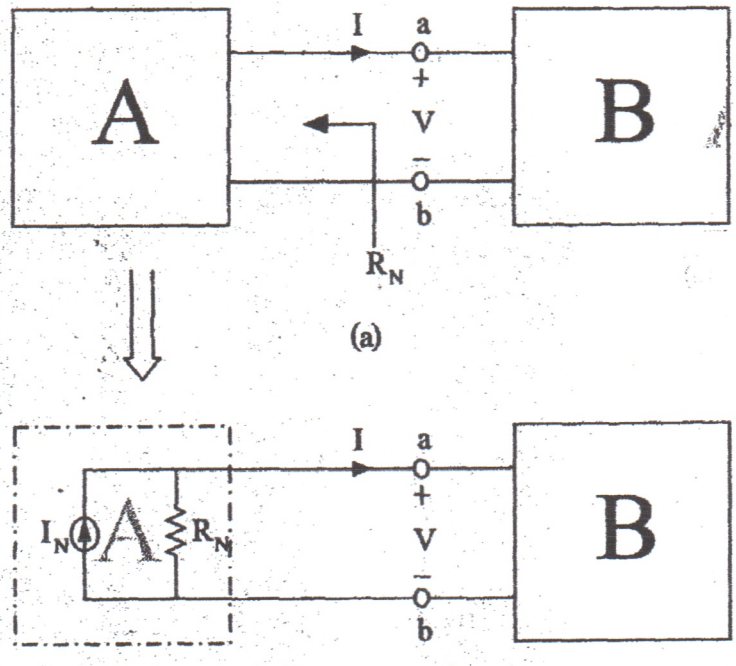
9 หลักการของทฤษฎีของนอร์ตัน

ในหน่วยที่ 8 ในวงจรส่วน A เราจะแทนด้วยวงจรสมมูลของเทเวนิน ซึ่งประกอบด้วยแหล่งจ่ายแรงดันต่ออนุกรมกับความต้านทาน เราสามารถแทนวงจรส่วน A ด้วยแหล่งจ่ายกระแส 1 แหล่งจ่ายต่อขนานกับความต้านทาน 1 ตัว เราเรียกว่า วงจรสมมูลนอร์ตัน ดังรูปที่ 9.1 (b) ของวงจรส่วน A

