หน่วยที่ 3

การสมดุลของวัตถุ

แนวคิด

วัตถุต่างๆ ที่อยู่บริเวณผิวโลก จะถูกแรงโน้มถ่วงของโลกกระทำต่อวัตถุนั้น จะทำให้วัตถุตกเข้าสู่ผิวโลก ถ้าเราต้องการให้วัตถุอยู่ในสภาพที่ไม่เคลื่อนที่จะต้องมีแรงอื่นๆ มากระทำต่อวัตถุ เมื่อมีแรงหลายแรงมากระทำต่อวัตถุแล้วทำให้วัตถุอยู่ในสภาพที่หยุดนิ่งหรือเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่ เราเรียกว่า วัตถุอยู่ในสภาพสมดุลต่อการเคลื่อนที่ และถ้าวัตถุนั้นอยู่ในสภาพที่ไม่หมุน เราเรียกว่า วัตถุอยู่ในสภาพสมดุลต่อการหมุน

สาระการเรียนรู้

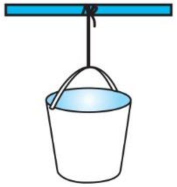
1. การสมดุลของวัตถุ
2. สมดุลของแรง 2 แรง
3. สมดุลของแรง 3 แรง
4. สมดุลของแรงมากกว่า 3 แรงขึ้นไป
5. โมเมนต์และสมดุลต่อการหมุน

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

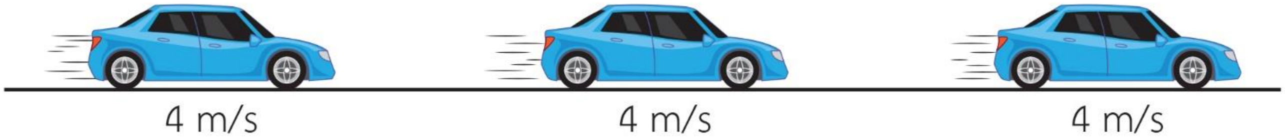
1. อธิบายกฎข้อที่ 1 ของนิวตันได้
2. นำกฎข้อที่ 1 ของนิวตันไปคำนวณเกี่ยวกับสมดุลของวัตถุได้
3. อธิบายความหมายของโมเมนต์ได้
4. นำเรื่องของโมเมนต์ไปคำนวณหาสมดุลต่อการหมุนได้
5. เพื่อส่งเสริมให้เกิดเจตคติที่ดีต่อการเรียนวิทยาศาสตร์ มีความสนใจและเห็นคุณค่าของการเรียนวิทยาศาสตร์
6. เพื่อให้ตระหนักถึงความสัมพันธ์ระหว่างวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยีและวิชาชีพในเชิงที่มีอิทธิพลและผลกระทบซึ่งกันและกัน
7. เพื่อสร้างเจตคติที่เหมาะสมในการใช้วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีอย่างมีคุณธรรมและมีความรับผิดชอบต่อตนเอง สังคม และสิ่งแวดล้อม

การสมดุลของวัตถุเป็นการคงสภาพเดิมๆ ของวัตถุที่อยู่ในขณะนั้น

① วัตถุหยุดนิ่งอยู่กับที่



② หรือเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงตัว



เซอร์ไอแซก นิวตันได้ศึกษาถึงแรงที่กระทำต่อวัตถุ โดยสรุปเป็นกฎข้อที่ 1 ของการเคลื่อนที่ไว้ว่า

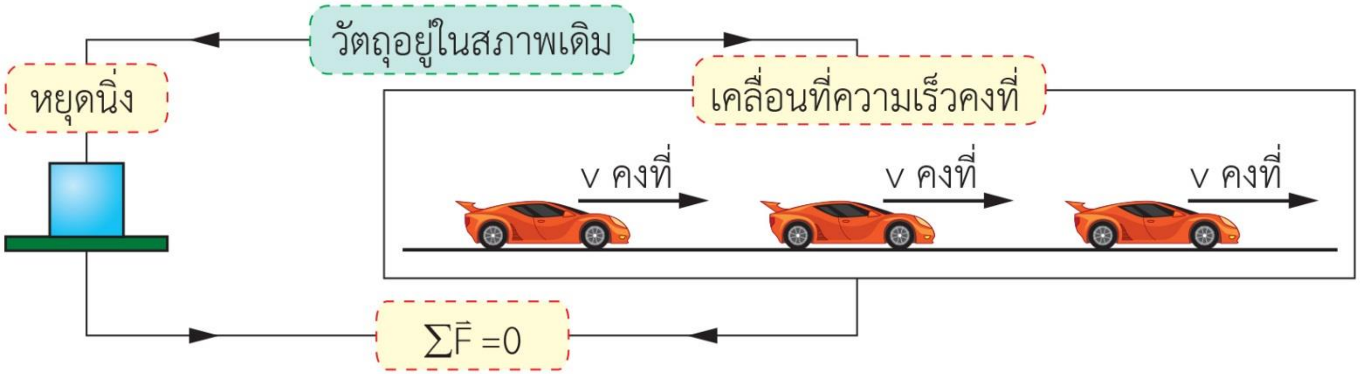
“วัตถุจะรักษาสภาวะเดิมอยู่เสมอถ้าไม่มีแรงมากระทำ หรือมีแรงมากระทำแล้วผลรวมของแรงมีค่าเป็นศูนย์”

จากกฎข้อที่ 1 ของนิวตันเราสามารถอธิบายได้ว่า

① เมื่อเราสังเกตเห็นวัตถุอยู่ในสภาพต่อไปนี้

1.1 หยุดนิ่ง

1.2 เคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงตัว



รูปสภาพเดิมของวัตถุ

หมายเหตุ

ในกรณีที่ไม่มีแรงมากระทำจะถือว่าวัตถุอยู่นอกสนามความโน้มถ่วงของโลก เราจะไม่นำมาศึกษา เราจะเรียกสภาพเดิมของวัตถุว่า "สมดุลของวัตถุ" (Static) และแบ่งลักษณะของสมดุลออกเป็น 2 ลักษณะ คือ

