ใบความรู้ที่ 4 การแปลงสตาร์เป็นเดลต้า

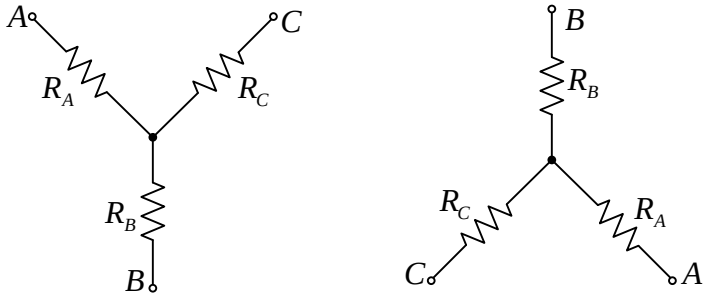
จุดประสงค์การเรียนรู้

1. อธิบายคุณสมบัติของการต่อตัวต้านทานแบบสตาร์ได้
2. แปลงการต่อตัวต้านทานแบบสตาร์ให้เป็นแบบเดลต้าได้

เนื้อหาสาระ

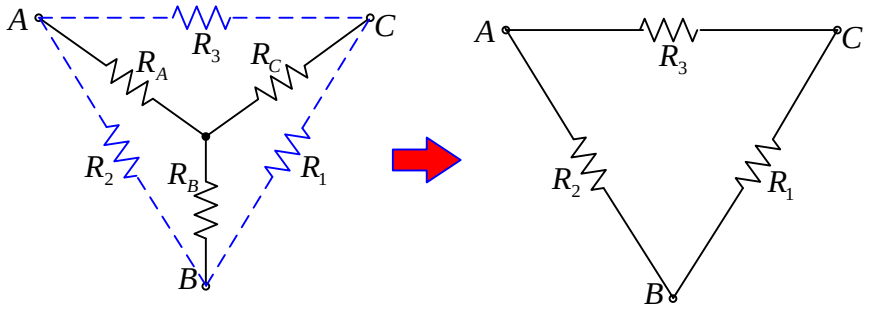
การต่อตัวต้านทานแบบสตาร์

การต่อตัวต้านทานแบบสตาร์ เป็นการนำปลายด้านใดด้านหนึ่งของตัวต้านทานทั้ง 3 ตัวมาต่อรวมกันที่จุด ๆ หนึ่ง ดังรูป



วิธีเปลี่ยนการต่อตัวต้านทานแบบสตาร์ (Y) เป็นแบบเดลต้า (Δ)

การเปลี่ยนการต่อตัวต้านทานที่ต่อแบบสตาร์ให้เป็นแบบเดลต้า เราสามารถพิจารณาได้จากรูป(ก) และ (ข) ดังนี้



(ก) ตัวต้านทานต่อแบบสตาร์ (ข) ตัวต้านทานต่อแบบเดลต้า

จากรูป(ข) สามารถเขียนสูตรคำนวณค่าความต้านทาน R_1, R_2, R_3 ได้ดังนี้

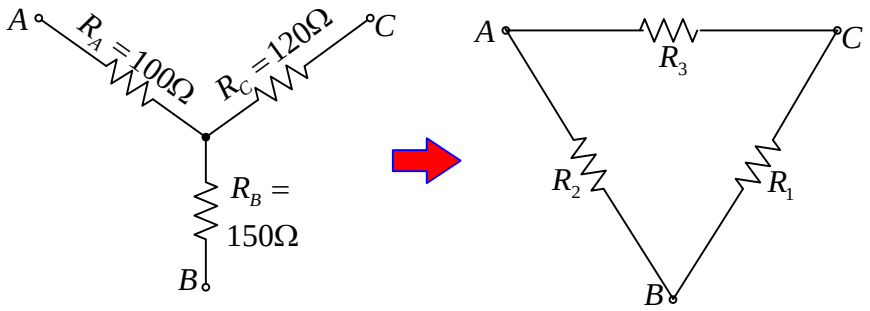
$$R_1 = \frac{R_A R_B + R_A R_C + R_B R_C}{R_A} = \frac{\sum R_Y}{R_A}$$

$$R_2 = \frac{R_A R_B + R_A R_C + R_B R_C}{R_C} = \frac{\sum R_Y}{R_C}$$

$$R_3 = \frac{R_A R_B + R_A R_C + R_B R_C}{R_B} = \frac{\sum R_Y}{R_B}$$

เมื่อ $\sum R_y$ หมายถึงผลรวมของผลคูณของความต้านทานแต่ละคู่ที่ต่อแบบสตาร์ ซึ่งมีค่าเท่ากับ $R_A R_B + R_A R_C + R_B R_C$ ส่วนความต้านทาน R_1, R_2, R_3 หมายถึงค่าของความต้านทานที่ต่อแบบเดลต้า