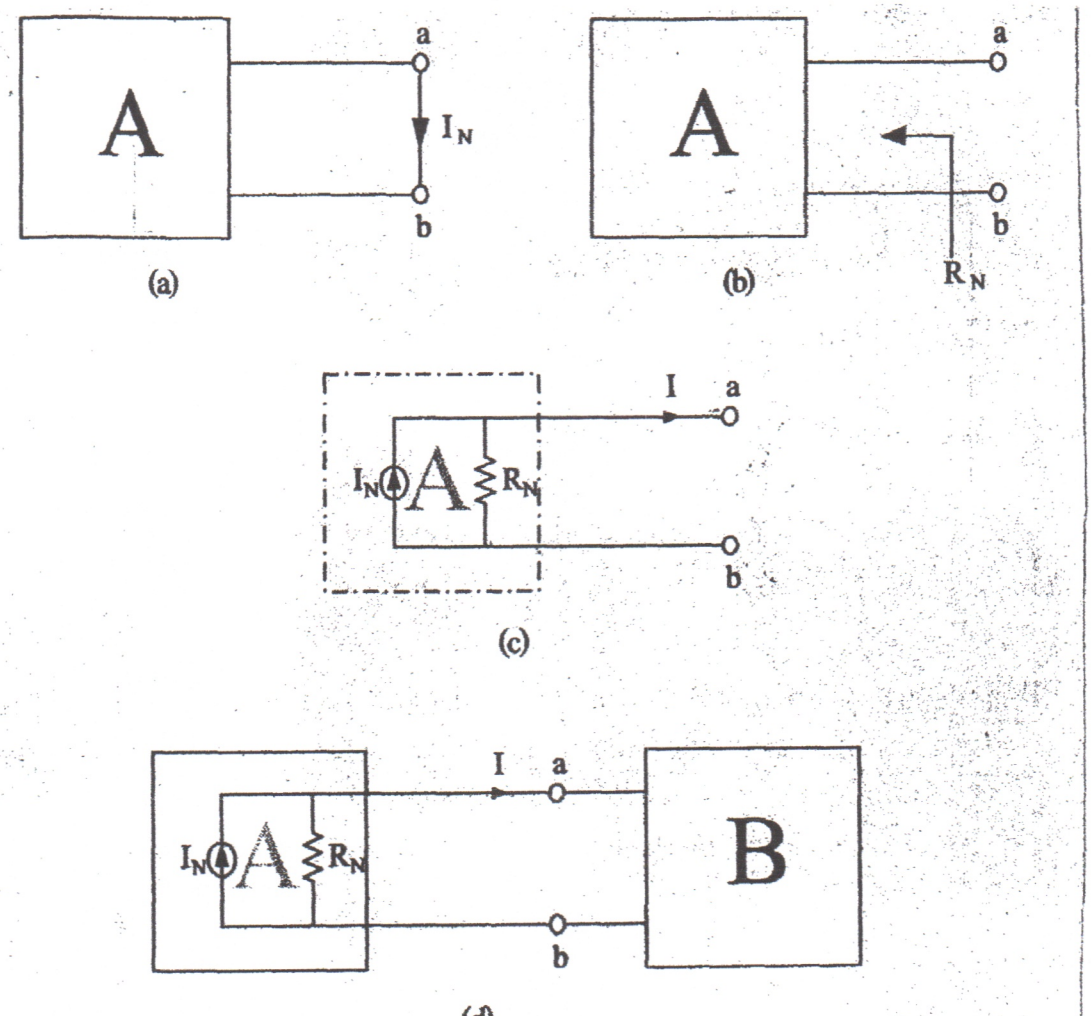


(b)

รูปที่ 9.1

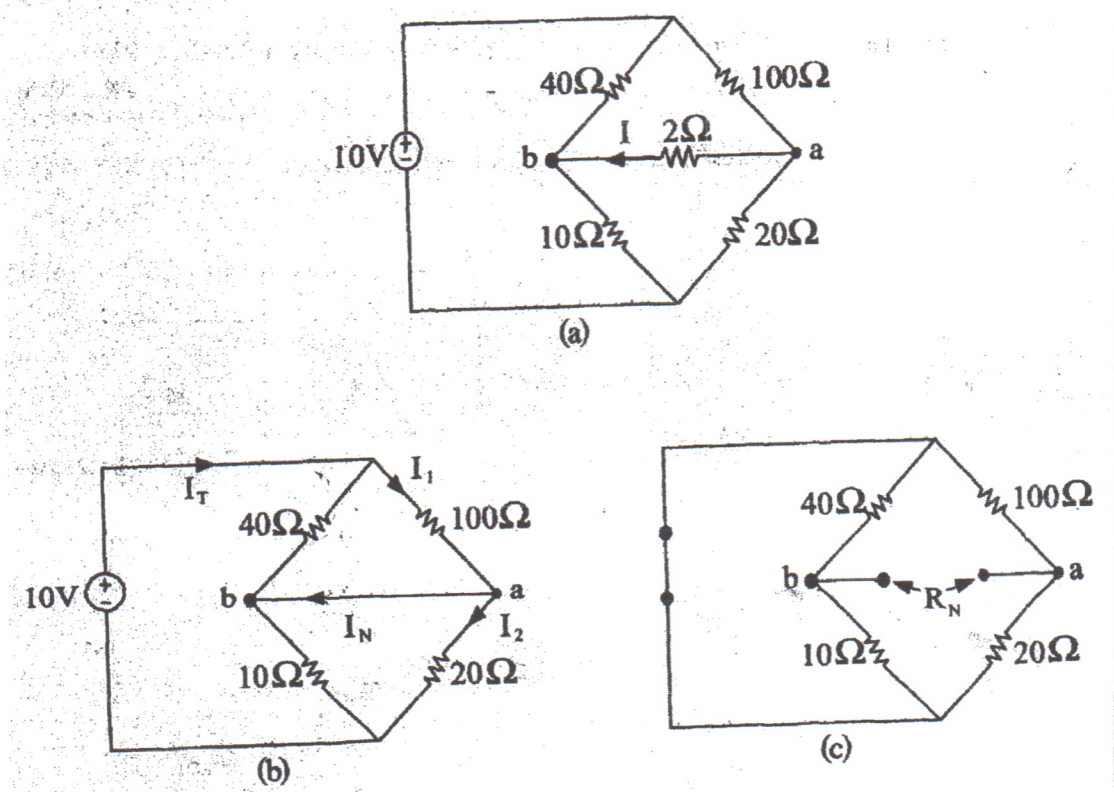
ขั้นตอนในการหาวงจรสมมูลของนอร์ตันของวงจรส่วน A ในรูปที่ 9.1 (b) ดังนี้