① สมดุลสถิต หมายถึง สมดุลของวัตถุในขณะที่วัตถุหยุดนิ่ง

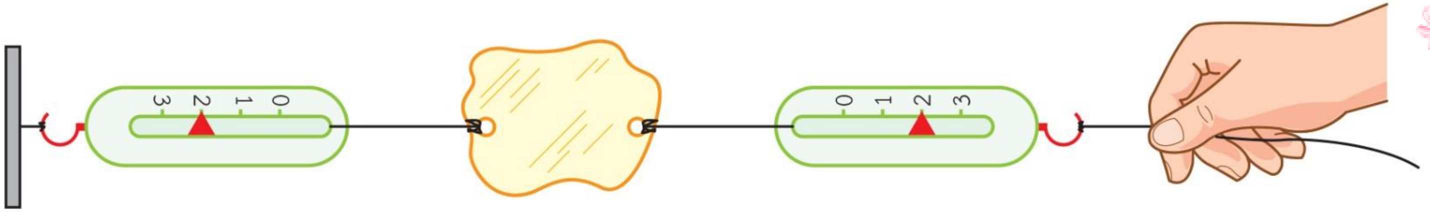
② สมดุลจลน์ หมายถึง สมดุลของวัตถุในขณะที่วัตถุเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงตัว

② แสดงว่าต้องมีแรงกระทำต่อวัตถุนั้น อย่างน้อย 2 แรง ยกเว้นวัตถุอยู่ในอวกาศ แรงที่กระทำต่อวัตถุแรงที่ 1 คือ แรงโน้มถ่วงของโลก (W, mg) และแรงอื่นๆ อีก เช่น แรงตึง (T) แรงปกติ (N) แรงเสียดทาน (f) แรงจากสปริง (F_S)

③ ผลรวมของแรงที่กระทำต่อวัตถุมีค่าเท่ากับศูนย์ แรงเป็นปริมาณเวกเตอร์ จะต้องใช้วิธีการบวกแบบปริมาณเวกเตอร์ในการพิจารณาแรงที่มากระทำต่อวัตถุในขณะที่อยู่ในสภาพสมดุล จะแบ่งลักษณะของแรงที่มากระทำออกเป็น 3 ลักษณะ

ความสมดุลของแรง 2 แรง

เป็นลักษณะของสมดุลที่ถือว่าเป็นแบบที่ง่ายที่สุด ดังรูป



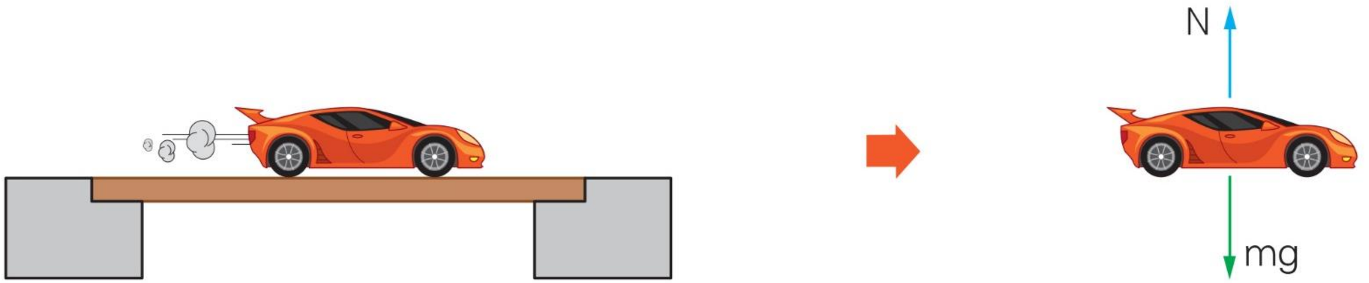
รูปสมดุลของแรง 2 แรง

ถ้าออกแรงดึงสปริงทั้ง 2 ข้างและวัตถุหยุดนิ่ง เราจะพบว่า ขนาดของแรงทั้งสองที่อ่านได้จากสปริงจะมีค่าเท่ากัน และทิศทางของแรงจะมีทิศทางตรงข้ามกัน สรุปได้ว่า

① ขนาดแรง 2 แรงต้องมีค่าเท่ากัน

② ทิศทางของแรง 2 แรงต้องมีทิศตรงข้ามกัน และอยู่ในแนวเส้นตรงเดียวกัน ผลจากเรื่องสมดุลของแรง 2 แรงเราสามารถนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้ เช่น

ตัวอย่าง รถยนต์มวล 2,500 กิโลกรัม จอดอยู่บนสะพาน จงหาว่าสะพานต้องออกแรงรับน้ำหนักรถเท่าไร



$$N = mg$$
$$= 2{,}500 \times 10$$
$$= 25{,}000$$

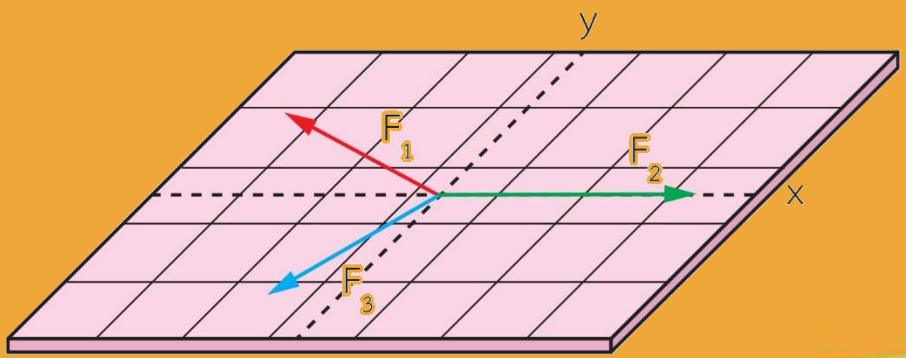
สะพานต้องออกแรงรับน้ำหนักรถ 25,000 นิวตัน

