
2. โลหะชิ้นหนึ่งวางอยู่บนผืนหนัง ซึ่งมีแรงเสียดทาน 200 N ขณะวัตถุเริ่มเคลื่อนที่ จงคำนวณหามวลของโลหะชิ้นนี้

(ตอบ $m = 45.31 \text{ kg}$)

3. แผ่นพื้นสำเร็จรูปมวลสม่ำเสมอ 200 kg/m ยาว 4 m วางอยู่บนพื้นราบที่มีสัมประสิทธิ์แรงเสียดทาน 0.60 จงคำนวณหาแรงเสียดทานสูงสุดเมื่อวัตถุเริ่มเคลื่อนที่

(ตอบ $f = 4.71 \text{ kN}$)

4. จงคำนวณหาค่าแรง P ที่ใช้ผลักไม้กระดานมวล 50 kg จากสภาวะที่อยู่นิ่งดังรูป ถ้าให้ค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานระหว่างผิวทั้งสองมีค่า 0.50



(ตอบ $P = 19.62 \text{ N}$)



ใบบันทึกหลังสอน(Note Sheet)

หน่วยที่ 1

ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม

รหัสรายวิชา 30100-0101

สัปดาห์ที่ 1-2

ระดับชั้น ปวส.

สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง

จำนวนคาบ 3

ชื่อหน่วย ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับโครงสร้าง

แผ่นที่ 1

บันทึกหลังการสอน

สัปดาห์ที่ 1 เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับโครงสร้าง

1.สาเหตุที่ไม่สามารถสอนตามแผนการสอนรายสัปดาห์ได้

- แนวทางการแก้ไขปัญหา

2.สรุปผลของการประเมิน

- ผลการประเมิน
- ปัญหาและข้อบกพร่อง
- แนวทางแก้ไข



ใบบันทึกหลังสอน(Note Sheet)

หน่วยที่ 1

ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม

รหัสรายวิชา 30100-0101

สัปดาห์ที่ 1-2

ระดับชั้น ปวส.

สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง

จำนวนคาบ 3

ชื่อหน่วย ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับโครงสร้าง

แผ่นที่ 1

บันทึกหลังการสอน

สัปดาห์ที่ 2 เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับโครงสร้าง

1.สาเหตุที่ไม่สามารถสอนตามแผนการสอนรายสัปดาห์ได้

- แนวทางการแก้ไขปัญหา

2.สรุปผลของการประเมิน

- ผลการประเมิน
- ปัญหาและข้อบกพร่อง
- แนวทางแก้ไข

	ใบบันทึกหลังสอน(Note Sheet)		หน่วยที่ 2
	ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม	รหัสรายวิชา 30100-0101	สัปดาห์ที่ 3-11
	ระดับชั้น ปวส.	สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง	จำนวนคาบ 3
	ชื่อหน่วย	แรงปฏิกิริยา แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดในคาน	แผ่นที่ 1

บันทึกหลังการสอน

สัปดาห์ที่ 3 เรื่อง แรงปฏิกิริยา แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดในคาน

1.สาเหตุที่ไม่สามารถสอนตามแผนการสอนรายสัปดาห์ได้

-
-
-
- แนวทางการแก้ไขปัญหา
-
-
-

2.สรุปผลของการประเมิน

- ผลการประเมิน
-
-
-
- ปัญหาและข้อบกพร่อง
-
-
-
- แนวทางแก้ไข
-
-
-



ใบบันทึกหลังสอน(Note Sheet)

หน่วยที่ 2

ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม

รหัสรายวิชา 30100-0101

สัปดาห์ที่ 3-11

ระดับชั้น ปวส.

สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง

จำนวนคาบ 3

ชื่อหน่วย แรงปฏิกิริยา แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดในคาน

แผ่นที่ 1

บันทึกหลังการสอน

สัปดาห์ที่ 4 เรื่อง แรงปฏิกิริยา แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดในคาน

1.สาเหตุที่ไม่สามารถสอนตามแผนการสอนรายสัปดาห์ได้

- แนวทางการแก้ไขปัญหา

2.สรุปผลของการประเมิน

- ผลการประเมิน

- ปัญหาและข้อบกพร่อง

- แนวทางแก้ไข

	ใบบันทึกหลังสอน(Note Sheet)		หน่วยที่ 2
	ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม	รหัสรายวิชา 30100-0101	สัปดาห์ที่ 3-11
	ระดับชั้น ปวส.	สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง	จำนวนคาบ 3
	ชื่อหน่วย แรงปฏิกิริยา แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดในคาน		แผ่นที่ 1

บันทึกหลังการสอน

สัปดาห์ที่ 5 เรื่อง แรงปฏิกิริยา แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดในคาน

1.สาเหตุที่ไม่สามารถสอนตามแผนการสอนรายสัปดาห์ได้

.....