1. ปลดวงจรส่วน B หรือตัวต้านทานโหลดที่จุด a-b ในรูปที่ 9.1 ออกจากวงจรส่วน A
2. ทำการลัดวงจรที่ a-b ในรูปที่ 9.1 (a) ดังรูปที่ 9.2 (a)
3. คำนวณหากระแสไฟฟ้าจุดที่ลัดวงจรโดยใช้ทฤษฎีต่างๆ เช่น หลักการแบ่งแรงดัน แบ่งกระแส กฎของเคอร์ชอฟฟ์ หรืออื่นๆ เป็นต้น กระแสไฟฟ้าที่คำนวณได้เรียกว่า กระแสนอร์ตัน (I_N)
4. เปิดวงจรที่จุด a-b คำนวณหาความต้านทานของนอร์ตัน (R_N) ใช้หลักการเดียวกันกับการหาความต้านทานเทเวนิน (R_{th}) ดังรูปที่ 9.2 (b)
5. นำค่า I_N และ R_N มาเขียนวงจรสมมูลนอร์ตันแทนวงจรส่วน A ดังรูปที่ 9.2 (c)
6. นำวงจรส่วน B หรือโหลดจากข้อ 1 นำมาต่อที่จุด a-b ดังเดิมดังรูปที่ 10.2 (d) แล้วใช้ทฤษฎีการแบ่งกระแสหาค่ากระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านวงจรส่วน B หรือโหลด



รูปที่ 9.2

ตัวอย่างที่ 9.1 จงหา I โดยใช้ทฤษฎีของนอร์ตันในรูปที่ 9.3 (a)



รูปที่ 9.3

วิธีทำ ปลดความต้านทาน 2 Ω ออกจากวงจรแล้วทำการลัดวงจรที่จุด a-b ดังรูปที่ 9.3 (b)

$$R_T = \frac{40\Omega \times 100\Omega}{40\Omega + 100\Omega} + \frac{10\Omega \times 20\Omega}{10\Omega + 20\Omega}$$

$$= 35.24\ \Omega$$

$$I_T = \frac{10V}{35.24\Omega}$$

$$= 0.28\ A$$

ใช้วิธีการแบ่งกระแส

$$I_1 = \frac{0.28A \times 40\Omega}{140\Omega} = 0.08\ A$$

$$I_2 = \frac{0.28A \times 100\Omega}{30\Omega} = 0.93\ A$$

ดังนั้น $I_N = I_1 - I_2 = 0.08A - 0.09A$

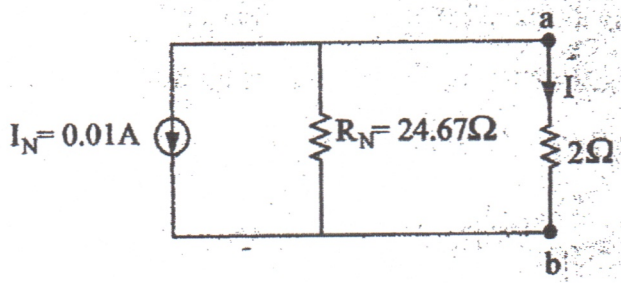
$= \boxed{-0.85}\ A$ ✗ $= -0.01\ A$

เปิดวงจรที่จุด a-b แล้วทำการลัดวงจรแหล่งจ่ายแรงดัน แล้วคำนวณหา R_N ในรูปที่ 9.3 (c)

$$R_N = \frac{40\Omega \times 10\Omega}{40\Omega + 10\Omega} + \frac{100\Omega \times 20\Omega}{100\Omega + 20\Omega}$$

$$= 24.67\ \Omega$$

นำค่า I_N และ R_N มาเขียนวงจรสมมูลนอร์ตันแล้วนำค่า R 2 Ω มาต่อที่จุด a-b ดังเดิม ดังรูปที่ 9.4