การสมดุลของแรง 3 แรง

ในกรณีที่มีแรง 3 แรงไปกระทำต่อวัตถุ แรงทั้ง 3 จะต้องมีคุณสมบัติดังนี้

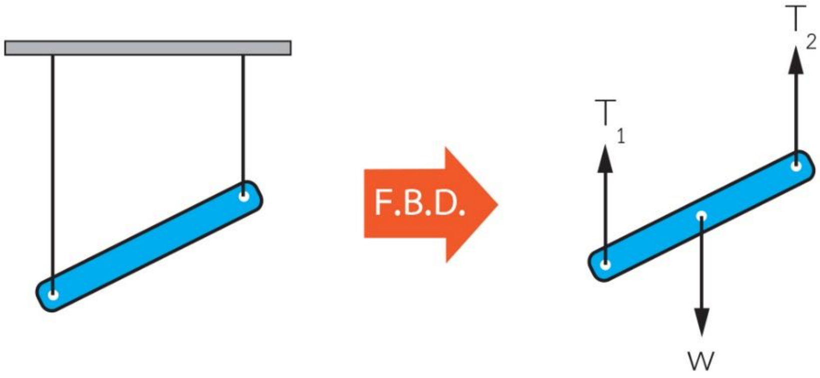
แนวแรงทั้งสามต้องอยู่บนระนาบเดียวกัน

จากรูปแรงทั้ง 3 ที่อยู่บนระนาบเดียวกันจะสามารถแยกแรงออกไปในแนวแกน x และ y โดยวิธีการแยกเวกเตอร์



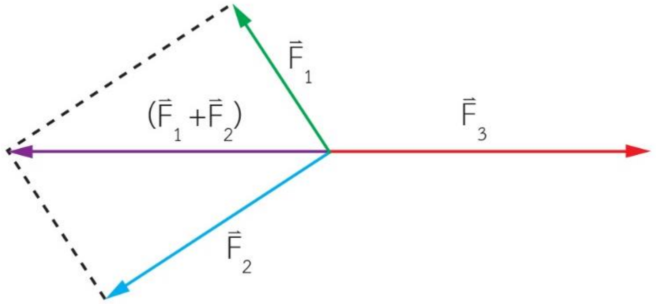
แนวแรงทั้ง 3 ต้องพบกันที่จุดจุดหนึ่ง

หมายเหตุ แนวแรงทั้ง 3 ไม่ต้องพบกันที่จุดจุดหนึ่ง ในกรณีที่แรงทั้ง 3 ขนานกัน ดังรูป



รูปแนวแรงทั้ง 3 ขนานกัน

แรง 3 แรงที่กระทำต่อวัตถุผลรวมของแรงมีค่าเท่ากับศูนย์ ดังนั้น ถ้านำแรง 2 แรงไปรวมกัน ผลบวกของแรง 2 แรงจะต้องเท่ากับขนาดของแรงที่เหลือแต่มีทิศทางตรงกันข้าม ดังรูป



รูปผลบวกของแรง 2 แรงเท่ากับขนาดของแรงที่ 3

จากรูปเราจะพบว่าเวกเตอร์มีขนาดเท่ากัน ทิศทางตรงกันข้าม

$$(\vec{F}_1 + \vec{F}_2) = \vec{F}_3$$

ดังนั้น

$$|\vec{F}_1 + \vec{F}_2| = |\vec{F}_3|$$

และขนาดของ $|\vec{F}_1 + \vec{F}_2|$ จะหาจากสูตรการบวกเวกเตอร์ 2 เวกเตอร์

$$|\vec{F}_1 + \vec{F}_2| = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\cos\theta}$$

สรุปได้ว่า

$$F_3^2 = F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\cos\theta$$

ตัวอย่าง

แรง 3 แรงกระทำต่อวัตถุ ทำให้วัตถุอยู่ในสภาพหยุดนิ่ง 2 แรง มีขนาด 12 N และ 16 N ทำมุมกัน 90 องศา จงหาขนาดของแรงที่ 3

วิธีทำ

จากสูตร $F_3^2 = F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\cos\theta$

$F_3^2 = 12^2 + 16^2 + (2)(12)(16)\cos 90^\circ$

$F_3^2 = 144 + 256 + 0$

$F_3^2 = 400$

$F_3 = 20\ \text{N}$

$\therefore$ ขนาดของแรงที่ 3 มีค่า 20 นิวตัน

การคำนวณหาแรงที่กระทำต่อวัตถุในกรณีสมดุลของแรง 3 แรง

เนื่องจากแรง 3 แรงอยู่บนระนาบเดียวกัน ดังนั้น เราจะใช้ระบบแกน 2 มิติ คือ แกน x และ y มาเป็นตัวกำหนดทิศทางของแรงทั้ง 3 โดยแตกแรงทุกแรงให้อยู่ในแนวแกน x และ y ใช้วิธีการแยกเวกเตอร์ จากนั้นนำแต่ละแกนมาพิจารณา เนื่องจากผลรวมของแรงทั้งหมดมีค่าเป็นศูนย์ ดังนั้น ผลรวมของแรงในแต่ละแกนจึงมีค่าเท่ากับศูนย์ด้วย จะได้ว่า

$$\Sigma F_x = 0$$
$$\Sigma F_y = 0$$

สรุปขั้นตอนในการคำนวณได้ว่า

1. เขียน Free Body Diagram ของแรง 3 แรงที่กระทำต่อวัตถุ
2. แตกแรงแต่ละแรงไปในแนวแกน x และแกน y โดยใช้วิธีการแยกเวกเตอร์
3. หาผลรวมของแรงในแต่ละแกน