ตัวอย่างที่ 1 จากรูปจงเปลี่ยนการต่อตัวต้านทานแบบสตาร์ให้เป็นแบบเดลต้า



วิธีทำ หาค่าความต้านทาน R_A, R_B, R_C ได้ดังนี้

$$\sum R_Y = R_A R_B + R_A R_C + R_B R_C$$

$$= (100\Omega)(120\Omega) + (100\Omega)(150\Omega) + (120\Omega)(150\Omega)$$

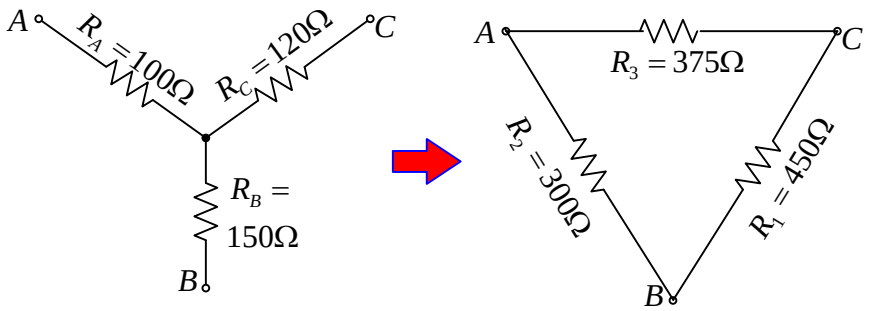
$$\sum R_Y = 45{,}000\Omega$$

$$R_1 = \frac{\sum R_Y}{R_A} = \frac{45{,}000\Omega}{100\Omega} = 450\Omega$$

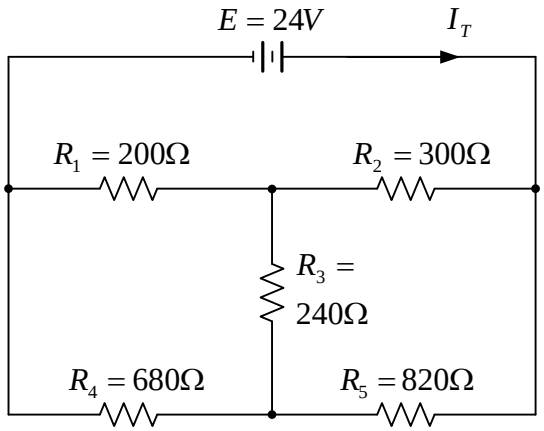
$$R_2 = \frac{\sum R_Y}{R_C} = \frac{45{,}000\Omega}{150\Omega} = 300\Omega$$

$$R_3 = \frac{\sum R_Y}{R_B} = \frac{45{,}000\Omega}{120\Omega} = 375\Omega$$

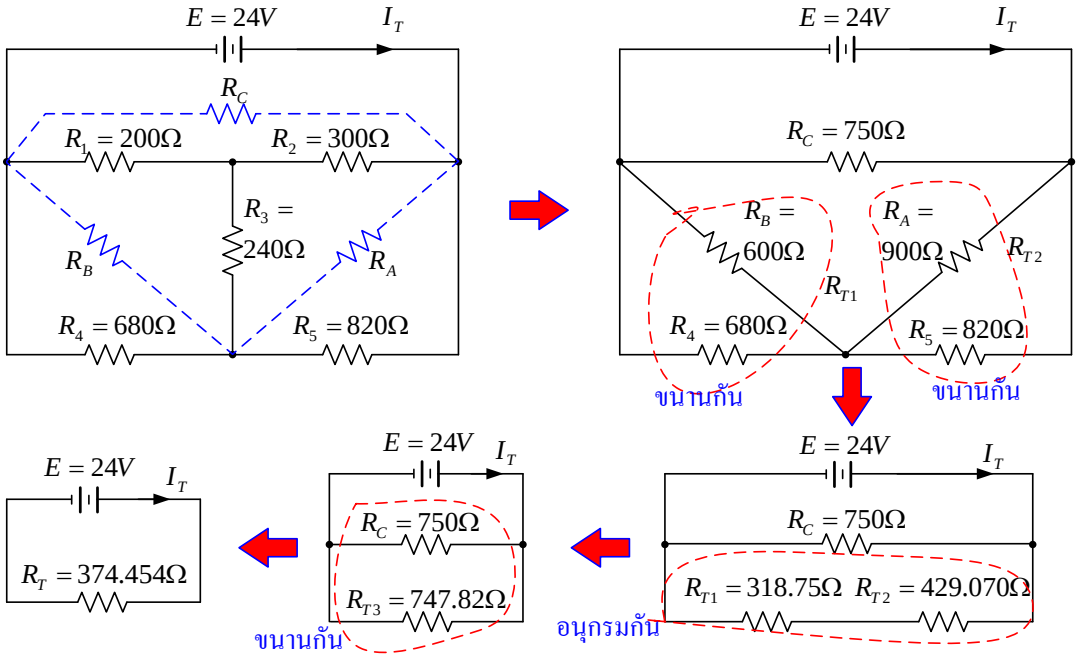
สรุปการเปลี่ยนการต่อตัวต้านทานแบบสตาร์เป็นแบบเดลต้า ได้ดังรูปต่อไปนี้



