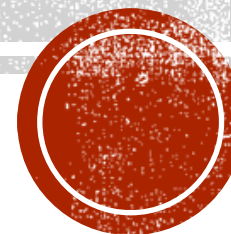


ดีเทอร์มิแนนต์



ในการแก้สมการทางพีชคณิตที่ค่อนข้างยุ่งยากสลับซับซ้อน เราสามารถที่จะทำได้ง่ายขึ้น เมื่อนำหลักการดีเทอร์มิแนนต์มาใช้ เพราะสามารถที่จะลดขั้นตอนในการแก้สมการให้น้อยลง สะดวกและรวดเร็ว ซึ่งจะใช้ในการแก้สมการหาค่ากระแสไฟฟ้า แรงดันไฟฟ้า ในวงจรไฟฟ้า ได้เป็นอย่างดี

หลักการหาค่าของดีเทอร์มิแนนต์ ที่ใช้ในการแก้สมการนั้น จะพิจารณาออกเป็น 2 ลักษณะ คือ การแก้สมการที่มีตัวไม่ทราบค่าสองตัวและการแก้สมการที่มีตัวไม่ทราบค่าสามตัว



# การเขียนสมการให้อยู่ในรูปเมทริกซ์ 2 ตัวแปร

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e \\ f \end{bmatrix}$$

เช่น

$$\begin{aligned} 6x + 3y &= 5 \\ 2x + 4y &= 10 \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix}$$



$$2.5 I_1 - 5 I_2 = 10$$

$$-2 I_1 + 6 I_2 = 20$$

$$\begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix}$$



$$3x + 4y = 10$$

$$5y = -20$$

$$\begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix}$$



## การแก้สมการโดยใช้ดีเทอร์มิแนนต์

### 1. การแก้สมการไม่ทราบค่า 2 ตัวแปร

รูปแบบทั่วไปของสมการไม่ทราบค่า 2 ตัวแปร

$$ax + by = e \quad \dots\dots\dots (7.1)$$

$$cx + dy = f \quad \dots\dots\dots (7.2)$$

เมื่อ  $x$  และ  $y$  คือ ตัวแปร

$a$ ,  $b$ ,  $c$  และ  $d$  คือ ค่าสัมประสิทธิ์ที่คูณกับตัวแปร

$e$  และ  $f$  คือ ค่าคงที่



## ลำดับขั้นตอนการแก้สมการไม่ทราบค่า 2 ตัวแปร โดยใช้ดีเทอร์มิแนนต์

- นำสมการที่ (7.1) และ (7.2) เขียนแทนลงในรูปของเมทริกซ์

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e \\ f \end{bmatrix}$$

- หาค่าตัวหารร่วม  $\Delta$  หรือ หาคดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์

$$\Delta = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{matrix} (-) \\ (+) \end{matrix} = ad - cb$$





3. หาค่าดีเทอร์มิแนนต์ของเศษ  $N_x$  โดยนำค่าคงที่แทนลงในตำแหน่งตัวแปร  $x$  เพื่อนำไปหาค่าตัวแปร  $x$

$$N_x = \begin{bmatrix} e & b \\ f & d \end{bmatrix} \begin{matrix} (-) \\ (+) \end{matrix} = ed - fb$$

4. หาค่าดีเทอร์มิแนนต์ของเศษ  $N_y$  โดยนำค่าคงที่แทนลงในตำแหน่งตัวแปร  $y$  เพื่อนำไปหาค่าตัวแปร  $y$

$$N_y = \begin{bmatrix} a & e \\ c & f \end{bmatrix} \begin{matrix} (-) \\ (+) \end{matrix} = af - ce$$





5. หาค่าตัวแปร  $x$  และ  $y$  จากสมการ

$$x = \frac{N_x}{\Delta} = \frac{ed - fb}{ad - cb}$$

$$y = \frac{N_y}{\Delta} = \frac{af - ce}{ad - cb}$$



ตัวอย่างที่ 7.8 จงคำนวณหาค่ากระแสไฟฟ้า  $I_1$  และ  $I_2$

$$3I_1 + 2I_2 = 10$$

$$-I_1 + 4I_2 = 5$$

นำสมการมาเขียนลงในเมทริกซ์

$$\begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix}$$

หาค่าตัวหารร่วม  $\Delta$

$$\Delta = \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$$

หาค่าเศษ  $N_1$  และ  $N_2$

$$N_1 = \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$$

$$N_2 = \begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$$



หาค่าของกระแสไฟฟ้า  $I_1$  และ  $I_2$

$$I_1 = \frac{N_1}{\Delta}$$

$$I_2 = \frac{N_2}{\Delta}$$



$$\begin{aligned} 6x + 3y &= 5 \\ 2x + 4y &= 10 \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix}$$



$$3x + 4y = 10$$

$$5y = -20$$

$$\begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix}$$



# การเขียนสมการให้อยู่ในรูปเมทริกซ์ 3 ตัวแปร

$$\begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} j \\ k \\ L \end{bmatrix}$$