ΣF_x = 0 ....①

ผลบวกของแรงทางซ้าย = ผลบวกของแรงทางขวา

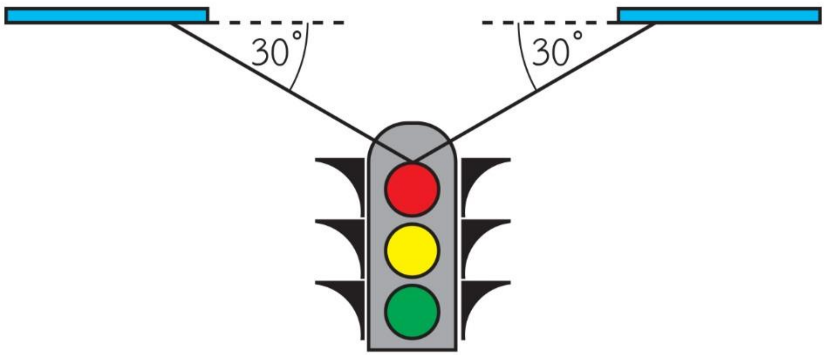
ΣF_y = 0 ....②

ผลบวกของแรงขึ้น = ผลบวกของแรงลง

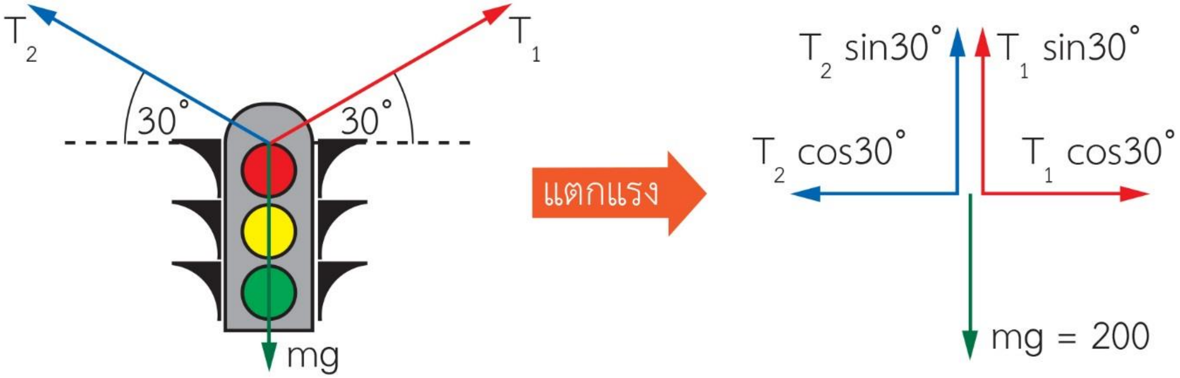
4. คำนวณหาปริมาณที่ต้องการทราบจากการแก้สมการ 2 สมการในข้อ 3 จะได้คำตอบ

ตัวอย่าง

จากรูป โป๊ะไฟจราจรมีมวล 20 kg จงหาแรงตึงในเส้นลวด



การคำนวณ เขียนรูป F.B.D. ของแรงที่ไฟ



คิดสมดุล

แนวแกน x

$$T_1 \cos 30^\circ = T_2 \cos 30^\circ$$

$$T_1 = T_2 \quad \text{.....................①}$$

แนวแกน y

$$T_1 \sin 30^\circ + T_2 \sin 30^\circ = 200$$

$$\frac{1}{2} T_1 + \frac{1}{2} T_2 = 200$$

$$T_1 + T_2 = 400 \quad \text{.....................②}$$

แทนค่า T_1 ในสมการที่ 2

$$T_2 + T_2 = 400$$

$$T_2 = 200 \text{ N}$$

แทนค่า T_2 ในสมการที่ 2

$$\therefore T_1 = 200 \text{ N}$$

แรงตึงในเส้นลวดทั้ง 2 เส้นเท่ากัน เท่ากับ 200 นิวตัน

สมดุลของแรงมากกว่า 3 แรงขึ้นไป

กรณีของแรงที่มากกว่า 3 แรงขึ้นไป ไม่มีข้อจำกัดใดๆ เช่น แนวแรงที่จะพบกันที่จุดจุดหนึ่งหรือไม่พบกันก็ได้ แนวแรงจะอยู่บนระนาบเดียวกันหรือไม่อยู่ก็ได้ ในระดับนี้จะศึกษาเฉพาะแนวแรงที่อยู่บนระนาบเดียวกันเท่านั้น เพราะแรงจะอยู่บนระนาบแกน 2 มิติ คือ แกน x กับ y ถ้าไม่อยู่ในระนาบเดียวกันจะเป็นระบบแกน 3 มิติ แกน x, y และ z จะได้ศึกษาต่อไปในระดับสูง

การศึกษาสมดุลของแรงมากกว่า 3 แรง คือ แตกแรงไปในแนวแกน x และแกน y แล้วหาผลรวมของแรงในแนวแกน x และ y