.....

.....

- แนวทางการแก้ไขปัญหา

.....

.....

.....

2.สรุปผลของการประเมิน

- ผลการประเมิน

.....

.....

.....

- ปัญหาและข้อบกพร่อง

.....

.....

.....

- แนวทางแก้ไข

.....

.....

.....



ใบบันทึกหลังสอน(Note Sheet)

หน่วยที่ 2

ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม

รหัสรายวิชา 30100-0101

สัปดาห์ที่ 3-11

ระดับชั้น ปวส.

สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง

จำนวนคาบ 3

ชื่อหน่วย แรงปฏิกิริยา แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดในคาน

แผ่นที่ 1

บันทึกหลังการสอน

สัปดาห์ที่ 6 เรื่อง แรงปฏิกิริยา แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดในคาน

1.สาเหตุที่ไม่สามารถสอนตามแผนการสอนรายสัปดาห์ได้

- แนวทางการแก้ไขปัญหา

2.สรุปผลของการประเมิน

- ผลการประเมิน
- ปัญหาและข้อบกพร่อง
- แนวทางแก้ไข

	ใบบันทึกหลังสอน(Note Sheet)		หน่วยที่ 2
	ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม	รหัสรายวิชา 30100-0101	สัปดาห์ที่ 3-11
	ระดับชั้น ปวส.	สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง	จำนวนคาบ 3
	ชื่อหน่วย แรงปฏิกิริยา แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดในคาน		แผ่นที่ 1

บันทึกหลังการสอน

สัปดาห์ที่ 7 เรื่อง แรงปฏิกิริยา แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดในคาน

1.สาเหตุที่ไม่สามารถสอนตามแผนการสอนรายสัปดาห์ได้

-
-
-
- แนวทางการแก้ไขปัญหา
-
-
-

2.สรุปผลของการประเมิน

- ผลการประเมิน
-
-
-
- ปัญหาและข้อบกพร่อง
-
-
-
- แนวทางแก้ไข
-
-
-



ใบบันทึกหลังสอน(Note Sheet)

หน่วยที่ 2

ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม

รหัสรายวิชา 30100-0101

สัปดาห์ที่ 3-11

ระดับชั้น ปวส.

สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง

จำนวนคาบ 3

ชื่อหน่วย แรงปฏิกิริยา แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดในคาน

แผ่นที่ 1

บันทึกหลังการสอน

สัปดาห์ที่ 8 เรื่อง แรงปฏิกิริยา แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดในคาน

1.สาเหตุที่ไม่สามารถสอนตามแผนการสอนรายสัปดาห์ได้

-
-
-
- แนวทางการแก้ไขปัญหา
-
-
-

2.สรุปผลของการประเมิน

- ผลการประเมิน
-
-
-
- ปัญหาและข้อบกพร่อง
-
-
-
- แนวทางแก้ไข
-
-
-

	ใบบันทึกหลังสอน(Note Sheet)		หน่วยที่ 2
	ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม	รหัสรายวิชา 30100-0101	สัปดาห์ที่ 3-11
	ระดับชั้น ปวส.	สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง	จำนวนคาบ 3
	ชื่อหน่วย	แรงปฏิกิริยา แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดในคาน	แผ่นที่ 1

บันทึกหลังการสอน

สัปดาห์ที่ 9 เรื่อง แรงปฏิกิริยา แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดในคาน

1.สาเหตุที่ไม่สามารถสอนตามแผนการสอนรายสัปดาห์ได้

-
-
-
- แนวทางการแก้ไขปัญหา
-
-
-

2.สรุปผลของการประเมิน

- ผลการประเมิน

-
-
-

- ปัญหาและข้อบกพร่อง

-
-
-

- แนวทางแก้ไข

-
-
-



ใบบันทึกหลังสอน(Note Sheet)

หน่วยที่ 2

ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม

รหัสรายวิชา 30100-0101

สัปดาห์ที่ 3-11

ระดับชั้น ปวส.

สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง

จำนวนคาบ 3

ชื่อหน่วย แรงปฏิกิริยา แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดในคาน

แผ่นที่ 1

บันทึกหลังการสอน

สัปดาห์ที่ 10 เรื่อง แรงปฏิกิริยา แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดในคาน

1.สาเหตุที่ไม่สามารถสอนตามแผนการสอนรายสัปดาห์ได้

- แนวทางการแก้ไขปัญหา

2.สรุปผลของการประเมิน

- ผลการประเมิน
- ปัญหาและข้อบกพร่อง
- แนวทางแก้ไข



ใบบันทึกหลังสอน(Note Sheet)

หน่วยที่ 2

ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม

รหัสรายวิชา 30100-0101

สัปดาห์ที่ 3-11

ระดับชั้น ปวส.

สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง

จำนวนคาบ 3

ชื่อหน่วย แรงปฏิกิริยา แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดในคาน

แผ่นที่ 1

บันทึกหลังการสอน

สัปดาห์ที่ 11 เรื่อง แรงปฏิกิริยา แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดในคาน

1.สาเหตุที่ไม่สามารถสอนตามแผนการสอนรายสัปดาห์ได้

-
-
-
- แนวทางการแก้ไขปัญหา
-
-
-

2.สรุปผลของการประเมิน

- ผลการประเมิน
-
-
-
- ปัญหาและข้อบกพร่อง
-
-
-
- แนวทางแก้ไข
-
-
-

	ใบบันทึกหลังสอน(Note Sheet)		หน่วยที่ 3
	ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม	รหัสรายวิชา 30100-0101	สัปดาห์ที่ 12-14
	ระดับชั้น ปวส.	สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง	จำนวนคาบ 3
	ชื่อหน่วย	แรงภายในชิ้นส่วนของโครงข้อหมุน	แผ่นที่ 1

บันทึกหลังการสอน

สัปดาห์ที่ 12 เรื่อง แรงปฏิกิริยา แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดในคาน

1.สาเหตุที่ไม่สามารถสอนตามแผนการสอนรายสัปดาห์ได้

-
-
-
- แนวทางการแก้ไขปัญหา
-
-
-

2.สรุปผลของการประเมิน

- ผลการประเมิน

-
-
-

- ปัญหาและข้อบกพร่อง

-
-
-

- แนวทางแก้ไข

-
-
-



ใบบันทึกหลังสอน(Note Sheet)

หน่วยที่ 3

ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม

รหัสรายวิชา 30100-0101

สัปดาห์ที่ 12-14

ระดับชั้น ปวส.

สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง

จำนวนคาบ 3

ชื่อหน่วย แรงแยกในชิ้นส่วนของโครงข้อหมุน

แผ่นที่ 1

บันทึกหลังการสอน

สัปดาห์ที่ 13 เรื่อง แรงแยกปฏิกิริยา แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดในคาน

1.สาเหตุที่ไม่สามารถสอนตามแผนการสอนรายสัปดาห์ได้

- แนวทางการแก้ไขปัญหา

2.สรุปผลของการประเมิน

- ผลการประเมิน
- ปัญหาและข้อบกพร่อง
- แนวทางแก้ไข

	ใบบันทึกหลังสอน(Note Sheet)		หน่วยที่ 3
	ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม	รหัสรายวิชา 30100-0101	สัปดาห์ที่ 12-14
	ระดับชั้น ปวส.	สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง	จำนวนคาบ 3
	ชื่อหน่วย	แรงภายในชิ้นส่วนของโครงข้อหมุน	แผ่นที่ 1

บันทึกหลังการสอน

สัปดาห์ที่ 14 เรื่อง แรงปฏิกิริยา แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดในคาน

1.สาเหตุที่ไม่สามารถสอนตามแผนการสอนรายสัปดาห์ได้

-
-
-
- แนวทางการแก้ไขปัญหา
-
-
-

2.สรุปผลของการประเมิน

- ผลการประเมิน
-
-
-
- ปัญหาและข้อบกพร่อง
-
-
-
- แนวทางแก้ไข
-
-
-



ใบบันทึกหลังสอน(Note Sheet)

หน่วยที่ 4

ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม

รหัสรายวิชา 30100-0101

สัปดาห์ที่ 15-16

ระดับชั้น ปวส.

สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง

จำนวนคาบ 3

ชื่อหน่วย แรงเสียดทาน

แผ่นที่ 1

บันทึกหลังการสอน สัปดาห์ที่ 15 เรื่อง แรงเสียดทาน

1.สาเหตุที่ไม่สามารถสอนตามแผนการสอนรายสัปดาห์ได้

-
-
-
- แนวทางการแก้ไขปัญหา
-
-
-

2.สรุปผลของการประเมิน

- ผลการประเมิน
-
-
-
- ปัญหาและข้อบกพร่อง
-
-
-
- แนวทางแก้ไข
-
-
-



ใบบันทึกหลังสอน(Note Sheet)

หน่วยที่ 4

ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม

รหัสรายวิชา 30100-0101

สัปดาห์ที่ 15-16

ระดับชั้น ปวส.

สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง

จำนวนคาบ 3

ชื่อหน่วย แรงเสียดทาน

แผ่นที่ 1

บันทึกหลังการสอน
สัปดาห์ที่ 16 เรื่อง แรงเสียดทาน

1.สาเหตุที่ไม่สามารถสอนตามแผนการสอนรายสัปดาห์ได้

.....

.....

.....

- แนวทางการแก้ไขปัญหา

.....

.....

.....

2.สรุปผลของการประเมิน

- ผลการประเมิน

.....

.....

.....

