หน่วยการเรียนรู้ที่ 2

จำนวนเชิงซ้อน

สาระสำคัญ

การรวมกันของค่าทางไฟฟ้าในวงจรไฟฟ้ากระแสสลับจะเป็นผลรวมทางเวกเตอร์ ซึ่งค่าผลรวมทางเวกเตอร์จะมีค่าน้อยกว่าการรวมกันแบบเลขคณิต ค่าทางไฟฟ้ามีทั้งค่าจำนวนจริงและค่าเสมือน ซึ่งเป็นค่าสมมติ เมื่อนำค่าตัวเลขทั้งสองมาเขียนบนแนวระนาบ X, Y โดยที่ค่าจริงอยู่ในแนวแกน X และค่าเสมือนอยู่ในแนวแกน Y เมื่อลากเส้นตัดจากจุดแนวแกน X ขนานกับแนวแกน Y และลากเส้นจากแนวแกน Y ขนานกับแนวแกน X จะเกิดเป็นจุดตัด X, Y ซึ่งเป็นจุดผลรวมของค่า X และค่า Y เรียกค่าผลรวมที่เกิดขึ้นที่จุดตัดว่า จำนวนเชิงซ้อน (Complex Number) สามารถเขียนให้อยู่ในรูปสมการ X + jY เรียกว่า เรกแทงกูลาร์ฟอร์ม หรือสมการ $\mathbf{R\angle\theta^{\circ}}$ เรียกว่า โพลาร์ฟอร์ม

สาระการเรียนรู้

1. คุณลักษณะของจำนวนเชิงซ้อน
2. การแปลงค่าจำนวนเชิงซ้อน
3. การบวกและการลบจำนวนเชิงซ้อน
4. การคูณและการหารจำนวนเชิงซ้อน
5. เวกเตอร์และเฟสเซอร์
6. รูปคลื่นไฟฟ้า

สมรรถนะประจำหน่วย

1. แสดงความรู้เกี่ยวกับจำนวนเชิงซ้อน และการแปลงค่า การบวก ลบ คูณ และ การหารจำนวนเชิงซ้อน เวกเตอร์และรูปคลื่นไฟฟ้า
2. คำนวณค่าที่ได้จากการบวก ลบ คูณ และการหารจำนวนเชิงซ้อน

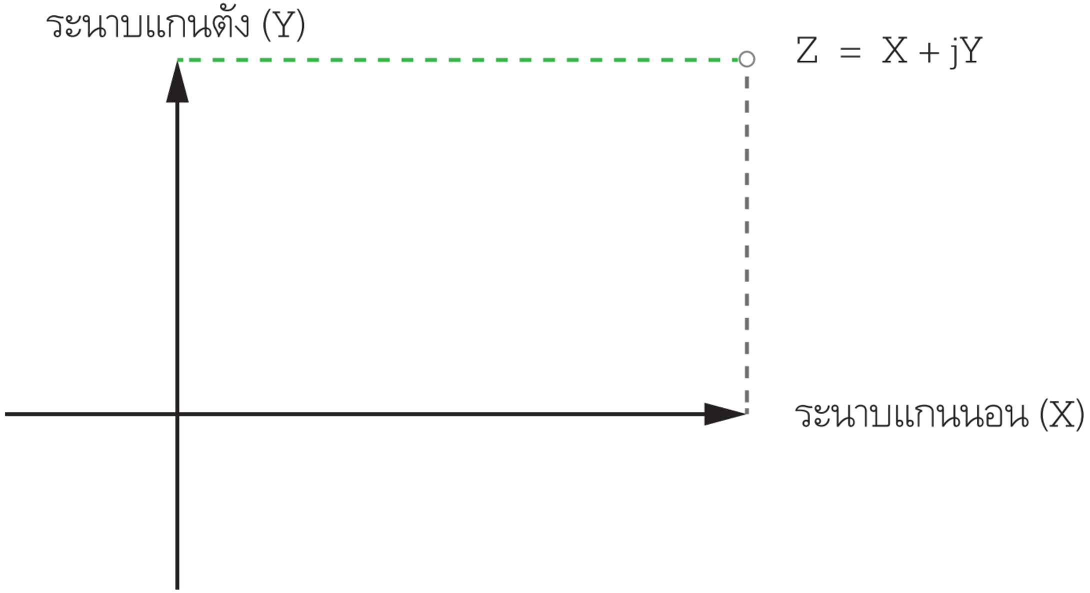
จุดประสงค์การเรียนรู้

1. อธิบายเกี่ยวกับคุณลักษณะของจำนวนเชิงซ้อนได้
2. แปลงรูปของจำนวนเชิงซ้อนได้
3. คำนวณค่าที่ได้จากการบวก ลบ คูณ และการหารจำนวนเชิงซ้อนได้
4. อธิบายเกี่ยวกับรูปคลื่นและเฟสเซอร์ได้
5. ปฏิบัติการคำนวณเทียบกับการทดลองได้

1. คุณลักษณะของจำนวนเชิงซ้อน

จำนวนเชิงซ้อน (Complex Number) คือชุดตัวเลขที่ปรากฏบนระนาบแกนในแนวนอน (X-axis) กับระนาบแกนในแนวตั้ง (Y-axis)