$$\Sigma F_x = 0$$

$$\Sigma F_y = 0$$

สรุปขั้นตอนในการคำนวณได้ว่า

❶ เขียน Free Body Diagram ของแรงที่กระทำต่อวัตถุ

❷ แตกแรงแต่ละแรงไปในแนวแกน x และแกน y โดยใช้วิธีการแยกเวกเตอร์

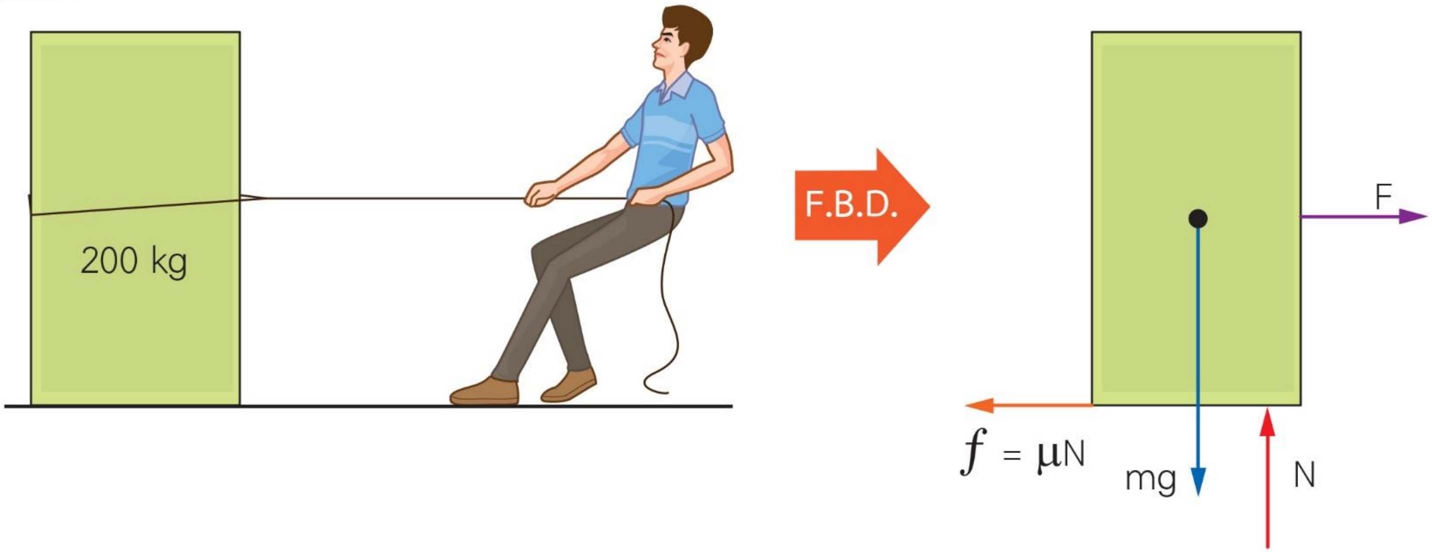
❸ หาผลรวมของแรงในแต่ละแกน

ΣF_x	=	0 ....①
ผลบวกของแรงทางซ้าย	=	ผลบวกของแรงทางขวา
ΣF_y	=	0 ....②
ผลบวกของแรงขึ้น	=	ผลบวกของแรงลง

❹ คำนวณหาปริมาณที่ต้องการทราบจากการแก้สมการ 2 สมการในข้อ 3 จะได้คำตอบ

ตัวอย่าง กล่องสี่เหลี่ยมใบหนึ่งมีมวล 200 kg วางอยู่บนพื้นราบซึ่งมีสัมประสิทธิ์ของแรงเสียดทาน 0.4 ถ้าออกแรงดึงกล่องสี่เหลี่ยมนี้จะต้องออกแรงอย่างน้อยเท่าไรจึงจะทำให้วัตถุเริ่มเคลื่อนที่

วิธีทำ เขียน F.B.D. ของแรง



คิดสมดุลในแนวแกน x $\Sigma F_x = 0$

$F = f$

แทนค่า $f = \mu N$

∴ จะได้ว่า $F = \mu N$

$F = 0.4N$ ....①

คิดสมดุลในแนวแกน y $\Sigma \vec{F}_y = 0$

$N = W$

$N = mg$

$N = (200)(10)$

$N = 2{,}000$ ....②

แทนค่า N ใน 1

$F = (0.4)(2{,}000)$

$F = 800\ \text{N}$

∴ ต้องออกแรงอย่างน้อย 800 นิวตัน

โมเมนต์และสมดุลต่อการหมุน

การหมุนของวัตถุเกิดจากการที่แรงไปกระทำต่อวัตถุแล้วแนวแรงไม่ผ่านจุดศูนย์กลางของมวล จะทำให้วัตถุเกิดการหมุน ถ้าวัตถุที่จุดตรึงก็จะหมุนอยู่กับที่ แต่ถ้าวัตถุไม่มีจุดตรึงเคลื่อนที่ไปด้วยพร้อมกับหมุนไปด้วย ในที่นี้จะศึกษาเฉพาะวัตถุที่หมุนอยู่กับที่ ค่าของการหมุนที่เกิดขึ้นเราจะเรียกว่า “โมเมนต์” (Moment) โดยมีนิยามของโมเมนต์ว่า

“โมเมนต์ หมายถึง ผลคูณระหว่างแรงกับระยะห่างจากจุดหมุนไปตั้งฉากกับแนวแรง” เขียนเป็นสูตรได้

$$M = F \times L$$

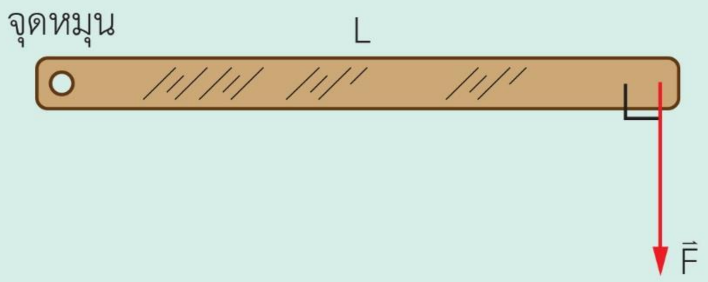
หน่วยของ Moment คือ N·m

เมื่อ M หมายถึง โมเมนต์ (N·m)

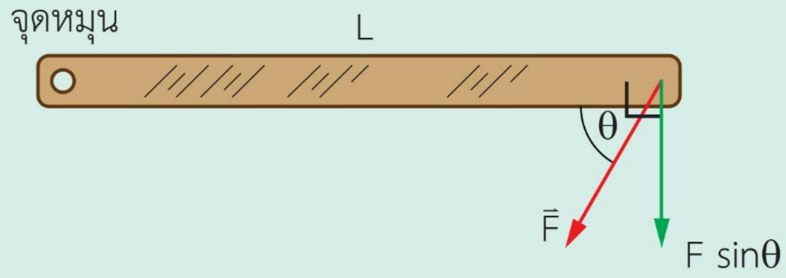
F หมายถึง แรงที่กระทำต่อวัตถุ (N)

