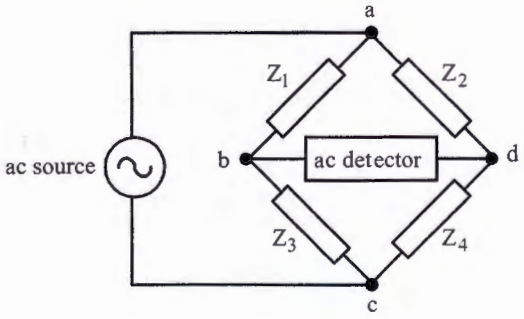
8 เอซีบริดจ์
AC BRIDGE

8.1 บทนำ

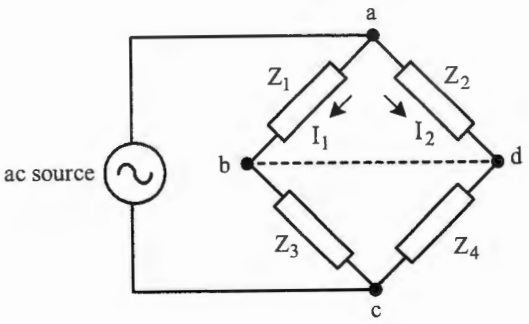
เอซีบริดจ์หรือบริดจ์ไฟฟ้ากระแสสลับ จะใช้วัดค่าความเหนี่ยวนำ (Inductance) และค่าความจุ (Capacitance) ซึ่งมีวงจรพื้นฐานมาจากวีทสโตนบริดจ์ โดยทั้ง 4 ด้านของเอซีบริดจ์จะเป็นค่าอิมพีแดนซ์มีตัวตรวจจับค่าศูนย์ (Null Detector) ต่อเป็นโหลด จะป้อนแหล่งจ่ายเป็นแรงดันไฟฟ้ากระแสสลับที่ความถี่ตามต้องการ ตัวตรวจจับค่าศูนย์ของเอซีบริดจ์จะใช้เป็นกัลวาโนมิเตอร์ทั่วไปไม่ได้ เช่นต้องใช้ออสซิลโลสโคปวัดแทนเพราะสามารถวัดได้ทั้งขนาดและความถี่

8.2 พื้นฐานเอซีบริดจ์ (Basic AC Bridge)

วงจรพื้นฐานเอซีบริดจ์รูปที่ 8.1 ในแต่ละด้านอาจจะเป็นความต้านทานอย่างเดียวหรือเป็นอิมพีแดนซ์เชิงซ้อน (Complex Impedance) เมื่อบริดจ์สมดุลจะไม่มีกระแสไฟฟ้าไหลผ่านตัวตรวจจับนั่นคือไม่มีความต่างศักย์ไฟฟ้าที่จุด b และจุด d จึงเขียนวงจรใหม่เป็นรูปที่ 8.2 และจะได้แรงดันไฟฟ้าตกคร่อมจุด b และจุด d เท่ากัน 2 สมการ



รูปที่ 8.1 วงจรพื้นฐานเอซีบริดจ์



รูปที่ 8.2 วงจรเทียบเท่าของเอซีบริดจ์สมดุล

$$I_1Z_1 = I_2Z_2 \qquad \text{.....(8.1)}$$

$$I_1Z_3 = I_2Z_4 \qquad \text{.....(8.2)}$$

สมการ $\frac{(8.1)}{(8.2)}$; $\frac{Z_1}{Z_3} = \frac{Z_2}{Z_4}$ .....(8.3)

และได้ $Z_1Z_4 = Z_2Z_3$ .....(8.4)

ถ้าแทนสมการ (8.4) ด้วยรูปอิมพีแดนซ์เชิงซ้อนคือ $Z = Z\angle\theta$ จะได้ดังนี้

$$(Z_1\angle\theta_1 Z_4\angle\theta_4) = (Z_2\angle\theta_2 Z_3\angle\theta_3) \qquad \text{.....(8.5)}$$

และได้ $Z_1Z_4\angle(\theta_1+\theta_4) = Z_2Z_3\angle(\theta_2+\theta_3)$ .....(8.6)