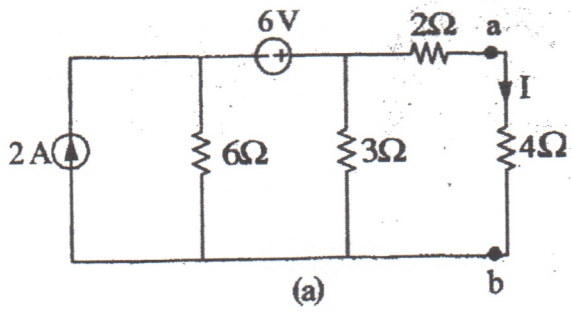
รูปที่ 9.4

จากรูปที่ 9.4 ใช้วิธีการแบ่งกระแส

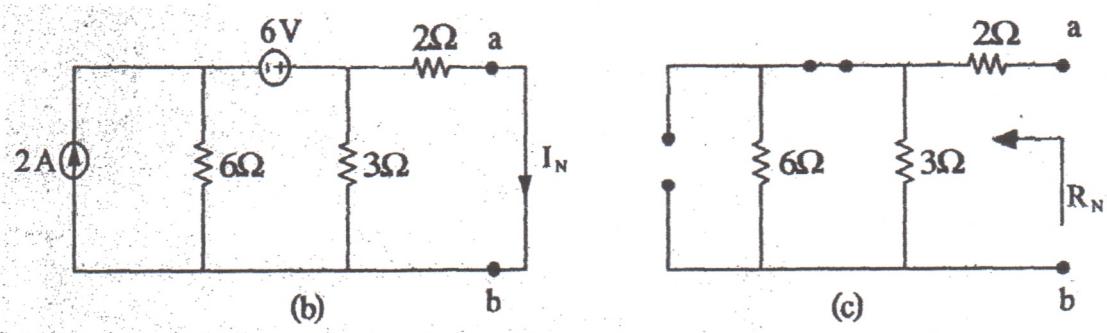
$$I = \frac{-0.85A \times 24.67\Omega}{2\Omega + 24.67\Omega}$$

$$= -0.79\ A$$ **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 9.2 จงใช้วิธีของนอร์ตันหา I ในวงจรรูปที่ 9.5 (a)



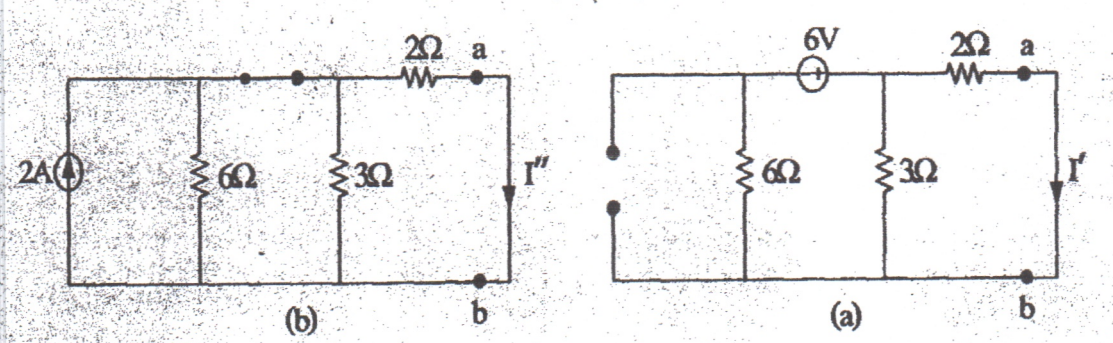
(a)



รูปที่ 9.5

วิธีทำ ปลด R4 Ω ออกจากวงจร แล้วทำการลัดวงจรที่ขั้ว a-b ดังรูปที่ 9.5 (b)

ใช้ทฤษฎีการวางซ้อนหาค่า I_N พิจารณาแหล่งจ่ายแรงดัน 6 V เปิดวงจรแหล่งจ่ายกระแส 2 A ดังรูปที่ 9.6 (a)



รูปที่ 9.6

จากรูปที่ 9.6 (a)

$$R_{TI} = \frac{3\Omega x 2\Omega}{3\Omega + 1\Omega} = \frac{6\Omega}{4\Omega} = 1.2\ \Omega$$

$$V R_{TI} = \frac{6V \times 1.2\Omega}{6\Omega + 1.2\Omega} = 1\ V$$

ฉะนั้น $I' = \frac{1}{2} = 0.5\ A$

พิจารณาแหล่งจ่ายกระแส 2A ลัดวงจรแหล่งจ่ายแรงดัน 6V ดังรูปที่ 9.6 (b)

$$R_{TI} = \frac{6x3}{6+3} = \frac{18\Omega}{9\Omega}$$
$$= 2\ \Omega$$

ใช้วิธีการแบ่งกระแส

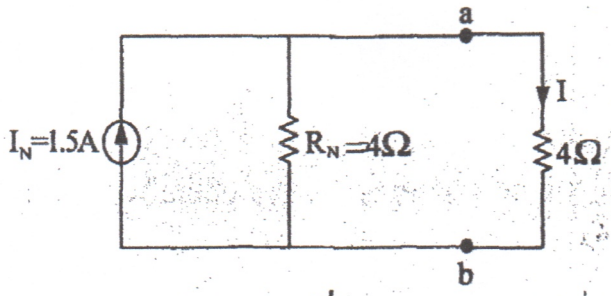
$$I'' = \frac{2Ax2\Omega}{2\Omega + 2\Omega} = 1\ A$$

ดังนั้น $I_N = I' + I'' = 1.5\ A$

เปิดวงจรที่จุด a-b แล้วทำการลัดวงจรแหล่งจ่ายแรงดัน 6V และเปิดวงจรแหล่งจ่ายกระแส 2A คำนวณหาค่า R_N ดังในรูปที่ 9.5 (c)