ตัวอย่างที่ 2 จากรูป จงหาค่าความต้านทานรวม (R_T) และกระแสไฟฟ้ารวม (I_T)



วิธีที่ 1 จากรูป จะเห็นได้ว่าตัวต้านทานในวงจรไม่ได้ต่อแบบอนุกรมหรือขนานกัน แต่จะจัดตัวต้านทาน R_1, R_2, R_3 ต่อแบบสตาร์และตัวต้านทาน R_3, R_4, R_5 ก็ต่อแบบสตาร์เช่นกัน การหาค่าความต้านทานรวม ต้องเลือกชุดตัวต้านที่ต่อแบบสตาร์เปลี่ยนให้เป็นการต่อแบบเดลต้า แล้วยุบรวมค่าความต้านทานและหากระแสไฟฟ้ารวม ได้ดังรูปต่อไปนี้



หาค่าความต้านทาน R_A, R_B, R_C ได้ดังนี้

$$\sum R_Y = R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3$$

$$= (200\Omega)(300\Omega) + (200\Omega)(240\Omega) + (240\Omega)(300\Omega) = 180{,}000\Omega$$

$$R_A = \frac{\sum R_Y}{R_1} = \frac{180{,}000\Omega}{200\Omega} = 900\Omega$$

$$R_B = \frac{\sum R_Y}{R_2} = \frac{180{,}000\Omega}{300\Omega} = 600\Omega$$

$$R_C = \frac{\sum R_Y}{R_3} = \frac{180{,}000\Omega}{240\Omega} = 750\Omega$$

หาค่าความต้านทาน R_{T1}, R_{T2}, R_{T3} และ R_T ได้ดังนี้

$$R_{T1} = R_B \,//\, R_4 = \frac{R_BR_4}{R_B + R_4} = \frac{(600\Omega)(680\Omega)}{600\Omega + 680\Omega} = 318.75\Omega$$

$$R_{T2} = R_A \,//\, R_5 = \frac{R_AR_5}{R_A + R_5} = \frac{(900\Omega)(750\Omega)}{900\Omega + 750\Omega} = 429.070\Omega$$

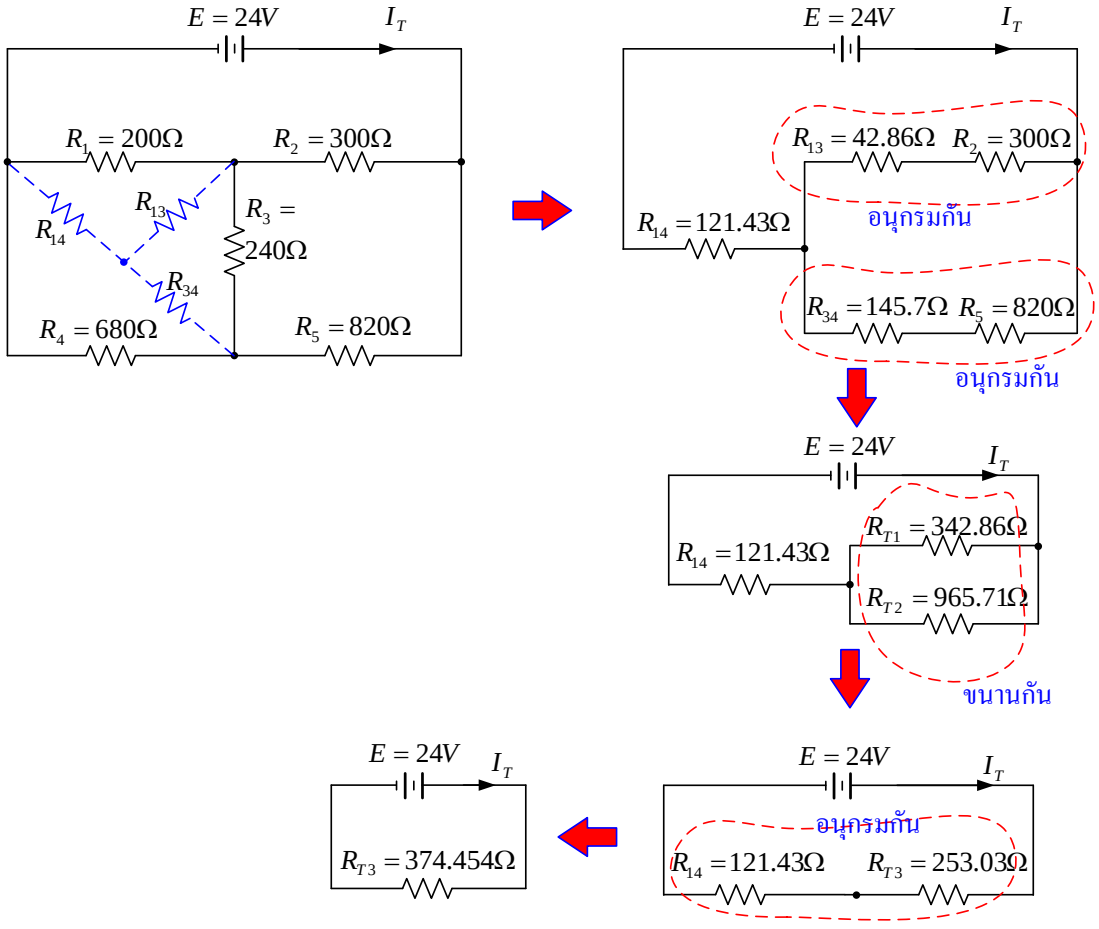
$$R_{T3} = R_{T1} + R_{T2} = 318.75\Omega + 429.070\Omega = 747.82\Omega$$