จำนวนเชิงซ้อนแต่ละชุดประกอบด้วยค่าตัวเลขที่เป็นจำนวนจริง (Real Number) เป็นค่าตัวเลขที่เขียนบนแกนในแนวนอน (X) และค่าตัวเลขที่เป็นจำนวน จินตภาพ (Imaginary Number) เป็นตัวเลขที่เขียนในแนวแกนตั้ง (Y)



1. คุณลักษณะของจำนวนเชิงซ้อน (ต่อ)

1.1 ค่าจำนวนจริง

แบ่งออกได้ 2 ลักษณะ

ค่าตัวเลขที่ทราบค่าที่แน่นอน
เรียกว่า ค่าตรรกยะ
(Rational Number)

เช่น 0 1 5 -1 3.5 0.2 ...

ค่าตัวเลขที่มีค่าโดยประมาณ
เรียกว่า ค่าอตรรกยะ
(Irrational Number)

π = 3.141592654...

e = 1.144729886...

1. คุณลักษณะของจำนวนเชิงซ้อน (ต่อ)

1.2 ค่าจำนวนจินตภาพ

เป็นค่าตัวเลขที่ไม่สามารถหาค่าได้อย่างแน่นอน หรือเรียกว่า ค่าตัวเลขที่สมมติหรือเป็นตัวเลขที่เกิดจากการจินตนาการ

การเขียนสัญลักษณ์แทนจำนวนจินตภาพจะใช้อักษร j นำหน้าตัวเลขและเปลี่ยนค่าตัวเลขให้เป็นเลขบวก

เมื่อนำค่า j ไปทำการยกกำลังจะทำให้ค่าเปลี่ยนแปลงไป

$$\sqrt{-1} = j1$$
$$\sqrt{-2} = j\sqrt{2}$$
$$\sqrt{-10} = j\sqrt{10}$$
$$-\sqrt{-1} = -j1$$

j	$=$	$\sqrt{-1}$	$=$	$j1$
j^2	$=$	$(\sqrt{-1}\,)^2$	$=$	-1
j^3	$=$	$(j^2 \times j)$	$=$	$-j$
j^4	$=$	$(j^2 \times j^2)$	$=$	1

1. คุณลักษณะของจำนวนเชิงซ้อน (ต่อ)

1.3 การเขียนจำนวนเชิงซ้อน

เป็นการกำหนดตัวเลขลงบนระนาบ X และ Y ซึ่งหมายถึง การกำหนดค่าจำนวนจริงและจำนวนจินตภาพ ผลรวมของตำแหน่งต่างของ X และ Y จะอ้างอิงจากจุดกำเนิดของ X และ Y คือตำแหน่ง (0,0) ซึ่งสามารถเขียนให้อยู่ในรูปแบบต่างๆ ได้ 4 รูปแบบ

1. รูปแบบเชิงตั้งฉาก (Rectangular Form)

$$Z = X + jY$$

2. รูปแบบเชิงขั้ว (Polar Form)

$$Z = R\angle\theta^{\circ}$$

3. แบบตรีโกณมิติ (Trigonometric Form)

$$Z = R(\cos\theta^{\circ} + j\sin\theta^{\circ})$$

เมื่อกำหนด $X = R\cos\theta^{\circ}$

$Y = R\sin\theta^{\circ}$

4. แบบเอกซ์โพเนนเชียล (Exponential Form)

$$Z = Re^{j\theta}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left[\frac{Y}{X}\right]$$

ค่ามุม θ

2. การแปลงค่าจำนวนเชิงซ้อน

2.1 การแปลงรูปจากรูปแบบเชิงตั้งฉากเป็นรูปแบบเชิงขั้ว

$$X + jY \quad \longrightarrow \quad R \angle \theta^{\circ}$$

การหาค่า R ที่ได้จากการบวกกันระหว่างค่า X กับค่า Y โดยวิธีการบวกทางเวกเตอร์ (Vector) หรือวิธีการบวกค่าตัวเลขยกกำลังสอง

$$R = \sqrt{X^2 + Y^2}$$

ค่ามุม

$$\theta = \tan^{-1}\left[\frac{Y}{X}\right]$$

2. การแปลงค่าจำนวนเชิงซ้อน (ต่อ)

2.2 การแปลงรูปจากรูปแบบเชิงขั้วเป็นรูปแบบเชิงตั้งฉาก

$$R\angle\theta^{\circ} \quad \rightarrow \quad X + jY$$

การหาค่า X เป็นค่าที่ได้จากค่า R คูณด้วยแฟกเตอร์ (factor) cos θ° ส่วนค่า Y จะได้จากค่า R คูณด้วยแฟกเตอร์ sin θ°

$$X = R\cos\theta^{\circ}$$

$$Y = R\sin\theta^{\circ}$$

2. การแปลงค่าจำนวนเชิงซ้อน (ต่อ)

2.3 การแปลงรูปจากรูปแบบเชิงตั้งฉากเป็นเอกซ์โพเนนเชียล

$$X + jY \quad \longrightarrow \quad Re^{j\theta}$$

การหาค่า R ได้จากผลบวกทางเวกเตอร์ของ X และ Y ค่า e จะเป็นค่าคงที่ทางคณิตศาสตร์ ส่วนค่ามุม $\theta°$ ได้จากการหาค่าทางตรีโกณมิติ