จากสมการ (8.6) สรุปได้ว่าเมื่อบริดจ์สมดุลจะมี 2 เงื่อนไขคือ

1) ผลคูณของขนาดของด้านตรงกันข้ามกันจะเท่ากัน

$$Z_1Z_4 = Z_2Z_3 \qquad \text{.....(8.7)}$$

2) ผลคูณของมุมเฟสของด้านตรงกันข้ามกันจะเท่ากัน

$$\angle(\theta_1+\theta_4) = \angle(\theta_2+\theta_3)$$

$$\theta_1+\theta_4 = \theta_2+\theta_3 \qquad \text{.....(8.8)}$$

เมื่อ Z_4 หรือ Z_x คืออิมพีแดนซ์ไม่ทราบค่า...Ω

θ_4 หรือ θ_x คือมุมของอิมพีแดนซ์ไม่ทราบค่า....องศา (Degree)

ตัวอย่างที่ 8.1 วงจรรูปที่ 8.1 เอซีบริดจ์ประกอบด้วยค่า $Z_1 = 200\Omega\angle 30^\circ$, $Z_2 = 150\Omega\angle 0^\circ$, $Z_3 = 250\Omega\angle -40^\circ$ จงคำนวณหาค่า Z_4

วิธีทำ

หา Z_4 หรือ Z_x

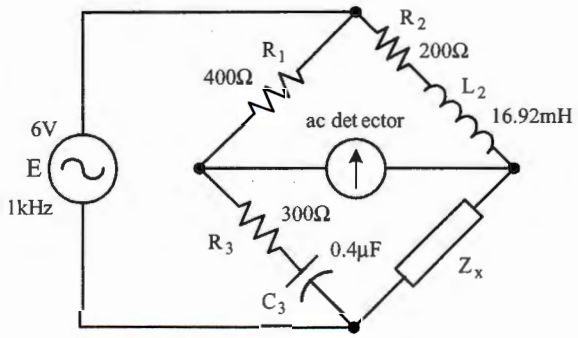
$$Z_4 = \frac{Z_2 Z_3}{Z_1} = \frac{150\Omega \times 250\Omega}{200\Omega} = 187.5\Omega \ldots..\#$$

หามุม θ_x

$$\theta_x = \theta_2 + \theta_3 - \theta_1 = 0^\circ + (-40^\circ) - 30^\circ = -70^\circ \ldots..\#$$

หรือเขียนใหม่คือ $Z_x = 187.5\Omega\angle -70^\circ = (64.13 - j176.19)\Omega \ldots..\#$

ตัวอย่างที่ 8.2 จากวงจรเอซีบริดจ์ที่กำหนดให้เมื่อบริดจ์สมดุล จงคำนวณหาค่า Z_x



วิธีทำ

$$\omega = 2\pi f = 2 \times \pi \times 1\text{kHz} = 6283.19\text{rad/sec}$$

$$X_{L2} = \omega L_2 = 6283.19 \times (16.92 \times 10^{-3}) = 100\Omega$$

$$X_{C3} = \frac{1}{\omega C_3} = \frac{1}{6283.19 \times (0.4 \times 10^{-6})} = 398\Omega$$

หาค่า Z

$$Z_1 = R_1 = 400\Omega\angle 0^\circ$$

$$Z_2 = R_2 + jX_{L2} = 200 + j100 = 223.6\angle 26.6^\circ$$

$$Z_3 = R_3 - jX_{C3} = 300 - j398 = 500\angle -53^\circ$$

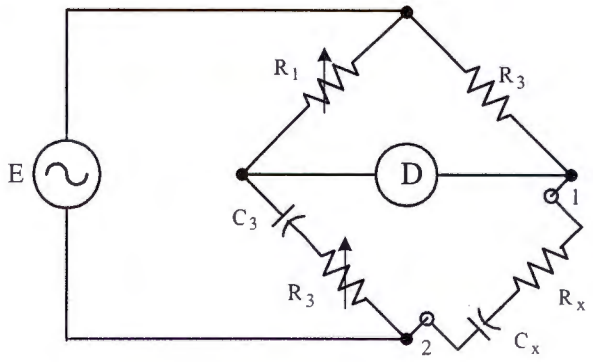
$$Z_x = \frac{Z_2 Z_3}{Z_1} = \frac{(223.6\angle 26.6^\circ)(500\angle -53^\circ)}{400\angle 0^\circ}$$

$$Z_x = 279.5\Omega\angle -26.4^\circ = (250.35 - j124.28)\Omega$$

$$C = \frac{1}{\omega X_C} = \frac{1}{6283.19 \times 124.28} = 1.28\mu\text{F} \ldots..\#$$

