ใบความรู้ที่ 8 กฎของเคอร์ชอฟฟ์

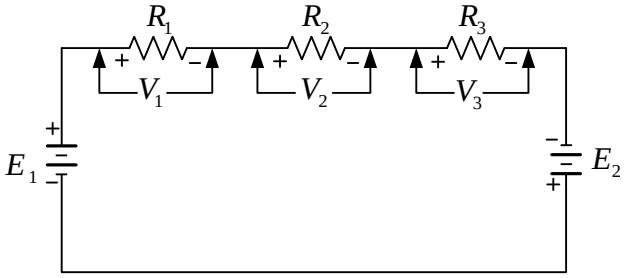
จุดประสงค์การเรียนรู้

1. สามารถอธิบายคุณสมบัติกฎแรงดันไฟฟ้าของเคอร์ชอฟฟ์ได้
2. สามารถอธิบายคุณสมบัติกฎกระแสไฟฟ้าของเคอร์ชอฟฟ์ได้
3. สามารถนำกฎของเคอร์ชอฟฟ์สร้างสมการหาค่ากระแสไฟฟ้าในวงจรไฟฟ้าได้
4. สามารถหาค่าแรงดันไฟฟ้าตกคร่อมตัวต้านทานในวงจรที่มีหลายแหล่งกำเนิดได้
5. สามารถคำนวณหาค่ากระแสไฟฟ้าและแรงดันไฟฟ้าโดยใช้กฎชองเคอร์ชอฟได้
6. สามารถวัดค่ากระแสไฟฟ้าและแรงดันไฟฟ้าด้วยมัลติมิเตอร์ได้
7. เปรียบเทียบค่าจากการวัดและจากการคำนวณได้

เนื้อหาสาระ

1. กฎแรงดันไฟฟ้าของเคอร์ชอฟฟ์ (Kirchhoff's Voltage Law: KVL)

ในวงจรไฟฟ้าแบบอนุกรม แรงดันไฟฟ้าที่แหล่งกำเนิดไฟฟ้าที่จ่ายให้กับวงจร ทำให้แรงดันไฟฟ้าตกคร่อมตัวต้านทานแต่ละตัวมีขั้วตรงข้ามกับขั้วของแรงดันไฟฟ้าที่แหล่งกำเนิดเสมอ



กฎแรงดันไฟฟ้าของเคอร์ชอฟฟ์ในวงจรไฟฟ้าปิดใด ๆ มีหลักการว่า " ผลรวมทางพีชคณิตของแรงดันไฟฟ้าที่ตกคร่อมความต้านทานแต่ละตัวในวงรอบปิดใด ๆ จะเท่ากับผลรวมของแรงดันไฟฟ้าที่แหล่งกำเนิดไฟฟ้านั้น "

จากวงจรไฟฟ้าดังรูปที่กำหนดให้ จะได้

$$V_1 + V_2 + V_3 = E_1 + E_2$$

$$V_1 + V_2 + V_3 - E_1 - E_2 = 0$$

สามารถเขียนใหม่ได้ว่า

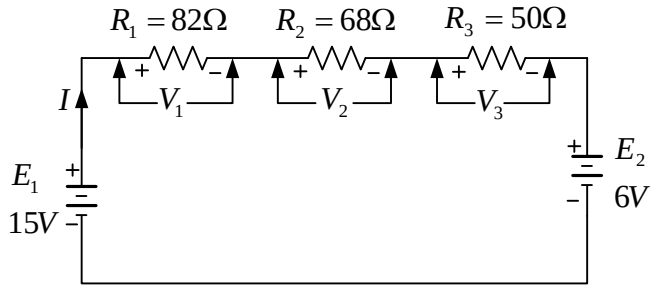
$$\sum V + \sum E = 0$$

$$\sum IR + \sum emf = 0$$

$$(IR_1 + IR_2 + IR_3) - (E_1 + E_2) = 0$$

$$V_1 + V_2 + V_3 - E_1 - E_2 = 0$$

ตัวอย่างที่ 1 จากวงจรรูป จงใช้กฎแรงดันไฟฟ้าของเคอร์ชอฟฟ์หาค่าแรงดันไฟฟ้า V_1, V_2 และ V_3