2. การแปลงค่าจำนวนเชิงซ้อน (ต่อ)

2.4 การแปลงรูปจากรูปแบบเชิงตั้งฉากเป็นตรีโกณมิติ

$$X + jY \longrightarrow R(\cos\theta^\circ + j\sin\theta^\circ)$$

ค่า R ได้จากผลบวกทางเวกเตอร์ ส่วนค่ามุม θ° ได้จากการหาค่าทางตรีโกณมิติสามารถแยกองค์ประกอบได้

$$X + jY \longrightarrow R\cos\theta^\circ + Rj\sin\theta^\circ$$

2. การแปลงค่าจำนวนเชิงซ้อน (ต่อ)

ตัวอย่าง จงแปลงค่าจำนวนเชิงซ้อนที่กำหนดให้อยู่ในรูปแบบเชิงซ้อน

วิธีทำ

$$Z = 3 + j4$$

$$R = \sqrt{3^2 + 4^2}$$

$$= \sqrt{9 + 16}$$

$$= \sqrt{25}$$

$$= 5 \text{ หน่วย}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left[\frac{Y}{X}\right]$$

$$= \tan^{-1}\left[\frac{4}{3}\right]$$

$$= \tan^{-1} 1.333$$

$$= 53.13 \text{ องศาไฟฟ้า}$$

ดังนั้น $3 + j4 = 5\angle 53.13^\circ$

3. การบวกและการลบจำนวนเชิงซ้อน

เงื่อนไข

- รูปแบบของจำนวนเชิงซ้อนต้องอยู่ในรูปแบบเชิงตั้งฉาก
- ค่าจำนวนจริงทำการบวกและการลบกับค่าจำนวนจริง
- ค่าจำนวนจินตภาพทำการบวกและการลบกับค่าจำนวนจินตภาพ
- ค่าจำนวนจริงกับค่าจำนวนจินตภาพไม่ทำการบวกและการลบกัน เนื่องจากคนละกลุ่ม

ตัวอย่าง

เมื่อกำหนดให้ค่า $Z_1 = 2 + j3$, $Z_2 = -4 + j5$ และ $Z_3 = -j6$ จงคำนวณหาค่า $Z_1 + Z_2$, $Z_2 + Z_3$, $Z_2 - Z_3$ และ $Z_1 + Z$

วิธีทำ

$$Z_1 + Z_2 = (2 + j3) + (-4 + j5)$$
$$= (2 + (-4)) + (j3 + j5)$$
$$= -2 + j8$$

$$Z_2 + Z_3 = (-4 + j5) + (-j6)$$
$$= (-4 + 0) + (j5 + (-j6)$$
$$= -4 - j1$$

$$Z_2 - Z_3 = (-4 + j5) - (-j6)$$
$$= (-4 - 0) + (j5 -(-j6))$$
$$= -4 + j11$$

$$Z_1 + Z_3 = (2 + j3) + (0 + (-j6)$$
$$= (2 + 0) + (j3 + (-j6)$$
$$= 2 - j3$$

4. การคูณและการหารจำนวนเชิงซ้อน

เงื่อนไข

- การคูณและการหารจำนวนเชิงซ้อนจะทำได้เมื่อสมการอยู่ในรูปแบบเชิงขั้ว
- กรณีที่สมการเชิงซ้อนอยู่ในรูปแบบเชิงตั้งฉากการคูณใช้การคูณปกติ โดยอาศัยสมบัติของจำนวนจินตภาพ
- กรณีการหารสมการที่อยู่ในรูปแบบเชิงตั้งฉากต้องใช้หลักการคอนจุเกต

การคอนจุเกต (Conjugate) เป็นการนำจำนวนเชิงซ้อนที่เป็นจำนวนจินตภาพมากลับเฟสหรือกลับเครื่องหมายให้ตรงกันข้ามกับเครื่องหมายเดิม

เช่น	สมการเดิม	Z_1	$=$	$3 + j4$
	คอนจุเกต	Z_1^*	$=$	$3 - j4$
	สมการเดิม	Z_2	$=$	$-3 - j4$
	คอนจุเกต	Z_2^*	$=$	$-3 + j4$

4. การคูณและการหารจำนวนเชิงซ้อน (ต่อ)

4.1 การคูณจำนวนเชิงซ้อน

การคูณกันด้วยสมการรูปแบบเชิงตั้งฉาก

$$Z_1 = R_1 + jX_1 \qquad Z_2 = R_2 + jX_2$$

เมื่อกำหนดค่า

$$\begin{aligned}
Z_t &= Z_1 \times Z_2 \\
&= (R_1 + jX_1) \times (R_2 + jX_2) \\
&= R_1R_2 + jX_2R_1 + jX_1R_2 + j^2X_1X_2
\end{aligned}$$

จากสมบัติ

$$j^2 = -1$$

จะได้สมการ

$$\begin{aligned}
Z_t &= R_1R_2 + jR_1X_2 + jR_2X_1 - X_1X_2 \\
&= (R_1R_2 - X_1X_2) + j(R_1X_2 + jR_2X_1)
\end{aligned}$$