8.3 บริดจ์เปรียบเทียบคาปาซิแตนซ์ (Capacitance Comparison Bridge)

บริดจ์เปรียบเทียบคาปาซิแตนซ์ใช้วัดค่าความจุหรือคาปาซิแตนซ์(Capacitance :C) และค่าคาปาซิตีฟอิมพีแดนซ์ (Capacitive Impedance : X_C) หรือเรียกว่าบริดจ์คาปาซิแตนซ์อนุกรมความต้านทาน (Series Resistance Capacitance Bridge) ดังรูปที่ 8.3 อิมพีแดนซ์ที่แขนหรือด้านของบริดจ์เขียนความสัมพันธ์กันได้ดังนี้



รูปที่ 8.3 วงจรบริดจ์เปรียบเทียบคาปาซิเตอร์

กำหนดให้ $Z_1 = R_1$ $Z_2 = R_2$

$Z_3 = R_3 - jX_{C3}$ $Z_4 = R_x - jX_{Cx}$

แทนค่าที่กำหนดให้ในสมการ (8.7) : $Z_1Z_4 = Z_2Z_3$

$$R_1(R_x - jX_{Cx}) = (R_3 - jX_3)R_2$$

$$R_1R_x - jR_1X_{Cx} = R_2R_3 - jR_2X_3$$

แยกเทอมค่าจริง (Real Part) และค่าจินตภาพ (Imaginary Part) จะได้ดังนี้

$$R_1R_x = R_2R_3$$

ค่าจริง
$$R_x = \frac{R_2R_3}{R_1} \qquad \text{.....(8.9)}$$

$$-jR_1X_{Cx} = -jR_2X_3$$

ค่าจินตภาพ
$$-jR_1\frac{1}{\omega C_x} = -jR_2\frac{1}{\omega C_3}$$

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{C_x}{C_3}$$

$$C_x = \frac{R_1}{R_2} C_3 \qquad \text{.....(8.10)}$$

จะเห็นว่าวงจรบริดจ์เปรียบเทียบคาปาซิเตอร์จะไม่ขึ้นอยู่กับขนาดหรือความถี่ของแรงดันไฟฟ้าที่ป้อนให้วงจร

ตัวอย่างที่ 8.3 จงคำนวณหาค่า X_{Cx} ที่ความถี่ 2kHz เมื่อวงจรบริดจ์เปรียบเทียบคาปาซิเตอร์มีสภาวะสมดุล ถ้ากำหนดให้ $C_3 = 100\mu F$, $R_1 = 10k\Omega$, $R_2 = 50k\Omega$ และ $R_3 = 100k\Omega$

วิธีทำ

หา R_x

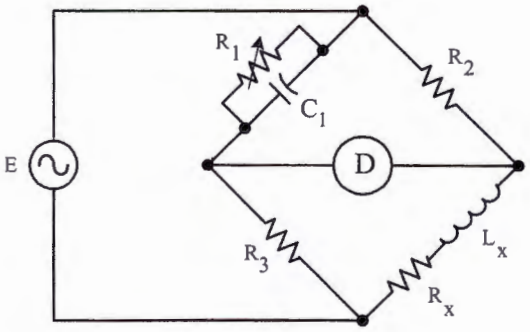
$$R_x = \frac{R_2}{R_1} R_3 = \frac{(50\times10^3\,\Omega)(100\times10^3\,\Omega)}{10\times10^3\,\Omega} = 500k\Omega \text{ .....\#}$$

หา C_x

$$C_x = \frac{R_1}{R_2} C_3 = \frac{(10\times10^3\,\Omega)(100\times10^{-6}\,F)}{50\times10^3\,\Omega} = 20\mu F \text{ .....\#}$$

8.4 วงจรแมกซ์เวลล์บริดจ์ (Maxwell Bridge)

วงจรแมกซ์เวลล์บริดจ์จะใช้วัดค่าความเหนี่ยวนำโดยดัดแปลงมาจากวงจรบริดจ์เปรียบเทียบคาปาซิเตอร์จะแทน Z_1 ด้วยความต้านทานและคาปาซิเตอร์ที่ต่อขนานกัน