วิธีทำ หาค่าความต้านทานรวม(R_T)

$$R_T = R_1 + R_2 + R_3 = 82\Omega + 68\Omega + 50\Omega = 200\Omega$$

แรงดันไฟฟ้ารวมที่แหล่งกำเนิดไฟฟ้า (E_T)

$$\sum E = E_1 + (-E_2) = 15V + (-6V) = 9V$$

แรงดันไฟฟ้าที่ตกคร่อมตัวต้านทานแต่ละตัว โดยใช้กฎการแบ่งแรงดันไฟฟ้าดังนี้

$$V_1 = \frac{E_T R_1}{R_T} = \frac{(9V)(82\Omega)}{200\Omega} = 3.69V$$

$$V_2 = \frac{E_T R_2}{R_T} = \frac{(9V)(68\Omega)}{200\Omega} = 3.06V$$

$$V_3 = \frac{E_T R_3}{R_T} = \frac{(9V)(50\Omega)}{200\Omega} = 2.25V$$

$$\sum V = V_1 + V_2 + V_3 = 3.69V + 3.06V + 2.25V = 9V$$

จากกฎแรงดันไฟฟ้าของเคอร์ชอฟฟ์ (KVL)

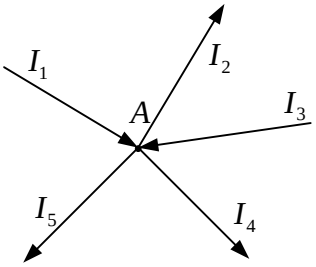
$$\sum V + \sum E = 0$$

$$V_1 + V_2 + V_3 - E_1 + E_2 = 0$$

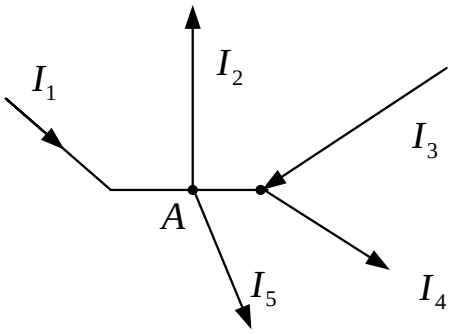
$$9V - 9V = 0V$$

2. กฎกระแสไฟฟ้าของเคอร์ชอฟฟ์ (Kirchhof Current Law: KCL)

เป็นการกล่าวถึงการไหลเข้าหรือออกของกระแสไฟฟ้าจากจุด ๆ หนึ่งในวงจรไฟฟ้า โดยมีหลักการว่า “กระแสไฟฟ้าที่ไหลเข้าสู่จุดต่อร่วมใด ๆ ในวงจรไฟฟ้าจะเท่ากับกระแสไฟฟ้าไหลออกจากจุดนั้นหรือผลรวมทางพีชคณิตระหว่างกระแสไฟฟ้าที่ไหลเข้าจุดต่อใด ๆ ในวงจรไฟฟ้ากับกระแสไฟฟ้าที่ไหลออกจากจุดนั้นมีค่าเท่ากับศูนย์”



(ก)จุดต่อ A แบบที่ 1



(ข) จุดต่อ A แบบที่ 2

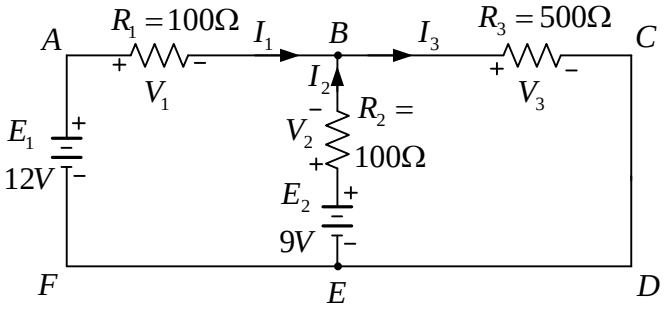
จากรูปที่ (ก) และ (ข) ที่จุด A ผลรวมกระแสไฟฟ้าไหลเข้า เท่ากับผลรวมกระแสไฟฟ้าที่ไหลออก จะได้