4. การคูณและการหารจำนวนเชิงซ้อน (ต่อ)

4.1 การคูณจำนวนเชิงซ้อน

การคูณกัน ด้วยสมการ รูปแบบเชิงขั้ว

เมื่อกำหนดค่า

$$Z_1 = R_1 \angle \theta_1^\circ$$

$$Z_2 = R_2 \angle \theta_2^\circ$$

$$Z_1 \times Z_2 = R_1 \angle \theta_1^\circ \times R_2 \angle \theta_2^\circ$$

$$= R_1 \times R_2 \angle \theta_1^\circ + \angle \theta_2^\circ$$

$$= R_1 R_2 \angle \theta_1^\circ + \theta_2^\circ$$

$$Z_2 \times Z_1 = R_2 \angle \theta_2^\circ \times R_1 \angle \theta_1^\circ$$

$$= R_2 \times R_1 \angle \theta_2^\circ + \angle \theta_1^\circ$$

$$= R_2 R_1 \angle \theta_2^\circ + \theta_1^\circ$$

4. การคูณและการหารจำนวนเชิงซ้อน (ต่อ)

4.2 การหารจำนวนเชิงซ้อน

การหารจำนวนเชิงซ้อน
ด้วยสมการ
รูปแบบเชิงตั้งฉาก

$$Z_1 = R_1 + jX_1 \quad Z_2 = R_2 + jX_2$$

$$Z_t = \frac{Z_1}{Z_2}$$

$$= \frac{R_1 + jX_1}{R_2 - jX_2}$$

การหาค่า Z_1 หรือ Z_2 สามารถทำตามขั้นตอน โดยการนำค่าจินตภาพของตัวหารมาทำการคอนจุเกต จาก jX_2 เปลี่ยนเป็น $-jX_2$ ดังสมการ

สมการเดิม $\quad Z_2 = R_2 + jX_2$

คอนจุเกต $\quad Z_2 = R_2 - jX_2$

4. การคูณและการหารจำนวนเชิงซ้อน (ต่อ)

4.2 การหารจำนวนเชิงซ้อน

การหารจำนวนเชิงซ้อนด้วยสมการรูปแบบเชิงตั้งฉาก (ต่อ)

นำค่าคอนจุเกตเข้าทำการคูณทั้งเศษและส่วนของสมการ Z_1 หรือ Z_2 จะได้

$$Z_t = \frac{Z_1 \times Z_2^*}{Z_2 \times Z_2^*}$$

$$= \left[\frac{R_1 + jX_1}{R_2 + jX_2}\right] \times \left[\frac{R_2 - jX_2}{R_2 - jX_2}\right]$$

$$= \left[\frac{R_1R_2 - jR_1X_2 + jR_2X_1 - j^2X_1X_2}{R_2^2 - jR_2X_2 + jR_2X_2 - j^2X_2}\right]$$

$$= \left[\frac{R_1R_2 - jR_1X_2 + jR_2X_1 + X_1X_2}{R_2^2 + X_2^2}\right]$$

$$= \left[\frac{R_1R_2 + X_1X_2}{R_2^2 + X_2^2}\right] + \left[\frac{j(R_1X_1 - R_1X_2}{R_2^2 + X_2^2}\right]$$

4. การคูณและการหารจำนวนเชิงซ้อน (ต่อ)

4.2 การหารจำนวนเชิงซ้อน

การหารจำนวนเชิงซ้อนด้วยสมการรูปแบบเชิงขั้ว

$$Z_1 = R_1 \angle \theta_1^\circ \qquad Z_2 = R_2 \angle \theta_2^\circ$$

$$Z_t = \frac{Z_1}{Z_2}$$

$$= \frac{R_1 \angle \theta_1^\circ}{R_2 \angle \theta_2^\circ}$$

$$\frac{Z_1}{Z_2} = \frac{R_1 \angle \theta_1^\circ}{R_2 \angle \theta_2^\circ}$$

$$= \frac{R_1}{R_2} \angle \theta_1^\circ - \angle \theta_2^\circ$$

$$= \frac{R_1}{R_2} \angle \theta_1^\circ - \theta_2^\circ$$

4. การคูณและการหารจำนวนเชิงซ้อน (ต่อ)

4.2 การหารจำนวนเชิงซ้อน

การหารจำนวนเชิงซ้อน
ด้วยสมการ
รูปแบบเชิงขั้ว
(ต่อ)

$$\frac{Z_2}{Z_1} = \frac{R_2\angle\theta_2^\circ}{R_1\angle\theta_1^\circ}$$

$$= \frac{R_2}{R_1}\angle\theta_2^\circ - \angle\theta_1^\circ$$

$$= \frac{R_2}{R_1}\angle\theta_2^\circ - \theta_1^\circ$$

ตัวอย่าง เมื่อกำหนดให้ $Z_1 = 3 + j4, Z_2 = 2 + j5$ จงคำนวณหาค่า Z_t ที่ได้จาก $Z_1 \times Z_2$, $Z_2 \times Z_1$, $\frac{\mathbf{Z_1}}{\mathbf{Z_2}}$ และ $\frac{\mathbf{Z_2}}{\mathbf{Z_1}}$