เช่น

$$\begin{aligned} x + 2y + 3z &= 12 \\ 4x + 5y + 6z &= 14 \\ 7x + 8y + 10z &= 16 \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \\ \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \\ \dots \end{bmatrix}$$



$$\begin{aligned}8I_1 - 6I_2 + I_3 &= 20 \\ -5I_1 + 9I_2 + 8I_3 &= 0 \\ I_1 - 10I_2 + 18I_3 &= 0\end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \\ \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \\ \dots \end{bmatrix}$$





$$\begin{aligned}4x - y + 8z &= 4 \\3x + 2y + 8z &= 8 \\5x + y + 7z &= 5\end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \\ \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \\ \dots \end{bmatrix}$$

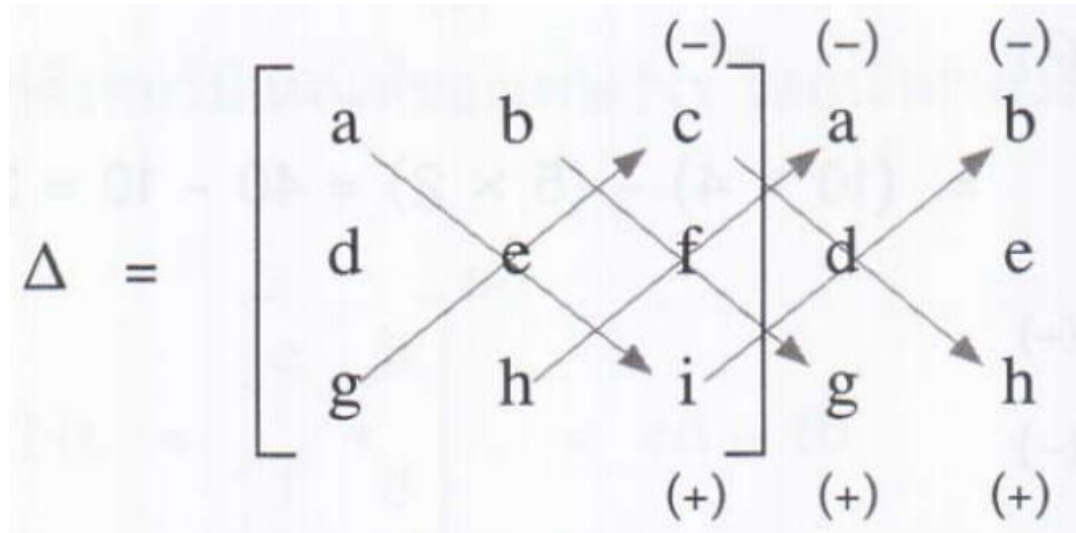


ลำดับขั้นตอนการแก้สมการไม่ทราบค่า 3 ตัวแปรโดยใช้ดีเทอร์มิแนนต์ มีดังนี้  
นำสมการที่ (7.3), (7.4) และ (7.5) เขียนแทนลงในรูปของเมทริกซ์

$$\begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} j \\ k \\ L \end{bmatrix}$$



หาค่าตัวหารร่วม ( $\Delta$ ) หรือหาดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์



$$= (a e i) + (b f g) + (c d h) - (g e c) - (h f a) - (i d b)$$



หาค่าดีเทอร์มิแนนต์ของเศษ  $N_x$

$$N_x = \begin{bmatrix} j & b & c \\ k & e & f \\ L & h & i \end{bmatrix} \begin{matrix} (-) & (-) & (-) \\ j & k & L \\ e & f & i \\ h & i & h \end{matrix} \begin{matrix} (-) & (-) & (-) \\ j & b \\ e \\ h \end{matrix} \begin{matrix} (+) & (+) & (+) \\ L & e & c \\ h & f & j \\ i & k & b \end{matrix}$$

$$= (j e i) + (b f L) + (c k h) - (L e c) - (h f j) - (i k b)$$



## หาค่าดีเทอร์มิแนนต์ของเศษ $N_y$

$$N_y = \begin{array}{ccc|ccc} & & & (-) & (-) & (-) \\ & & & c & a & j \\ & & & \uparrow & \uparrow & \uparrow \\ a & j & & & & \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & & & \\ d & k & f & & d & k \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & & & \\ g & L & i & & g & L \\ & & & (+) & (+) & (+) \end{array}$$

$$= (a k i) + (j f g) + (c d L) - (g k c) - (L f a) - (i d j)$$



# หาค่าดีเทอร์มิแนนต์ของเศษ Nz

$$Nz = \begin{bmatrix} a & b & j \\ d & e & k \\ g & h & L \end{bmatrix} \begin{matrix} (-) & (-) & (-) \\ a & b \\ d & e \\ g & h \\ (+) & (+) & (+) \end{matrix}$$

$$= (a e L) + (b k g) + (j d h) - (g e j) - (h k a) - (L d b)$$



หาค่าตัวแปร  $x$ ,  $y$  และ  $z$  จากสมการ

$$x = \frac{N_x}{\Delta}$$

$$y = \frac{N_y}{\Delta}$$

$$z = \frac{N_z}{\Delta}$$





$$6I_1 - 3I_2 + 7I_3 = 4$$

$$2I_1 + 3I_2 + 5I_3 = 3$$

$$4I_1 + 10I_2 - 9I_3 = 5$$

$$\begin{bmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \\ \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \\ \dots \end{bmatrix}$$