รูปที่ 8.4 แมกซ์เวลล์บริดจ์

กำหนดให้อิมพีแดนซ์ของแขนบริดจ์มีค่าดังนี้

$$Z_1 = \frac{1}{1/R_1 + j\omega C_1} \qquad Z_2 = R_2$$

$$Z_3 = R_3 \qquad Z_4 = R_x + jX_{Lx}$$

แทนค่าอิมพีแดนซ์ทุกค่าในสมการ (8.7) : $Z_1Z_4 = Z_2Z_3$

$$\frac{1}{1/R_1 + j\omega C_1}(R_x + jX_{Lx}) = R_2R_3$$

$$R_x + jX_{Lx} = \frac{R_2R_3}{R_1} + j\omega R_2R_3C_1$$

แยกเทอมค่าจริงและค่าจินตภาพ

ค่าจริงคือ $R_x = \frac{R_2R_3}{R_1}$ .....(8.11)

ค่าจินตภาพคือ $jX_{Lx} = j\omega R_2R_3C_1$

$$j\omega L_x = j\omega R_2R_3C_1$$

$$L_x = R_2R_3C_1 \qquad \text{.....(8.12)}$$

ตัวอย่างที่ 8.4 จงคำนวณหา ค่าความเหนี่ยวนำ และความต้านทานของอินดักตีฟอิมพีแดนซ์เมื่อแมกซ์เวลล์บริดจ์สมดุล โดยกำหนดให้อิมพีแดนซ์มีค่าดังนี้คือ $C_1 = 0.01\mu F$, $R_1 = 470k\Omega$, $R_2 = 5.1k\Omega$ และ $R_3 = 100k\Omega$

วิธีทำ

หาค่าความต้านทาน

$$R_x = \frac{R_2R_3}{R_1}$$

$$R_x = \frac{(5.1\times10^3\Omega)(100\times10^3\Omega)}{470\times10^3\Omega} = 1.09k\Omega \text{ .....\#}$$

หาค่าความเหนี่ยวนำ

$$L_x = R_2R_3C_1$$

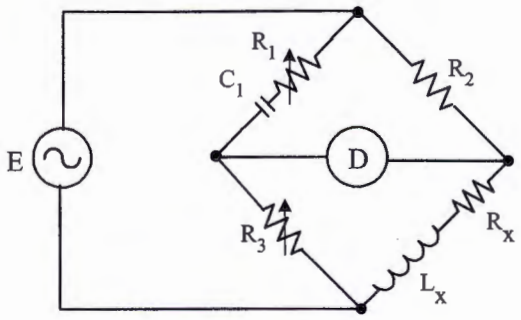
$$L_x = (5.1\times10^3)(100\times10^3)(0.01\times10^{-6})$$

$$L_x = 5.1H \text{ .....\#}$$

8.5 เฮย์บริดจ์ (Hay Bridge)

บริดจ์เปรียบเทียบอินดักแตนซ์ (Inductance Comparison Bridge)

หลักการจะเหมือนกันกับบริดจ์เปรียบเทียบคาปาซิแตนซ์ โดยอินดักแตนซ์ที่ต้องการวัดจะนำมาเปรียบเทียบกับอินดักแตนซ์มาตรฐาน บริดจ์เปรียบเทียบอินดักแตนซ์จะเรียกอีกอย่างว่า**เฮย์บริดจ์** (Hay Bridge) ดังรูปที่ 8.5 วงจรจะเหมือนแมกซ์เวลล์บริดจ์จะแตกต่างกันเฉพาะ C_1 และ R_1 กับ L_x และ R_x ต่ออนุกรมกัน



รูปที่ 8.5 บริดจ์เปรียบเทียบอินดักแตนซ์หรือเฮย์บริดจ์

กำหนดให้อิมพีแดนซ์ของแขนบริดจ์มีค่าดังนี้

$$Z_1 = R_1 + \frac{1}{j\omega C_1} = R_1 - \frac{j}{\omega C_1} \qquad Z_2 = R_2$$

$$Z_3 = R_3 \qquad Z_4 = R_x + j\omega L_x$$

แทนค่าอิมพีแดนซ์ทุกค่าในสมการ (8.7) : $Z_1Z_4 = Z_2Z_3$

$$\left(R_1 - \frac{j}{\omega C_1}\right)(R_x + j\omega L_x) = R_2R_3$$

$$R_1R_x + \frac{L_x}{C_1} - \frac{jR_x}{\omega C_1} + j\omega L_xR_1 = R_2R_3$$

แยกเทอมค่าจริงและค่าจินตภาพ

ค่าจริงคือ $$R_1R_x + \frac{L_x}{C_1} = R_2R_3 \qquad \text{.....(8.13)}$$

ค่าจินตภาพคือ $$j\omega L_xR_1 = \frac{jR_x}{\omega C_1} \qquad \text{.....(8.14)}$$