L หมายถึง ระยะห่างจากจุดหมุนไปตั้งฉากกับแนวแรง (m)

จากนิยามถ้าเรานำมาพิจารณาเราจะสามารถหาค่าของโมเมนต์ได้จากรูปต่างๆ ดังนี้



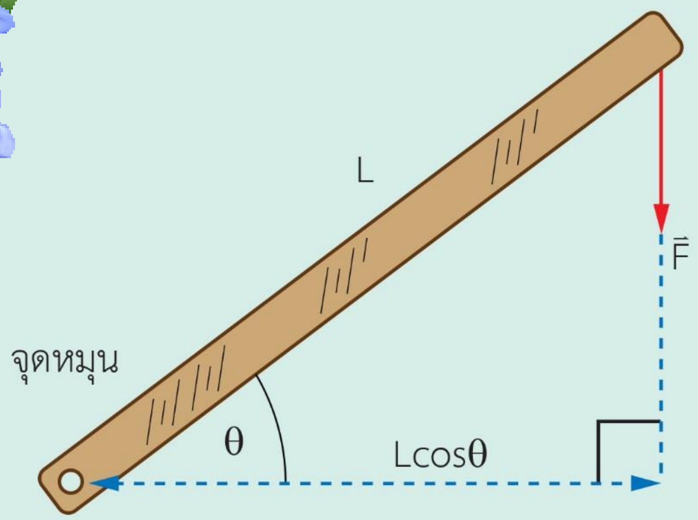
$$M = F \times L$$



แตกแรงไปในแนวตั้งฉาก

$$M = F_y \times L$$

$$M = F \sin\theta \times L$$



แตกระยะห่างออกไปในแนวราบ

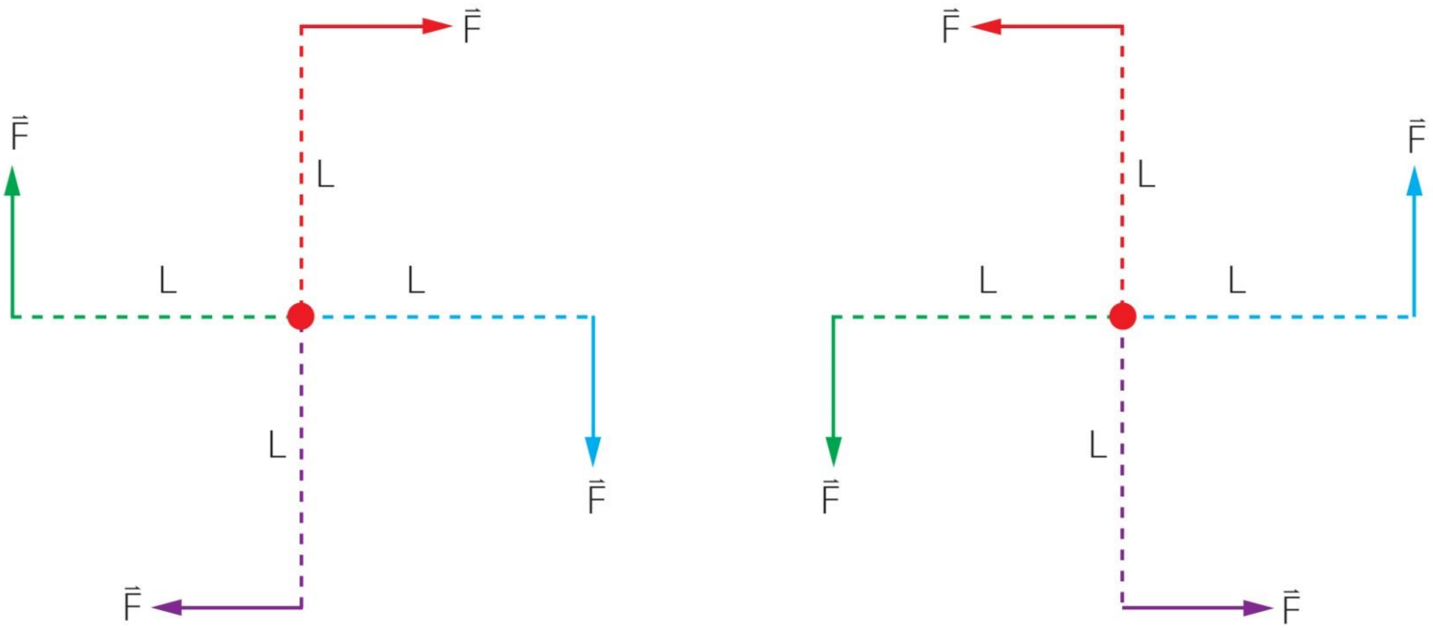
$$M = F \times L_x$$

$$M = F \times L\cos\theta$$

แนวแรงผ่านจุดหมุน

$$M = 0$$

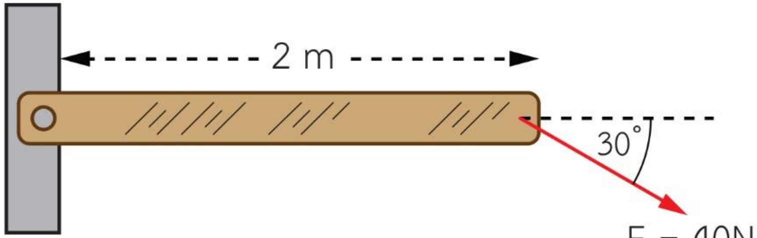
ค่าของโมเมนต์จะแบ่งออกเป็น 2 ลักษณะ คือ โมเมนต์ตามเข็มนาฬิกา และโมเมนต์ทวนเข็มนาฬิกา ดังรูป



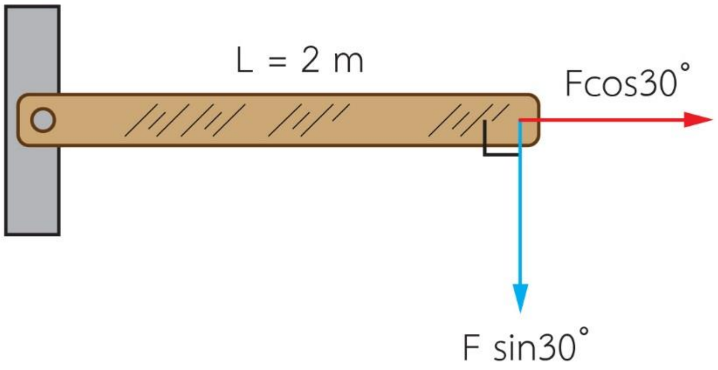
รูปชนิดของโมเมนต์

จากรูปจงหาค่าของโมเมนต์

ก.