ฉะนั้น $R_N = 2\Omega + \frac{3\Omega x 6\Omega}{3\Omega + 6\Omega} = 4\ \Omega$

นำค่า I_N และ R_N มาเขียนวงจรสมมูลนอร์ตันและนำค่าความต้านทาน 4 Ω มาต่อที่จุด a-b ดังรูปที่ 9.7



รูปที่ 9.7

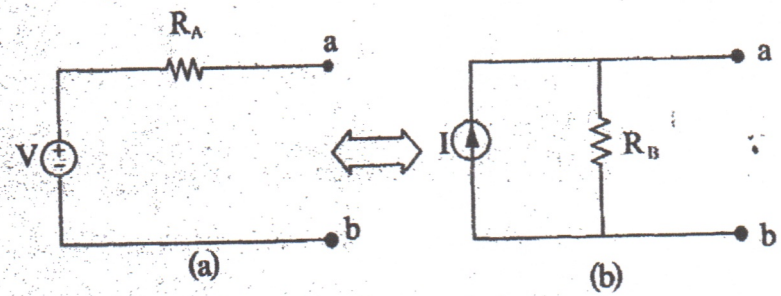
จากรูปที่ 9.7 ใช้วิธีการแบ่งกระแส

$$I = \frac{1.5A \times 4\Omega}{4\Omega + 4\Omega}$$

$$= 0.75\ A$$ ตอบ

ทฤษฎีมิลล์แมน (Millman Theorem)

ทฤษฎีมิลล์แมนเป็นทฤษฎีที่ใช้สำหรับการเปลี่ยนแหล่งจ่ายอิสระระหว่างแหล่งจ่ายแรงดันและแหล่งจ่ายกระแส เนื่องจากการวิเคราะห์วงจรไฟฟ้า บางครั้งถ้าเราเปลี่ยนแหล่งจ่ายจะทำให้เราวิเคราะห์วงจรได้ง่ายขึ้น



รูปที่ 9.8

พิจารณาวงจรในรูปที่ 9.8 (a) วงจรประกอบด้วยแหล่งจ่าย V ต่ออนุกรมกับตัวต้านทาน R_A และมีจุดต่อไปยังโหลดที่จุด a-b เราสามารถเปลี่ยนแหล่งจ่ายแรงดันเป็นแหล่งจ่ายกระแสดังนี้

$$I = \frac{V}{R_A}$$

และ $R_B = R_A$

เขียนวงจรที่ประกอบด้วยแหล่งจ่ายกระแสดังรูปที่ 9.8 (b)

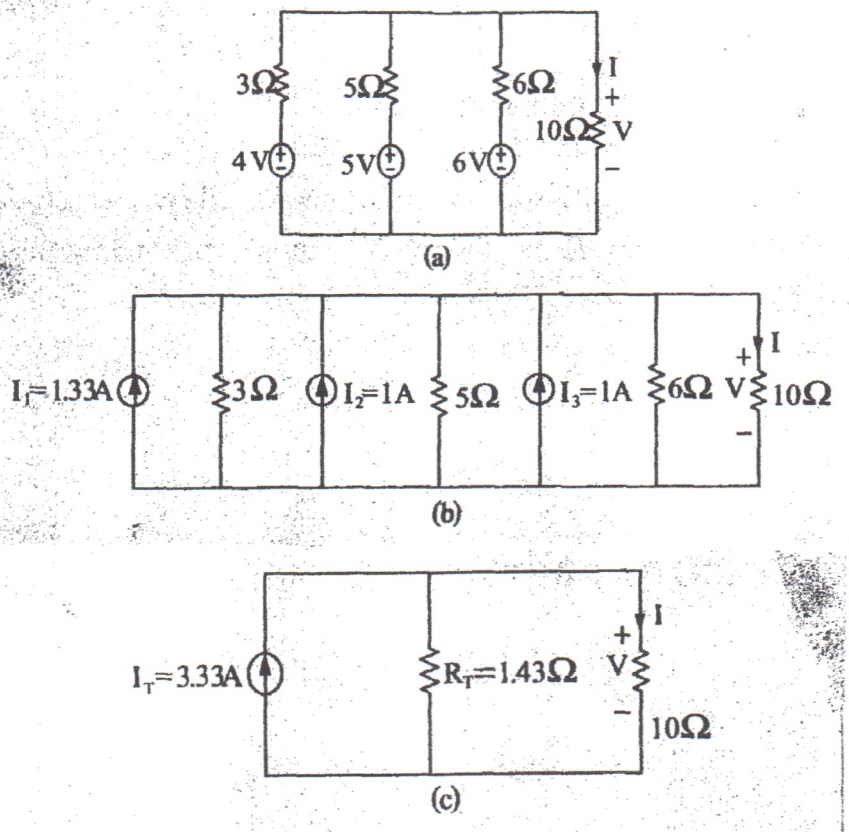
ในทำนองเดียวกัน ในรูปที่ 9.8 (b) เราสามารถเปลี่ยนเป็นแหล่งจ่ายกระแสเป็นแหล่งจ่ายแรงดันได้ดังนี้

$$V = IxR_B$$

$$R_A = R_B$$

เขียนวงจรได้ดังรูปที่ 9.8 (a)