วิธีทำ

$$Z_1 \times Z_2 = (3 + j4) \times (2 + j5)$$

$$= 6 + j15 + j8 + j^2 20$$

จากสมบัติ $j^2 = -1$ จะได้สมการ

$$Z_1 \times Z_2 = 6 + j15 + j8 - 20$$

$$= -14 + j23$$

$$Z_2 \times Z_1 = (2 + j5) \times (3 + j4)$$

$$= 6 + j8 + j15 + j^2 20$$

ตัวอย่าง (ต่อ)

จากสมบัติ $j^2 = -1$ จะได้สมการ

$$Z_1 \times Z_2 = 6 + j8 + j15 - 20$$

$$= -14 + j23$$

$$\frac{Z_1}{Z_2} = \frac{3 + j4}{2 + j5}$$

ทำการคอนจุเกตสมการจากค่าจินตภาพของ Z_2 จะได้ $Z_2^* = 2 - j5$

$$\frac{Z_1}{Z_2} = \left[\frac{3 + j4}{2 + j5}\right] \times \left[\frac{2 - j5}{2 - j5}\right]$$

$$= \left[\frac{6 - j15 + j8 - j^2 20}{4 - j10 + j10 - j^2 25}\right]$$

ตัวอย่าง (ต่อ)

จากสมบัติ $j^2 = -1$ จะได้สมการ

$$= \left[\frac{6 - j15 + j8 + 20}{4 - j10 + j10 + 25}\right]$$

$$= \left[\frac{6 - j7 + 20}{4 + 25}\right]$$

$$= \left[\frac{26 - j7}{29}\right]$$

$$= \frac{26}{29} - \frac{j7}{29}$$

$$= 0.89 - j0.24$$

$$\frac{Z_2}{Z_1} = \frac{2 + j5}{3 + j4}$$

ตัวอย่าง (ต่อ)

ทำการคอนจุเกตสมการจากค่าจินตภาพของ Z_1

จะได้ $Z_1^* = 3 - j4$

$$\frac{Z_2}{Z_1} = \left[\frac{2+j5}{3+j4}\right] \times \left[\frac{3-j4}{3-j4}\right]$$

$$= \left[\frac{6-j8+j15-j^2 20}{9-j12+j12-j^2 16}\right]$$

จากสมบัติ $j^2 = -1$ จะได้สมการ

$$= \left[\frac{6-j8+j15+20}{4-j12+j12+16}\right]$$

$$= \left[\frac{6+j7+20}{4+16}\right]$$

$$= \left[\frac{26+j7}{20}\right]$$

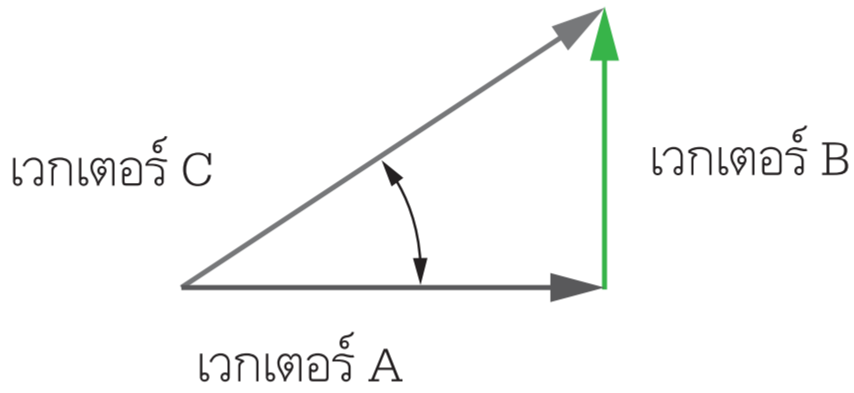
$$= \frac{26}{20} + \frac{j7}{20}$$

$$= 1.3 + j0.35$$ ตอบ

5. เวกเตอร์และเฟสเซอร์

เวกเตอร์ (Vector)

เป็นค่าปริมาณที่สามารถวัดค่าออกมาเป็นตัวเลขได้ ซึ่งจะบอกค่าของขนาดเป็นค่าตัวเลขและบอกค่าทิศทางเป็นมุม θ เพื่อหาทิศทางเทียบกับอ้างอิง เวกเตอร์สามารถเขียนแทนด้วยเส้นตรงที่มีหัวลูกศรซึ่งใช้แทนทิศทางของเวกเตอร์