จากสมการ (8.14) จะได้

$$L_x = \frac{R_x}{\omega^2 R_1 C_1} \qquad \text{.....(8.15)}$$

แทนสมการ (8.15) ลงในสมการ (8.13)

จะได้ $$R_x = \frac{\omega^2 R_1 R_2 R_3 C_1^2}{1+\omega^2 R_1^2 C_1^2} \qquad \text{.....(8.16)}$$

แทนสมการ (8.16) ลงในสมการ (8.15)

จะได้ $$L_x = \frac{R_2 R_3 C_1}{1+\omega^2 R_1^2 C_1^2} \qquad \text{.....(8.17)}$$

$$\omega = 2\pi f \qquad \text{.....(8.18)}$$

ตัวอย่างที่ 8.6 จงคำนวณหาค่าความเหนี่ยวนำ และความต้านทานของอินดักตีฟอิมพีแดนซ์เมื่อเฮย์บริดจ์สมดุล โดยกำหนดให้อิมพีแดนซ์มีค่าดังนี้คือ $C_1 = 1\mu F, R_1 = 2k\Omega,$ $R_2 = 10k\Omega, R_3 = 1k\Omega$ และ $\omega = 3000rad/s$

วิธีทำ

หาค่าความต้านทาน

$$R_x = \frac{\omega^2 R_1 R_2 R_3 C_1^2}{1+\omega^2 R_1^2 C_1^2}$$

$$R_x = \frac{(3\times10^3)^2(2\times10^3)(10\times10^3)(1\times10^{-6})^2}{1+(3\times10^3)^2(2\times10^3)^2(1\times10^{-6})^2}$$

$$R_x = 4.86k\Omega \text{ .....\#}$$

หาค่าความเหนี่ยวนำ

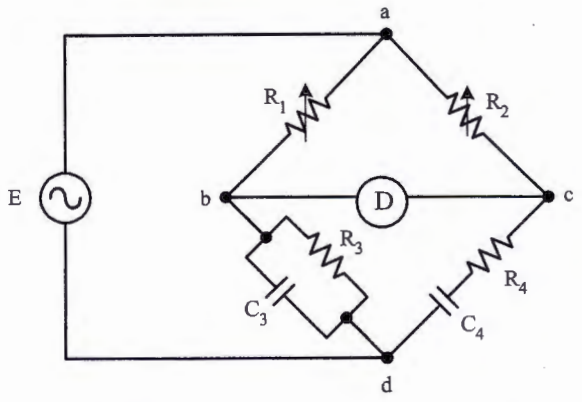
$$L_x = \frac{R_2 R_3 C_1}{1+\omega^2 R_1^2 C_1^2}$$

$$L_x = \frac{(10\times10^3)(1\times10^3)(1\times10^{-6})}{1+(3\times10^3)^2(2\times10^3)^2(1\times10^{-6})^2}$$

$$L_x = 270mH \text{ .....\#}$$

8.6 เวนบริดจ์ (Wein Bridge)

เวนบริดจ์หรือเรียกว่า เวนบริดจ์ออสซิลเลเตอร์ (Wein Bridge Oscillator) จะเป็นวงจรที่ใช้วัดหาความถี่ โดยแขน RC อนุกรมต่อร่วมกันกับแขน RC ขนานซึ่งอิมพีแดนซ์ไม่ทราบค่าอาจเป็นแขน RC อนุกรมหรือแขน RC ขนานก็ได้