ตัวอย่างที่ 9.3 จงหา V และ I โดยใช้วิธีการเปลี่ยนแหล่งจ่ายในวงจรรูปที่ 9.9 (a)



รูปที่ 9.9

วิธีทำ เปลี่ยนแหล่งจ่ายแรงดันเป็นแหล่งจ่ายกระแสดังนี้

$$I_1 = \frac{4}{3} = 1.33 \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{5}{5} = 1 \text{ A}$$

$$I_3 = \frac{6}{6} = 1 \text{ A}$$

เขียนวงจรที่เปลี่ยนเป็นแหล่งจ่ายกระแสดังรูปที่ 9.9 (b)

$$I_T = I_1 + I_2 + I_3$$

$$= 1.33\text{A} + 1\text{ A} + 1\text{A}$$

$$= 3.33 \text{ A}$$

$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6}$$

$$R_T = \frac{1}{0.7}$$

$$= 1.43 \ \Omega$$

จะได้วงจรใหม่ดังรูปที่ 9.9 (c) ใช้วิธีการแบ่งกระแสดังนี้

หา $I = \frac{2.5\text{A} \times 1.43\Omega}{1.43\Omega + 10\Omega}$

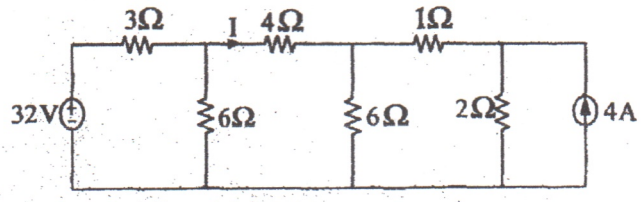
$$= 0.3125 \text{ A}$$

$$V = 0.3125\text{A} \times 10\ \Omega$$

$$= 3.125 \text{ V}$$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 9.4 จงคำนวณหา I โดยใช้วิธีของมิลล์แมนช่วยในการคำนวณในรูปที่ 9.10



รูปที่ 9.10

วิธีทำ เปลี่ยนแหล่งจ่ายแรงดัน 32V เป็นแหล่งจ่ายกระแสได้ดังนี้

$$I_1 = \frac{32V}{3\Omega} A$$

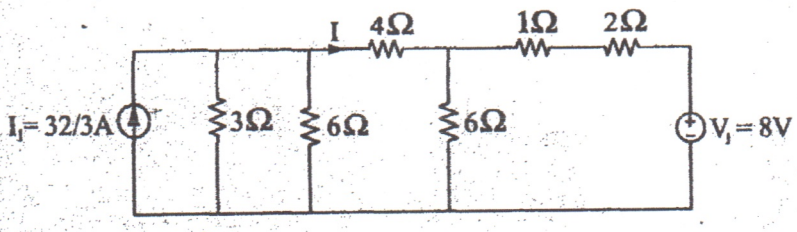
ความต้านทานภายในแหล่งจ่ายเท่ากับ 3Ω

เปลี่ยนแหล่งจ่ายกระแส 4 A เป็นแหล่งจ่ายแรงดันได้ดังนี้

$$V_1 = (4A)(2\Omega) = 8 V$$

ความต้านทานภายในแหล่งจ่ายเท่ากับ 2Ω

เขียนวงจรใหม่ได้ดังรูปที่ 9.11



รูปที่ 9.11

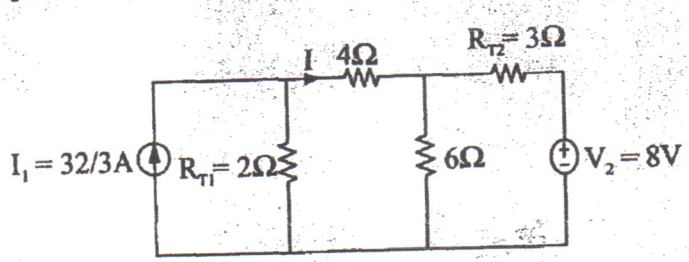
จากรูปที่ 9.11

$$R_{T1} = \frac{3\Omega \times 6\Omega}{3\Omega + 6\Omega} = \frac{18\Omega}{9\Omega}$$