$$I_1 + I_3 = I_2 + I_4 + I_5$$

หรือ $I_1 + I_3 - I_2 - I_4 - I_5 = 0$

$$\sum I = 0$$

ตัวอย่างที่ 2 จากวงจรรูปที่ จงใช้กฎของเคอร์ชอฟฟ์หากระแสไฟฟ้า I_1, I_2, I_3



วิธีทำ วงจรไฟฟ้าดังรูปที่ พิจารณาจุด B จากกฎกระแสไฟฟ้าของเคอร์ชอฟฟ์ (KCL) ผลรวมกระแสไฟฟ้าไหลเข้าเท่ากับผลรวมกระแสไฟฟ้าที่ไหลออก ดังนั้นจะได้

$$I_1 + I_2 = I_3$$

เมื่อกำหนดทิศทางการไหลของกระแสไฟฟ้าแล้ว จะเห็นได้ว่ากระแสไฟฟ้า I_1 ไหลออกจากแหล่งกำเนิดแรงดันไฟฟ้า $E_1 = 12V$ ผ่านตัวต้านทาน R_1 กระแสไฟฟ้า I_2 ไหลออกจากแหล่งกำเนิดแรงดันไฟฟ้า $E_2 = 9V$ ผ่านตัวต้านทานตัวต้านทาน R_2 กระแสไฟฟ้า I_3 ไหลผ่านตัวต้านทาน R_3

พิจารณาวงรอบ ABEFA จะประกอบด้วยแหล่งกำเนิดแรงดันไฟฟ้า 2 ตัวต่อในรูปแบบอนุกรมกันแต่มีการต่อแบบหักล้างกัน ดังนั้นทิศทางการไหลของกระแสไฟฟ้า I_1 และ I_2 ก็จะหักล้างกัน จากกฎแรงดันไฟฟ้าของเคอร์ชอฟฟ์ (KVL) สามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$V_1 - V_2 = E_1 - E_2$$

จากกฎของโอห์ม $V = IR$ แทนค่า $V_1 = I_1R_1$ และ $V_2 = I_2R_2$ ดังนั้นจะได้

$$I_1R_1 - I_2R_2 = E_1 - E_2$$

แทนค่า $R_1 = 100\Omega$, $R_2 = 100\Omega, E_1 = 12V$ และ $E_2 = 9V$ ดังนั้นจะได้

$$100I_1 - 100I_2 = 12V - 9V$$
$$100I_1 - 100I_2 = 3V \qquad \text{---------- สมการ (A)}$$

พิจารณาวงรอบ BCDEB วงรอบนี้ประกอบด้วยแหล่งกำเนิดแรงดันไฟฟ้า E_2 เพียงชุดเดียว จากกฎแรงดันไฟฟ้าของเคอร์ชอฟฟ์ (KVL) สามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$V_2 + V_3 = E_2$$

จากกฎของโอห์ม $V = IR$ แทนค่า $V_2 = I_2R_2$, $V_3 = I_3R_3$ และ $I_1 + I_2 = I_3$ ดังนั้นจะได้

$$I_2R_2 + I_3R_3 = E_2$$

แทนค่า $I_3 = I_1 + I_2$ จะได้

$$I_2R_2 + (I_1 + I_2)R_3 = E_2$$

แทนค่า $R_2 = 100\Omega,\ R_3 = 500\Omega$ และ $E_2 = 9V$ ดังนั้นจะได้

$$100I_2 + 500(I_1 + I_2) = 9V$$
$$100I_2 + 500I_1 + 500I_2 = 9V$$
$$500I_1 + 600I_2 = 9V \qquad \text{---------- สมการ (B)}$$

แก้ปัญหาเพื่อหาค่าตัวแปร I_1 และ I_2 ดังนี้

เอาสมการ $(A) \times 5$; $\quad 500I_1 - 500I_2 = 15V \qquad$ ---------- สมการ (C)