รูปที่ 8.6 เวนบริดจ์หรือเวนบริดจ์ออสซิลเลเตอร์

กรณีอิมพีแดนซ์ไม่ทราบค่าเป็นแขน RC ขนาน หาค่า R_3 และ C_3 ได้ดังนี้

$$R_3 = \frac{R_1}{R_2}\left(R_4 + \frac{1}{\omega^2 R_4 C_4^2}\right) \qquad \text{.....(8.19)}$$

$$C_3 = \frac{R_2 C_4}{R_1}\left(\frac{1}{1+\omega^2 R_4^2 C_4^2}\right) \qquad \text{.....(8.20)}$$

กรณีอิมพีแดนซ์ไม่ทราบค่าเป็นแขน RC อนุกรม หาค่า R_4 และ C_4 ได้ดังนี้

$$R_4 = \frac{R_2}{R_1}\left(\frac{R_3}{1+\omega^2 R_3^2 C_3^2}\right) \qquad \text{.....(8.21)}$$

$$C_4 = \frac{R_1}{R_2}\left(C_3 + \frac{1}{1+\omega^2 R_3^2 C_3^2}\right) \qquad \text{.....(8.22)}$$

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_3}} \qquad \text{.....(8.23)}$$

ปกติแล้ววงจรเวนบริดจ์จะกำหนดให้ $\frac{R_2}{R_3}=2$, $R_1=R_2=R$ และ $C_1=C_3=C$ แทนค่าในสมการ (8.23) จะได้สมการความถี่ (f) ดังนี้

$$f=\frac{1}{2\pi\sqrt{RC}} \qquad \text{.....(8.24)}$$

ตัวอย่างที่ 8.7 จงคำนวณหาค่า R_3 และ C_3 เมื่อวงจรเวนบริดจ์สมดุล กำหนดให้ $R_1=100k\Omega$, $R_2=25k\Omega$, $R_4=3.1k\Omega$, $C_4=5.2\mu F$ และความถี่ $f=2.5kHz$

วิธีทำ

หา R_3

$$\omega=2\pi f=2\pi(2.5\times10^3)=15.17\times10^3\,\text{rad/sec}$$

$$R_3=\frac{R_1}{R_2}\left(R_4+\frac{1}{\omega^2R_4C_4^2}\right)$$

$$R_3=\frac{100k\Omega}{25k\Omega}\left(3.1k\Omega+\frac{1}{(15.17\times10^3)^2(3.1k\Omega)(5.2\mu F)^2}\right)$$

$$R_3=4\left(3.1k\Omega+\frac{1}{20.65}\right)=12.4k\Omega\ .....\#$$

หา C_3

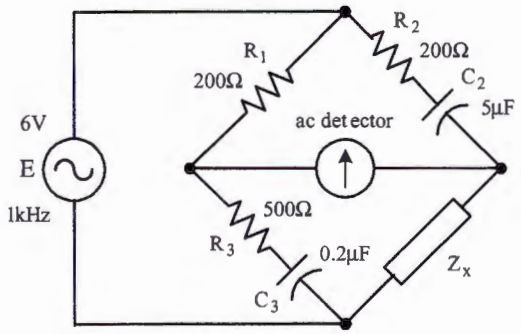
$$C_3=\frac{R_2C_4}{R_1}\left(\frac{1}{1+\omega^2R_4^2C_4^2}\right)$$

$$C_3=\frac{25k\Omega\times5.2\mu F}{100k\Omega}\left(\frac{1}{1+(15.71\times10^3)^2(3.1k\Omega)^2(5.2\mu F)^2}\right)$$