$$= 2 \Omega$$

$$R_{T2} = 1\Omega + 2\Omega = 3 \Omega$$

เขียนวงจรใหม่ดังรูปที่ 9.12



รูปที่ 9.12

จากรูปที่ 9.12 เปลี่ยนแหล่งจ่ายกระแส $\frac{32}{3}$ A เป็นแหล่งจ่ายแรงดันดังนี้

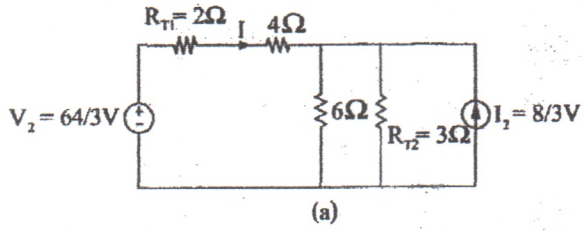
$$V_2 = \frac{2\Omega \times 32A}{3} = \frac{64}{3} V$$

และเปลี่ยนแหล่งจ่ายแรงดัน 8 V เป็นแหล่งจ่ายกระแสได้ดังนี้

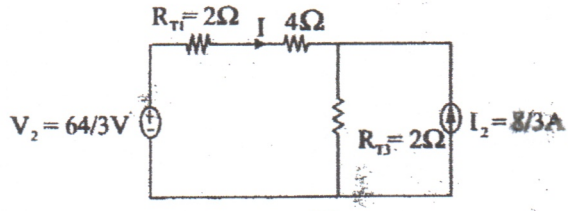
เขียนวงจรใหม่ได้ดังรูปที่ 9.13 (a)

จากรูปที่ 9.13 (a)

$$R_{T3} = \frac{3\Omega \times 6\Omega}{3\Omega + 6\Omega} = \frac{18\Omega}{9\Omega} = 2\ \Omega$$ ดังรูปที่ 9.13 (b)



(a)



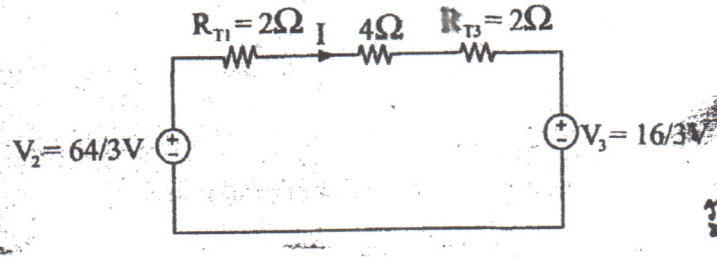
(b)

รูปที่ 9.13

จากรูปที่ 9.13 (b) เปลี่ยนแหล่งจ่ายกระแส $\frac{8}{3}$ A เปลี่ยนเป็นแหล่งจ่ายแรงดัน

$$V_3 = \left(\frac{8}{3}A\right)(2\Omega) = \frac{16}{3}\ V$$ ความต้านทานภายในเท่ากับ 2Ω

เขียนวงจรใหม่ดังรูปที่ 9.14



รูปที่ 9.14

จากรูปที่ 9.14 หาแรงดันรวม

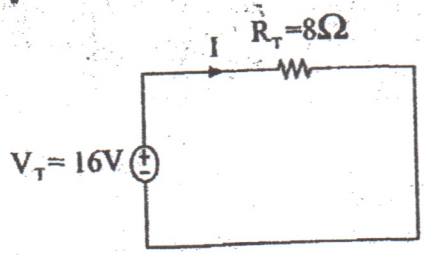
$$V_T = \frac{64}{3}V - \frac{16}{3}V = \frac{48}{3}$$