- ปัญหาและข้อบกพร่อง

.....

.....

.....

- แนวทางแก้ไข

.....

.....

.....

	ใบบันทึกหลังสอน(Note Sheet)		หน่วยที่ 5
	ชื่อรายวิชา กลศาสตร์วิศวกรรม	รหัสรายวิชา 30100-0101	สัปดาห์ที่ 17
	ระดับชั้น ปวส.	สาขาวิชา/แผนกวิชา ช่างก่อสร้าง	จำนวนคาบ 3
	ชื่อหน่วย จุดศูนย์ถ่วงและโมเมนต์ความเฉื่อย		แผ่นที่ 1

บันทึกหลังการสอน
สัปดาห์ที่ 17 เรื่อง จุดศูนย์ถ่วงและโมเมนต์ความเฉื่อย

1.สาเหตุที่ไม่สามารถสอนตามแผนการสอนรายสัปดาห์ได้

-
-
-
- แนวทางการแก้ไขปัญหา
-
-
-

2.สรุปผลของการประเมิน

- ผลการประเมิน
-
-
-
- ปัญหาและข้อบกพร่อง
-
-
-
- แนวทางแก้ไข
-
-
-

บรรณานุกรม

อุดมวิทย์/กาญจนวงศ์.//(2556).//กลศาสตร์วิศวกรรม.//พิมพ์ครั้งที่/8.//ปทุมธานี:/สกายบุ๊กส์
ณัฐวรรณ/เกษกุล.//(2561).//แผนการสอนวิชาทฤษฎีโครงสร้าง.//พิมพ์ครั้งที่/1.//กรุงเทพฯ:/โรงพิมพ์
มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ

วิเคราะห์เนื้อหา

เตรียมการสอนรายสัปดาห์

สัปดาห์ที่ 1

ประวัติผู้จัดทำ

เตรียมการสอนรายสัปดาห์

สัปดาห์ที่ 2

เตรียมการสอนรายสัปดาห์

สัปดาห์ที่ 3

เตรียมการสอนรายสัปดาห์

สัปดาห์ที่ 4

เตรียมการสอนรายสัปดาห์

สัปดาห์ที่ 5

เตรียมการสอนรายสัปดาห์

สัปดาห์ที่ 6

เตรียมการสอนรายสัปดาห์

สัปดาห์ที่ 7

เตรียมการสอนรายสัปดาห์

สัปดาห์ที่ 8

เตรียมการสอนรายสัปดาห์

สัปดาห์ที่ 9

เตรียมการสอนรายสัปดาห์

สัปดาห์ที่ 10

เตรียมการสอนรายสัปดาห์

สัปดาห์ที่ 11

เตรียมการสอนรายสัปดาห์

สัปดาห์ที่ 12

เตรียมการสอนรายสัปดาห์

สัปดาห์ที่ 13

เตรียมการสอนรายสัปดาห์

สัปดาห์ที่ 14

เตรียมการสอนรายสัปดาห์

สัปดาห์ที่ 15

เตรียมการสอนรายสัปดาห์

สัปดาห์ที่ 16

เตรียมการสอนรายสัปดาห์

สัปดาห์ที่ 17

เตรียมการสอนรายสัปดาห์

สัปดาห์ที่ 18



เกณฑ์การวัดผลและประเมินผล

รหัสวิชา 3100-0301 ชื่อวิชา ทฤษฎีโครงสร้าง หน่วยกิต 3-0-3

ชื่อหน่วยการสอน	น้ำหนักคะแนน
1. ด้านเนื้อหาความรู้และทักษะในการปฏิบัติงาน	
1.1 ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับโครงสร้าง	5
1.2 แรงปฏิกิริยา แรงเฉือน และโมเมนต์ดัดในคาน	25
1.3 แรงภายในชิ้นส่วนของโครงสร้างข้อหมุน	20
1.4 แรงเสียดทาน	15
1.5 จุดศูนย์ถ่วงและโมเมนต์ความเฉื่อย	15
การรวมแต่ละหน่วย	80
2. ด้านคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์	
2.1 มาเรียน	10
2.2 ความรับผิดชอบ	5
2.3 ความใฝ่รู้	5
2.4 ความสะอาด	10
การรวมแต่ละหน่วย	20
รวมคะแนนทั้งหมด	100

เกณฑ์การวัดผล

คะแนน 80 ขึ้นไป
 คะแนน 75 – 79
 คะแนน 70 – 74
 คะแนน 65 – 69
 คะแนน 60 – 64
 คะแนน 55 – 59
 คะแนน 50 – 54
 คะแนน ต่ำกว่า 50

ผลการเรียน 4.00
 ผลการเรียน 3.50
 ผลการเรียน 3.00
 ผลการเรียน 2.50
 ผลการเรียน 2.00
 ผลการเรียน 1.50
 ผลการเรียน 1.00
 ผลการเรียน 0