เอาสมการ $(B)-(C)$;

$$(500-500)I_1+\left[600-(-500)\right]I_2=9V-15V$$

$$1{,}100I_2=-6V$$

ดังนั้น

$$I_2=\frac{-6V}{1{,}100\Omega}=-0.005456A$$

; I_2 มีทิศทางการไหลตรงข้าม

แทนค่า I_2 ลงในสมการ (A) จะได้

$$100I_1-\left[(100\Omega)(-0.005456A)\right]=3V$$

$$100I_1+0.5456V=3V$$

$$100I_1=3V-0.5456V$$

$$I_1=\frac{2.4544V}{100\Omega}=0.024544A$$

กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่าน R_3 เท่ากับ I_1+I_2

$$I_1+I_2=0.024544A+(-0.005456A)=0.019088A$$

หาแรงดันไฟฟ้าตกคร่อมตัวต้านทานแต่ละตัวได้ดังนี้

$$V_1=I_1R_1=(0.024544A)(100\Omega)=2.454V$$
$$V_2=I_2R_2=(-0.005456A)(100\Omega)=-0.546V$$
$$V_3=I_3R_3=(0.019088A)(500\Omega)=9.544V$$

พิจารณาวงรอบ BCDEB แล้ว จะได้ $V_1-V_2=E_1-E_2$ ดังนั้น

$$2.454V-(-0.546V)=12V-9V=3V \quad \text{จริง}$$

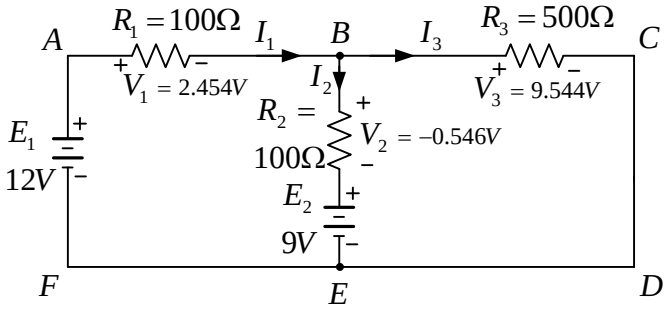
พิจารณาวงรอบ BCDEB แล้ว จะได้ $V_2+V_3=E_2$ ดังนั้น

$$-0.546V+9.544V=9V \quad \text{จริง}$$

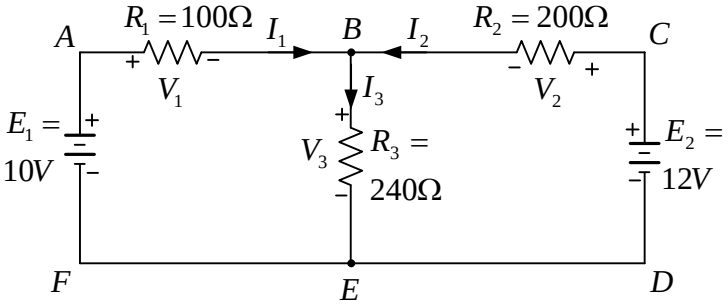
สรุป กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่าน R_1 คือ I_1 เท่ากับ 0.024544 A หรือ 24.544 mA

กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่าน R_2 คือ I_2 เท่ากับ - 0.005456 A หรือ - 5.456 mA (กระแสไฟฟ้ามีทิศทางการไหลที่ตรงกันข้าม)

กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่าน R_3 คือ I_3 เท่ากับ 0.019088 A หรือ 19.088 mA



ตัวอย่างที่ 3 จากวงจรไฟฟ้าดังรูปที่ จงใช้กฎของเคอร์ชอฟฟ์หากระแสไฟฟ้า I_1, I_2, I_3 และแรงดันไฟฟ้าตกคร่อมตัวต้านทาน V_1, V_2, V_3