$$R_T = R_C \,//\, R_{T3} = \frac{R_CR_{T3}}{R_C + R_{T3}} = \frac{(750\Omega)(747.82\Omega)}{750\Omega + 747.82\Omega} = 374.454\Omega$$

หาค่ากระแสไฟฟ้า I_T จากกฎของโอห์ม ได้ดังนี้

$$I_T = \frac{E}{R_T} = \frac{24V}{374.454\Omega} = 0.064093A = 64.093mA$$

วิธีที่ 2 จากรูป จะเห็นได้ว่าตัวต้านทานในวงจรไม่ได้ต่อแบบอนุกรมหรือขนานกัน แต่จะจัดตัวต้านทาน R_1, R_3, R_4 ต่อแบบเดลต้าและตัวต้านทาน R_2, R_3, R_5 ก็ต่อแบบเดลต้าเช่นกัน การหาค่าความต้านทานรวมต้องเลือกชุดตัวต้านที่ต่อแบบเดลต้าเปลี่ยนให้เป็นการต่อแบบสตาร์ แล้วยุบรวมค่าความต้านทานและหากระแสไฟฟ้ารวม ได้ดังรูปต่อไปนี้



รูปแสดงขั้นตอนการหาปริมาณทางไฟฟ้าวิธีที่ 2

หาค่าความต้านทาน R_{13}, R_{14}, R_{34} ได้ดังนี้

$$\sum R_{\Delta} = R_1 + R_3 + R_4 = 200\Omega + 240\Omega + 680\Omega = 1{,}120\Omega$$

$$R_{13} = \frac{R_1.R_3}{\sum R_{\Delta}} = \frac{(200\Omega)(240\Omega)}{1120\Omega} = 42.857\Omega$$

$$R_{14} = \frac{R_1.R_4}{\sum R_{\Delta}} = \frac{(200\Omega)(680\Omega)}{1120\Omega} = 121.429\Omega$$

$$R_{34} = \frac{R_3.R_4}{\sum R_{\Delta}} = \frac{(240\Omega)(680\Omega)}{1120\Omega} = 145.714\Omega$$

หาค่าความต้านทาน R_{T1}, R_{T2}, R_{T3} และ R_T ได้ดังนี้

$$R_{T1} = R_{13} + R_2 = 42.857\Omega + 300\Omega = 342.857\Omega$$

$$R_{T2} = R_{34} + R_5 = 145.714\Omega + 820\Omega = 965.714\Omega$$

$$R_{T3} = R_{T1} // R_{T2} = \frac{(342.857\Omega)(965.714\Omega)}{342.875\Omega + 965.714\Omega} = 253.025\Omega$$

$$R_T = R_{14} + R_{T3} = 121.429\Omega + 253.025 = 374.454\Omega$$

หาค่ากระแสไฟฟ้า I_T จากกฎของโอห์ม ได้ดังนี้

$$I_T = \frac{E}{R_T} = \frac{24V}{374.454\Omega} = 0.064093A = 64.093mA$$