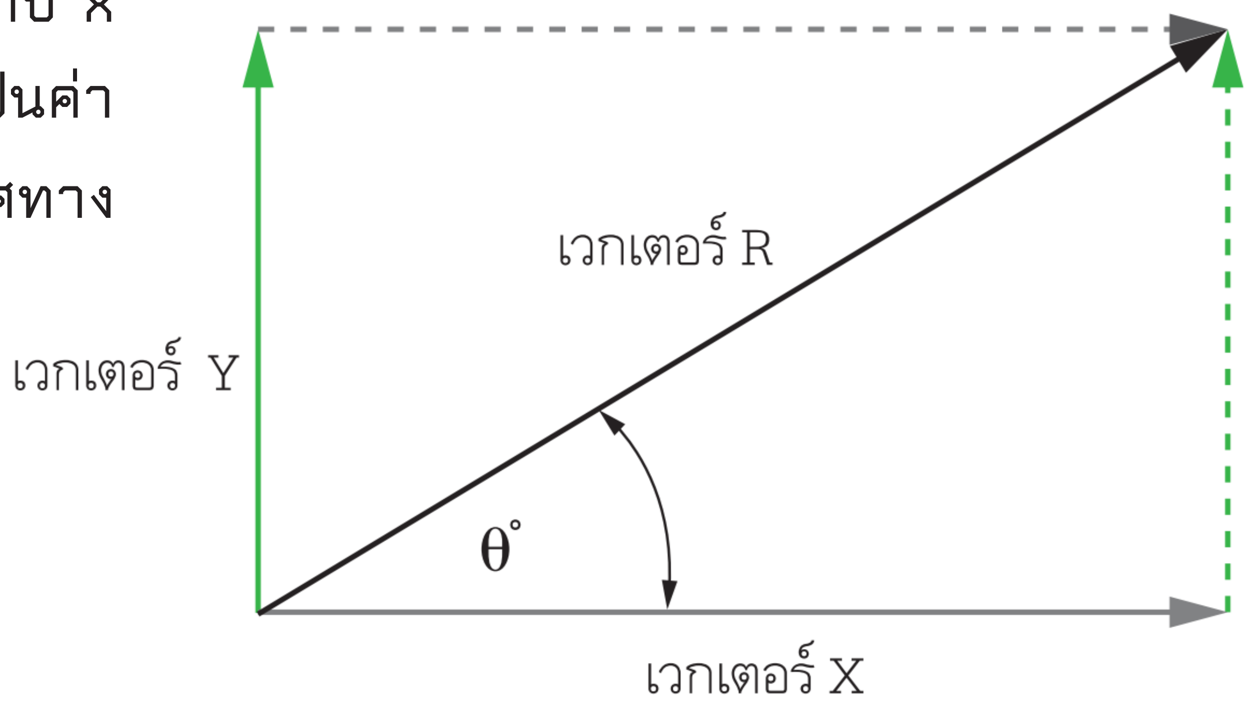
เวกเตอร์แต่ละอันสามารถนำมาต่อกันได้หรือการรวมกันเรียกว่า การบวกกันทางเวกเตอร์

กรณีที่เวกเตอร์ 2 เวกเตอร์ไม่ได้ทำมุมตั้งฉากกัน การหาผลรวมของเวกเตอร์สามารถกระทำได้โดยการนำต้นตัวที่ 2 ต่อกับปลายตัวที่ 1 ตามทิศทางของเวกเตอร์แต่ละตัวหรือนำต้นตัวที่ 1 ต่อกับปลายตัวที่ 2

5. เวกเตอร์และเฟสเซอร์

เฟสเซอร์ (Phasor)

เป็นค่าปริมาณที่เกิดจากผลรวมของเวกเตอร์ในแนวระนาบ X และระนาบ Y ที่สามารถคำนวณค่าออกมาเป็นตัวเลข และค่ามุมที่กระทำกับระนาบ X ออกมาเป็นตัวเลขได้ ซึ่งจะบอกค่าของขนาดเป็นค่าตัวเลขและบอกค่าทิศทางเป็นมุม θ เพื่อหาทิศทางเทียบกับอ้างอิง

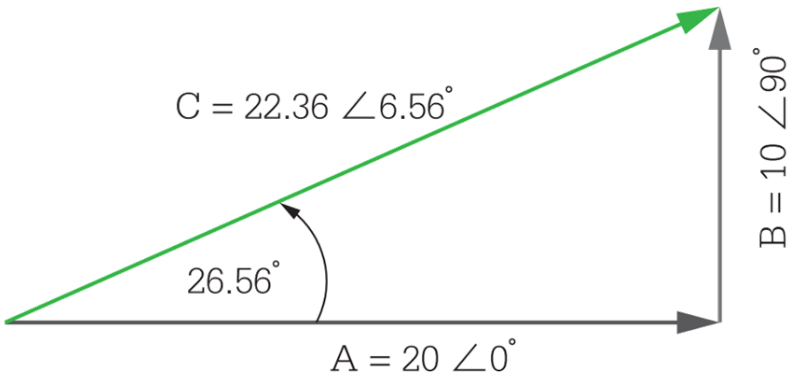


5. เวกเตอร์และเฟสเซอร์

เฟสเซอร์ (Phasor)