จากรูปแตกแรงไปในแนวตั้งฉากกับระยะห่าง



$M = F_y \times L$

$M = (F \sin 30^\circ)(L)$

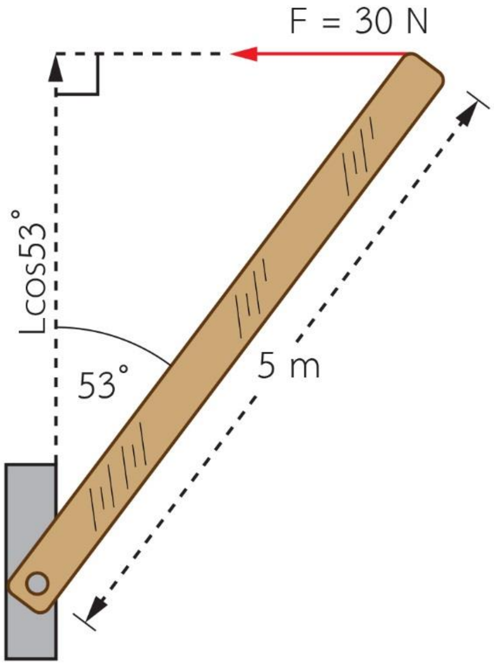
$M = (40)(1/2)(2)$

$M = 40\ N{\cdot}m$

$\therefore$ ค่าของโมเมนต์เท่ากับ 40 N·m

หมายเหตุ ค่าของแรง $F \cos 30^\circ$ ผ่านจุดหมุนโมเมนต์ = 0

ข. จากรูปแตกระยะห่างออกไปในแนวดิ่ง



$$M = F \times L_x$$

$$M = (F)(L\cos 53^\circ)$$

$$= (30)(5)(3/5)$$

$$M = 90\ N\cdot m$$

∴ ค่าของโมเมนต์เท่ากับ 90 N·m

ในชีวิตประจำวันเราจะพบว่า แรงที่กระทำต่อวัตถุไม่ผ่านจุดศูนย์กลางของมวลเป็นส่วนใหญ่แต่วัตถุก็ไม่ได้หมุนไปตามแรงที่มากระทำ ที่เป็นเช่นนี้เพราะมีแรงอื่นๆ ที่ทำให้เกิดโมเมนต์ในทิศตรงกันข้าม ดังรูป

รูปปั้นจั่นยกของขึ้นที่สูง

จากรูปปั้นจั่นที่ยกของ น้ำหนักของวัตถุจะทำให้เกิดโมเมนต์ตาม ดังนั้น จึงนำแท่งคอนกรีตไปถ่วงอีกด้านเพื่อให้เกิดโมเมนต์ทวนต้านกับโมเมนต์ตามทำให้ปั้นจั่นไม่ล้มลงมา

การนำเรื่องของโมเมนต์ไปใช้จะนำไปอธิบายสภาพของวัตถุที่ถูกแรงหลายแรงกระทำในตำแหน่งต่างๆ กัน แล้ววัตถุไม่เกิดการหมุนหรือที่เราเรียกว่าอยู่ในสภาพ "สมดุลต่อการหมุน" โดยค่าของผลรวมของโมเมนต์ที่เกิดขึ้นบนวัตถุที่อยู่ในสภาพดังกล่าวจะมีค่าเป็นศูนย์

$$\Sigma F_x = 0$$

แต่เนื่องจากลักษณะของโมเมนต์แบ่งออกเป็น 2 ชนิด คือ โมเมนต์ทวนเข็มนาฬิกา และโมเมนต์ตามเข็มนาฬิกา ดังนั้น เราอาจจะเขียนรูปใหม่ได้ว่า

ผลรวมของโมเมนต์ตาม = ผลรวมของโมเมนต์ทวน

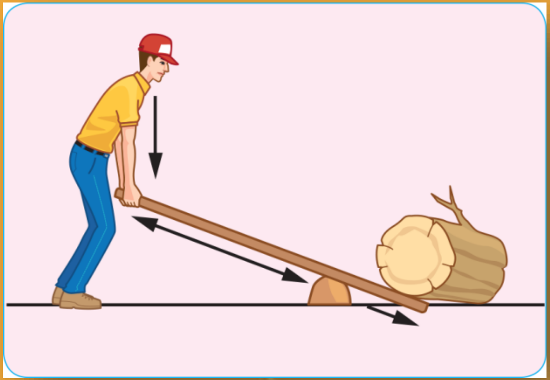
$$(\Sigma M_{\text{ตาม}}) = (\Sigma M_{\text{ทวน}})$$

จากการศึกษาเรื่องของโมเมนต์และสมดุลต่อการหมุนเราสามารถนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้มากมาย ตัวอย่างเช่น

ใช้หลักของโมเมนต์โดยการนำวัตถุวางลงในด้านหนึ่งแล้วนำตุ้มน้ำหนักวางในจานอีกด้านดูให้เข็มไม่เบนไปด้านใดด้านหนึ่ง ค่าของน้ำหนักวัตถุกับน้ำหนักตุ้มจะเท่ากันเพราะระยะห่างของจานเท่ากัน