$$C_3=1.3\mu F\left(\frac{1}{1+64132.07}\right)=20.3\mu F\ .....\#$$

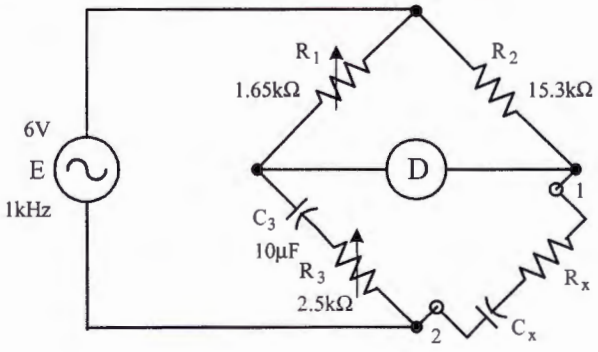
แบบฝึกหัดที่ 8

1. จงคำนวณหาค่า Z_x ของวงจรที่กำหนดให้



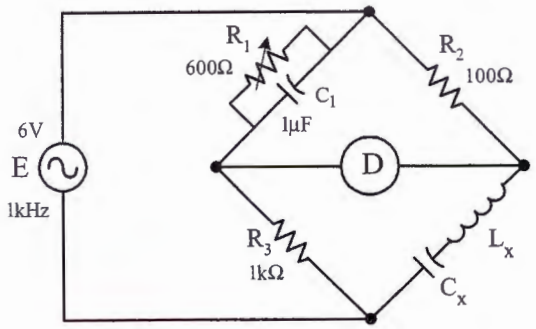
2. จงคำนวณหาค่า Z_x ของรูปตัวอย่างที่ 1 เมื่อบริดจ์สมดุล กำหนดให้ $Z_1 = 400\Omega\angle 0^\circ$, $Z_2 = 300\Omega\angle -40^\circ$, $Z_3 = 100\Omega\angle -20^\circ$

3. จงคำนวณหาค่า R_x และ C_x เมื่อบริดจ์สมดุล



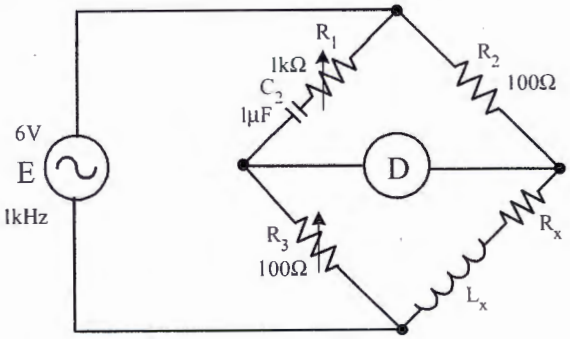
4. จงคำนวณหาค่า R_x และ C_x เมื่อบริดจ์สมดุลของวงจรข้อที่ 3 กำหนดให้ $Z_1 = 2k\Omega\angle 0^\circ$, $Z_2 = 1.5k\Omega\angle 0^\circ$, $Z_3 = 1k\Omega\angle -50^\circ$

5. จงคำนวณหาค่า R_x และ L_x เมื่อบริดจ์สมดุล



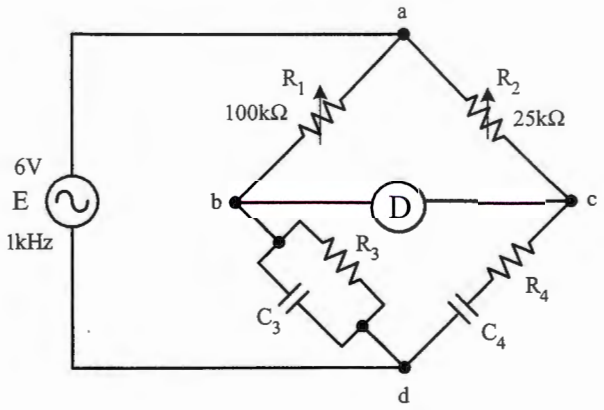
6. จงคำนวณหาค่า R_x และ L_x เมื่อบริดจ์สมดุลของวงจรข้อที่ 5 กำหนดให้ $Z_1 = 153.8\Omega\angle -75^\circ$, $Z_2 = 100\Omega\angle 0^\circ$, $Z_3 = 1k\Omega\angle 0^\circ$

7. จงคำนวณหาค่า R_x และ L_x เมื่อบริดจ์สมดุล



8. จงคำนวณหาค่า R_x และ L_x เมื่อบริดจ์สมดุลของวงจรข้อที่ 7 กำหนดให้ $Z_1 = 1.5k\Omega\angle -50^\circ$, $R_2 = 200\Omega\angle 0^\circ$, $R_3 = 200\Omega\angle 0^\circ$

9. จงคำนวณหาค่า R_4 และ C_4 เมื่อบริดจ์สมดุล กำหนดให้ $Z_3 = 7.79k\Omega\angle -72^o$



10. จงคำนวณหาค่า R_3 และ C_3 เมื่อบริดจ์สมดุลของวงจรข้อที่ 9 กำหนดให้ $Z_1 = 100k\Omega\angle 0^o$, $Z_2 = 25k\Omega\angle 0^o$ และ $Z_4 = 1.05k\Omega\angle -17.7^o$