วิธีทำ วงจรไฟฟ้าดังรูปที่กำหนดให้ พิจารณาที่จุด B จากกฎกระแสไฟฟ้าของเคอร์ชอฟฟ์ ผลรวมกระแสไฟฟ้าไหลเข้า เท่ากับผลรวมกระแสไฟฟ้าที่ไหลออก จะได้

$$I_1 + I_2 = I_3$$

เมื่อกำหนดทิศทางการไหลของกระแสไฟฟ้าแล้ว จะเห็นได้ว่ากระแสไฟฟ้า I_1 ไหลออกจากแหล่งกำเนิดแรงดันไฟฟ้า $E_1 = 12V$ ผ่านตัวต้านทาน R_1 กระแสไฟฟ้า I_2 ไหลออกจากแหล่งกำเนิดแรงดันไฟฟ้า $E_2 = 10V$ ผ่านตัวต้านทานตัวต้านทาน R_2 กระแสไฟฟ้า I_3 ไหลผ่านตัวต้านทาน R_3

พิจารณาวงรอบ ABEFA สามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$V_1 + V_3 = E_1$$

$$I_1.R_1 + I_3R_3 = E_1 \qquad ; V_1 = I_1R_1 \text{ และ } V_3 = I_3R_3$$

$$100I_1 + 240I_3 = 12V$$

$$100I_1 + 240(I_1 + I_2) = 12V$$

$$340I_1 + 240I_2 = 12V$$

เอา 100 หารตลอดจะได้ $3.4I_1 + 2.4I_2 = 0.12$ ---------- สมการ (A)

พิจารณาวงรอบ BCEB สามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$V_2 + V_3 = E_2$$

$$I_2R_2 + I_3R_3 = E_2 \qquad ; V_2 = I_2R_2 \text{ และ } V_3 = I_3R_3$$

$$I_2R_2 + (I_1 + I_2)R_3 = E_2$$

$$200I_2 + 240(I_1 + I_2) = 10V$$

$$240I_1 + 200I_2 + 240I_2 = 10V$$

$$240I_1 + 440I_2 = 10V$$

เอา 100 หารตลอดจะได้ $2.4I_1 + 4.4I_2 = 0.1$ ---------- สมการ (B)

นำสมการ (A) และ (B) เขียนให้อยู่ในรูปของสมการแมตริกซ์ ดังนี้

$$\begin{bmatrix} 3.4 & 2.4 \\ 2.4 & 4.4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.12 \\ 0.10 \end{bmatrix} \qquad \text{---------- สมการ (C)}$$

หาค่าดีเทอร์มิแนนซ์ (Δ)

$$\Delta = \begin{vmatrix} 3.4 & 2.4 \\ 2.4 & 4.4 \end{vmatrix} = (3.4)(4.4) - (2.4)(2.4) = 14.96 - 5.76 = 9.2$$

หาค่ากระแสไฟฟ้า I_1 ดังนี้

$$I_1 = \frac{\begin{vmatrix} 0.12 & 2.4 \\ 0.10 & 4.4 \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{(0.12)(4.4) - (0.10)(2.4)}{9.2}$$

$$= \frac{0.528 - 0.24}{9.2} = 0.031304A$$

หาค่ากระแสไฟฟ้า I_2 ดังนี้

$$I_2 = \frac{\begin{vmatrix} 3.4 & 0.12 \\ 2.4 & 0.10 \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{(3.4)(0.10) - (2.4)(0.12)}{9.2}$$

$$= \frac{0.34 - 0.288}{9.2} = 0.005652A$$

กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่าน R_3 คือ I_3

$$I_3 = I_1 + I_2 = 0.031304A + 0.005652A = 0.036956A$$

หาแรงดันไฟฟ้าตกคร่อมตัวต้านทานแต่ละตัวได้ดังนี้

$$V_1 = I_1 R_1 = (0.031304A)(100\Omega) = 3.130V$$
$$V_2 = I_2 R_2 = (0.005652A)(200\Omega) = 1.1304V$$
$$V_3 = I_3 R_3 = (0.036956A)(500\Omega) = 8.869V$$

สรุป กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่าน R_1 เท่ากับ 0.031304A หรือ 31.304 mA

กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่าน R_2 เท่ากับ 0.005652A หรือ 5.652 mA

กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่าน R_3 เท่ากับ 0.036956A หรือ 36.965 mA