ตัวอย่าง

เมื่อเวกเตอร์ A = 20 ∠0° บวกกับเวกเตอร์ B = 10 ∠90° ผลลัพธ์เป็นเท่าไร



วิธีทำ

จากสมการ $C^2 = A^2 + B^2$

หรือ $C = \sqrt{A^2 + B^2}$

$= \sqrt{20^2 + 10^2}$

$= \sqrt{400 + 100}$

$= \sqrt{500}$

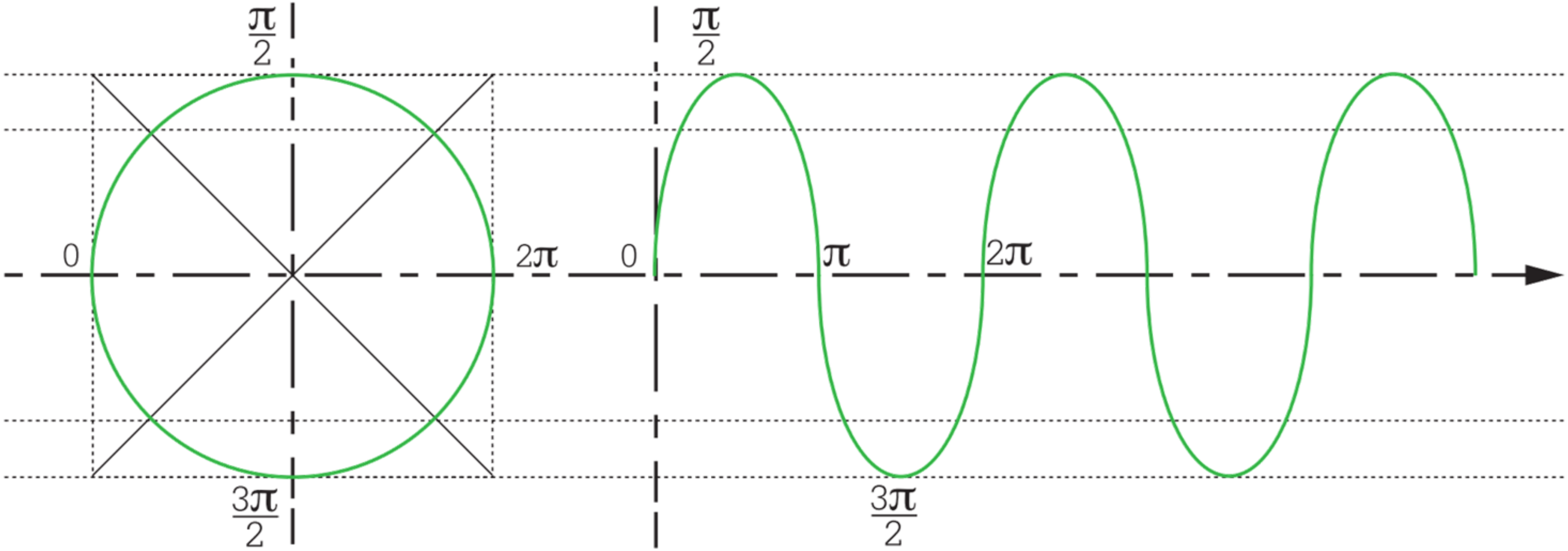
$= 22.36$

มุมประกอบ $\theta = \tan^{-1}\left[\frac{B}{A}\right]$

$= \tan^{-1}\left[\frac{10}{20}\right]$

$= \tan^{-1} 26.56^\circ$

รูปคลื่นไฟฟ้าเป็นการบอกค่าปริมาณต่างๆ เป็นตัวเลขที่มีขนาดคงที่และมีทิศทางคงที่ โดยทั่วไปจะใช้กับการเคลื่อนที่แบบการหมุนรอบแกน (Angular Movement) การเคลื่อนที่ผ่านแนวระนาบทำให้เกิดรูปคลื่นตามมุม ซึ่งเรียกว่า รูปคลื่นไซน์ (Sine Wave) และการเกิดคลื่นจะเกิดแบบซ้ำเดิมตลอดตามเวลา



6. รูปคลื่นไฟฟ้า

การบอกขนาดของเฟสเซอร์สามารถบอกได้ทั้งความสูงของเฟสเซอร์ (Attitude) และค่าความถี่ (Frequency) ของการเกิดคลื่นต่อหน่วยเวลา

$$E = V_m \sin \omega t$$

เมื่อ	E	แทนผลรวมของสมการ $V_m \sin(\omega t + \theta^\circ)$
	V_m	แทนขนาดของรูปคลื่น ซึ่งจะบอกค่าปริมาณ
	ω	แทนค่าความเร็วเชิงมุม ซึ่งมีค่าเท่ากับ $2\pi f$
	t	แทนช่วงเวลาต่างๆ ที่เปลี่ยนไป มีหน่วยเป็น วินาที (s)
	f	แทนค่าความถี่หรืออัตราการเปลี่ยนแปลงของรูปคลื่น

6. รูปคลื่นไฟฟ้า (ต่อ)

กรณีที่จุดกำเนิดคลื่น เมื่อเทียบกับแกนอ้างอิงไม่ได้เริ่มจากจุด (0,0) อาจจะเกิดขึ้นมาก่อนหรือเกิดขึ้นมาทีหลังจุดอ้างอิง สมการจะต่อเพิ่มด้วย $\pm\theta$ เครื่องหมายบวก (+) เป็นการแสดงค่าที่เกิดรูปคลื่นขึ้นมาก่อนตำแหน่งอ้างอิง เรียกว่า การเกิดเฟสเซอร์นำหน้า (Leading) ส่วนเครื่องหมายลบ (-) ที่เกิดขึ้นหลังจุดอ้างอิง เรียกว่า เฟสเซอร์ล้าหลัง (Lagging)

$$E = V_m \sin(\omega t \pm \theta^{\circ})$$

6. รูปคลื่นไฟฟ้า (ต่อ)

