

ใบความรู้ที่ 12 ปริมาณเชิงซ้อนและเฟสเซอร์ไดอะแกรม

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. สามารถเปลี่ยนรูปพิกัดฉากเป็นรูปเชิงขั้วได้
2. สามารถเปลี่ยนรูปเชิงขั้วเป็นรูปพิกัดฉาก
3. สามารถบวกลบจำนวนเชิงซ้อนในรูปพิกัดฉากได้
4. สามารถบวกลบจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้วได้
5. สามารถคูณหารจำนวนเชิงซ้อนในรูปพิกัดฉากได้
6. สามารถคูณหารจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้วได้

เนื้อหาสาระ

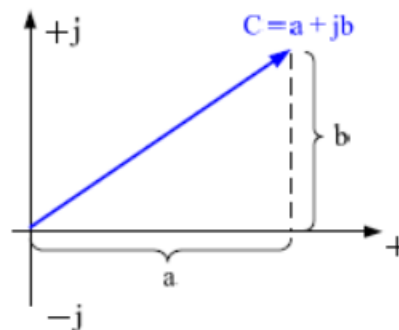
1. ความหมายและรูปแบบของจำนวนเชิงซ้อน

จำนวนเชิงซ้อน (Complex Numbers: C) คือ จำนวนที่ประกอบด้วย 2 กลุ่ม กลุ่มหนึ่งเป็น จำนวนจริง (Real Numbers) อีกกลุ่มหนึ่งเป็นจำนวนจินตภาพ (Imaginary Numbers) นำมาเขียนรวมกันเป็น จำนวนเชิงซ้อน โดยใช้สัญลักษณ์ $c = a \pm jb$ โดยที่ a คือ จำนวนจริง b คือ จำนวนจินตภาพ และ j คือ หน่วยจินตภาพ

รูปแบบของจำนวนเชิงซ้อน เขียนได้ 4 รูปแบบ คือ 1) รูปพิกัดฉาก (Rectangular Form) เขียนอยู่ในรูป $c = a \pm jb$ 2) รูปเชิงขั้ว (Polar Form) เขียนอยู่ในรูป $c = r \angle \theta$ 3) รูปตรีโกณมิติ (Trigonometric Form) เขียนอยู่ในรูป $c = r (\cos \theta \pm j \sin \theta)$ และ 4) รูปชี้กำลัง (Exponential Form) เขียนอยู่ในรูป $c = re^{j\theta}$

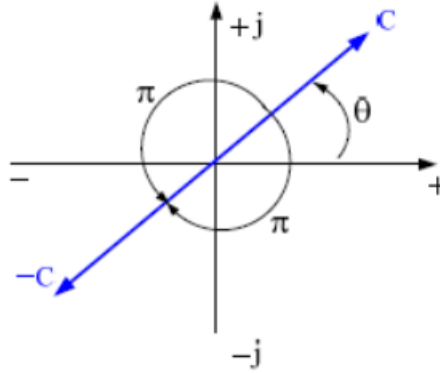
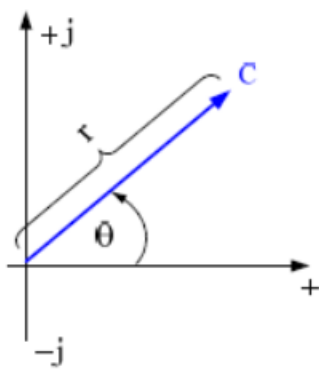
2. จำนวนเชิงซ้อนในรูปพิกัดฉาก

จำนวนเชิงซ้อนในรูปพิกัดฉาก (Rectangular Form) เขียนในรูปสมการ $C = a \pm jb$



3. จำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว

จำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว (Polar Form) เขียนอยู่ในรูปสมการ $C = r\angle\theta$



4. การเปลี่ยนรูประหว่างรูปพิกัดฉากและรูปเชิงขั้ว

การเปลี่ยนรูปพิกัดฉาก ($c = a \pm jb$) ไปเป็นรูปเชิงขั้ว ใช้สมการ $r = \sqrt{a^2 + b^2}$ และ $\theta = \tan^{-1} \frac{b}{a}$

และจัดเข้ารูปเชิงขั้ว คือ $c = r\angle\theta$

การเปลี่ยนรูปเชิงขั้ว ($c = r\angle\theta$) ไปเป็นรูปพิกัดฉาก ใช้สมการ $a = r \cos \theta$ และ $b = r \sin \theta$ และจัดเข้ารูปพิกัดฉาก คือ $C = a \pm jb$

5. การคอนจูเกตจำนวนเชิงซ้อน

การคอนจูเกตจำนวนเชิงซ้อน คือ จำนวนเชิงซ้อนที่ให้จำนวนจริงเท่ากัน และจำนวนจินตภาพ ตรงกันข้ามกัน โดยเปลี่ยนส่วนจินตภาพในรูปพิกัดฉากให้ตรงกันข้ามหรือใช้มุมตรงกันข้ามในรูปเชิงขั้ว ตัวอย่างการคอนจูเกตรูปพิกัดฉากของ $C = 2+j3$ คือ $C^* = 2-j3$

6. การบวกและลบจำนวนเชิงซ้อน

การบวกและลบจำนวนเชิงซ้อนโดยวิธีพีชคณิตในรูปพิกัดฉากให้นำส่วนที่เป็นจำนวนจริงมาบวกหรือลบกันและนำส่วนที่เป็นจำนวนจินตภาพมาบวกหรือลบกัน ส่วนการบวกและลบจำนวนเชิงซ้อนใน รูปเชิงขั้วไม่สามารถกระทำได้ ยกเว้นถ้ามีมุมเท่ากันหรือที่มุม 0° กับ 180°

7. การคูณจำนวนเชิงซ้อน

การคูณจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว ให้นำขนาด (r) มาคูณกันและส่วนมุม (θ) ให้นำมาบวกกัน การคูณจะได้ $C_1 \cdot C_2 = (r_1 \angle \theta_1) (r_2 \angle \theta_2)$ ส่วนการคูณจำนวนเชิงซ้อนในรูปพิกัดฉาก ถ้าให้ $c_1 = a_1 + jb_1$ และ $C_2 = a_2 + jb_2$ การคูณจะได้ $C_1 \cdot C_2 = (a_1 a_2 - b_1 b_2) + j(b_1 a_2 + a_1 b_2)$

8. การหารจำนวนเชิงซ้อน

การหารจำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว ให้นำขนาด (r) มาหารกันและส่วนมุม (θ) จะนำมาลบกัน ถ้าให้ $C_1 = r_1 \angle \theta_1$ และ $C_2 = r_2 \angle \theta_2$ การหารจะได้

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{r_1}{r_2} \angle \theta_1 - \theta_2$$