$$= 16\ V$$

และหาความต้านทานรวม

$$R_T = 2\ \Omega + 4\ \Omega + 2\ \Omega = 8\ \Omega$$

เขียนวงจรใหม่ดังรูปที่ 9.15



รูปที่ 9.15

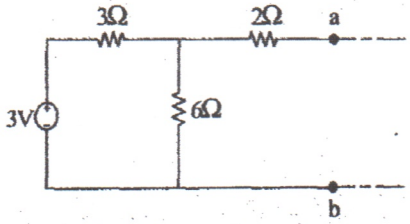
จากรูปที่ 9.15

I ที่ไหลผ่านความต้านทาน 4 Ω คือ

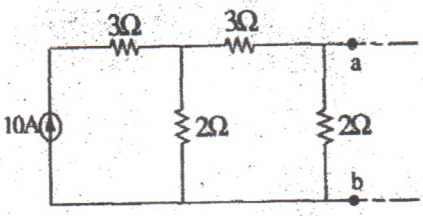
$$I = \frac{16V}{8\Omega} = 2\ A$$ ตอบ

แบบประเมินผลการเรียนรู้ หน่วยที่ 9

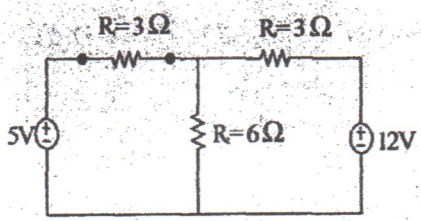
1. จงหาวงจรสมมูลของนอร์ตันในรูปด้านล่าง



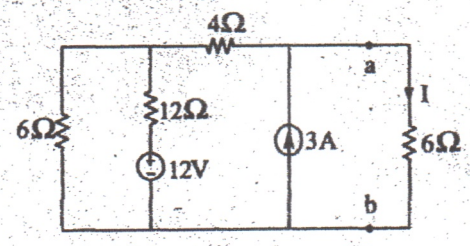
2. จงหาวงจรสมมูลของนอร์ตันที่จุด a-b ในรูปด้านล่าง



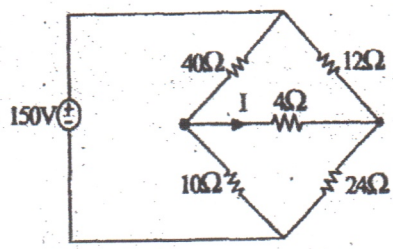
3. จงหากระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่าน R_1 โดยใช้ทฤษฎีของนอร์ตันในรูปด้านล่าง



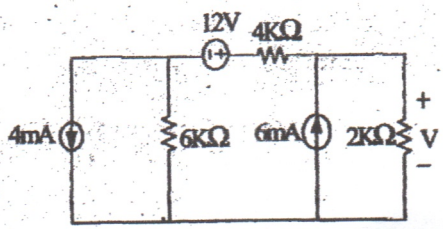
4. จงหา I โดยใช้ทฤษฎีของนอร์ตันในรูปด้านล่าง



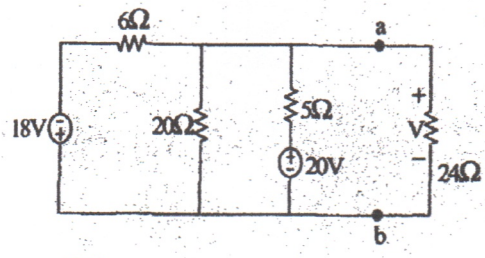
5. จงหา I โดยใช้ทฤษฎีของนอร์ตันในรูปด้านล่าง



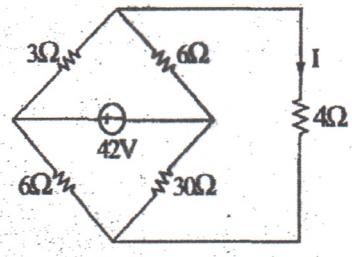
6. จงหา V โดยใช้ทฤษฎีของนอร์ตันในรูปด้านล่าง



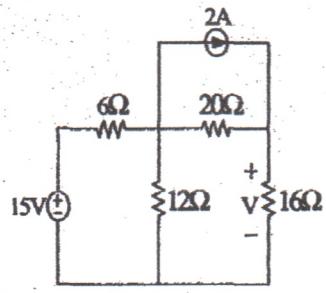
7. จงหา V โดยใช้ทฤษฎีของนอร์ตันในรูปด้านล่าง



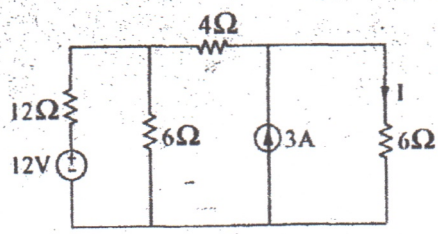
8. จงหา I โดยใช้ทฤษฎีของนอร์ตันในรูปด้านล่าง



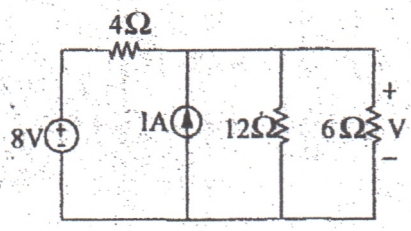
9. จงใช้ทฤษฎีของมิลล์แมนหา V ในรูปด้านล่าง



10. จงหา I โดยใช้ทฤษฎีของมิลล์แมนในรูปด้านล่าง



11. จงหา V โดยใช้ทฤษฎีของมิลล์แมนในรูปด้านล่าง



12. จงหา I โดยใช้ทฤษฎีของมิลล์แมนในรูปด้านล่าง