6. รูปคลื่นไฟฟ้า (ต่อ)

ตัวอย่าง

จากสมการที่กำหนดให้ E = 125sin 1000t + 60˚ จงเขียนรูปคลื่นไซน์และคำนวณหาค่าความถี่ (f)

วิธีทำ

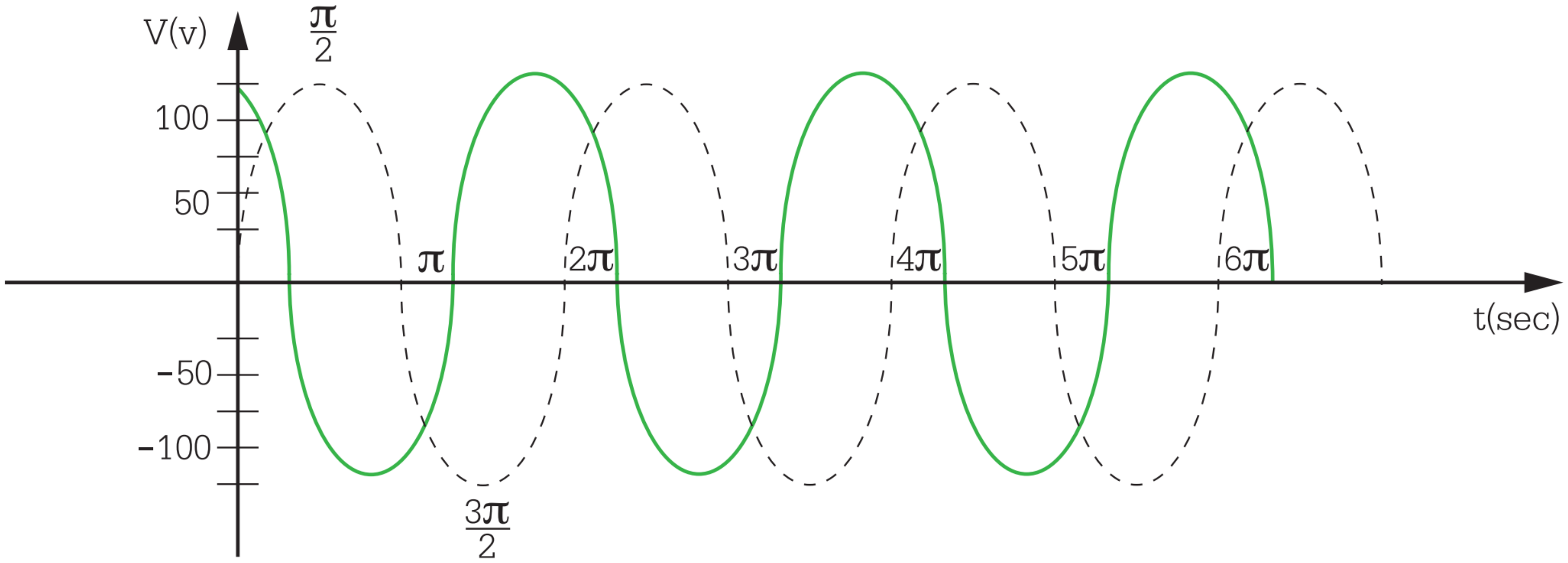
เขียนค่ายอดเฟสเซอร์เท่ากับ 125 หน่วย ส่วนการเลื่อนเฟสจะเกิดขึ้นก่อนแกนอ้างอิงเท่ากับ 60 องศา

$$\omega = 2\pi f$$

$$f = \frac{\omega}{2\pi}$$

$$= \frac{1,000}{2\pi}$$

$$= 159.23 \text{ Hz}$$



สรุป

จำนวนเชิงซ้อนเป็นชุดตัวเลขที่ประกอบด้วยจำนวนจริงและจำนวนจินตภาพ ซึ่งสามารถเขียนให้อยู่ในรูปแบบต่างๆ ได้ 4 แบบ คือรูปแบบเชิงตั้งฉาก รูปแบบเชิงซ้อน รูปแบบตรีโกณมิติ และรูปแบบเอกซ์โพเนนเชียล ซึ่งสมการในแต่ละรูปแบบมีค่าผลลัพธ์เท่ากัน สามารถแปลงรูปแบบได้ในแต่ละแบบ การบวกและการลบจำนวนเชิงซ้อนจะต้องอยู่ในรูปแบบเชิงตั้งฉากเท่านั้น โดยการนำจำนวนจริงกระทำกับจำนวนจริง และจำนวนจินตภาพกระทำกับจำนวนจินตภาพ การนำค่าจำนวนจริงรวมกับจำนวนจินตภาพไม่สามารถทำได้เนื่องจากอยู่คนละแกนกัน ส่วนการคูณและการหารกระทำต่อกันได้ก็ต่อเมื่ออยู่ในรูปแบบเชิงขั้วเท่านั้น โดยการนำค่าจำนวนจริงมากระทำการคูณหรือหารกัน ส่วนค่ามุม θ กรณีที่คูณกันให้นำมุมมาบวกกัน และกรณีที่หารกันให้นำมุมของตัวหารไปลบออกจากค่าตัวตั้ง