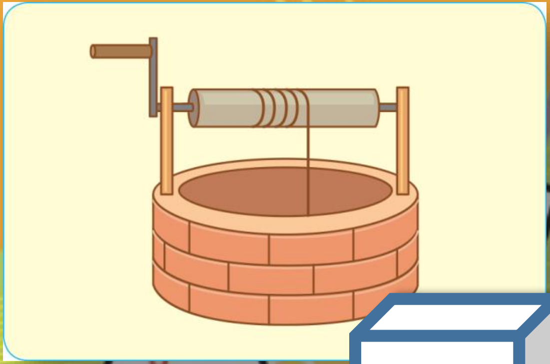
คาน คานเป็นวัตถุแข็งยาวๆ ใช้สำหรับงัดวัตถุ โดยวางจุดหมุนใกล้กับน้ำหนักวัตถุ แล้วออกแรงที่ปลายอีกด้านหนึ่งซึ่งห่างจากจุดหมุนมากกว่าจะทำให้ออกแรงน้อยลง เป็นเครื่องมือที่ใช้ผ่อนแรง

$$(F)(L_1) = (w)(L_2)$$



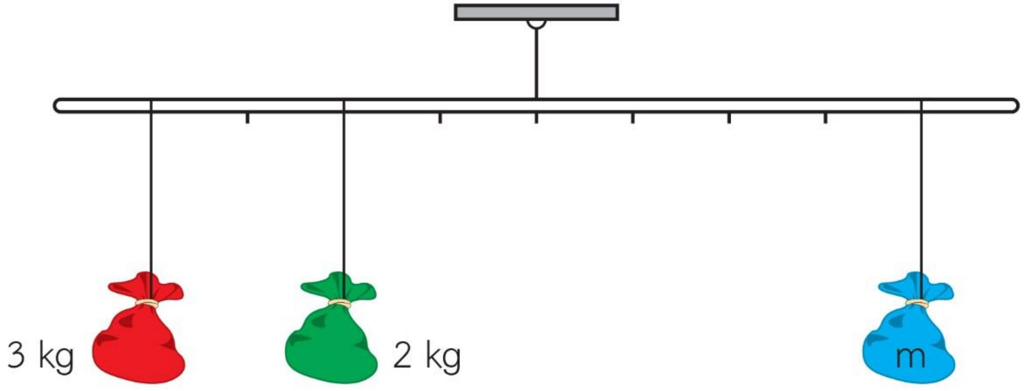
ล้อและเพลา ล้อและเพลาเป็นลักษณะของวง 2 วง ที่มีจุดศูนย์กลางที่เดียวกันติดกัน ถ้าหมุนล้อเพลาก็จะหมุนตามไป แต่ล้อวงใหญ่กว่าเพลาการหมุนล้อจึงออกแรงน้อยกว่า

$$(F)(R) = (w)(r)$$

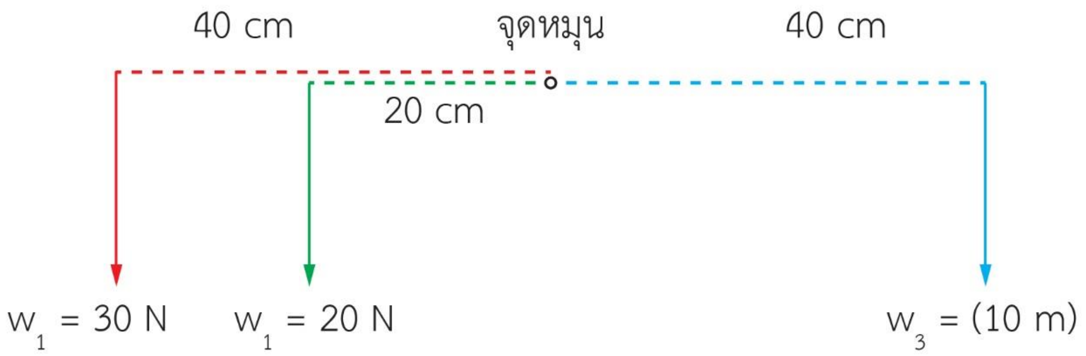


ตัวอย่าง ไม้เมตรอันหนึ่งแขวนด้วยเชือกที่จุด 50 cm ติดกับเพดาน จากนั้นนำมวล 3 kg และ 2 kg ไปแขวนที่จุด 10 cm และ 30 cm จงหาว่าจะต้องนำมวลเท่าไรไปแขวนที่จุด 90 cm จึงจะทำให้ไม้เมตรสมดุล

วิธีทำ จากรูป



เขียน F.B.D.



จาก $(\Sigma M_{ทวน}) = (\Sigma M_{ตาม})$

$$(w_1)(40) + (w_2)(20) = (w_3)(40)$$

$$[(30)(40)] + [(20)(20)] = (10\ m)(40)$$

$$1,200 + 400 = 400\ m$$

$$1,600 = 400\ m$$

$$m = \frac{1,600}{400}$$

$$m = 4\ kg$$

∴ ต้องนำมวล 4 kg ไปแขวนซึ่งจะทำให้ไม้เมตรสมดุล

สรุปท้ายหน่วย

❶ สมดุลต่อการเคลื่อนที่ ($\Sigma\vec{F} = 0$)

1.1 สมดุลของแรง 2 แรง

- ขนาดของแรงเท่ากัน
- ทิศทางตรงข้ามกัน
- แนวแรงอยู่ในแนวเส้นตรงเดียวกัน

1.2 สมดุลของแรง 3 แรง

- แนวแรงทั้ง 3 อยู่บนระนาบเดียวกัน
- แนวแรงทั้ง 3 พบกันที่จุดจุดหนึ่ง
- ผลบวกของแรง 2 แรงต้องมีขนาดเท่ากับแรงที่ 3

$$F_3^2 = F_1^2 + F_2^2 + F_1F_2\cos\theta$$

1.3 สมดุลของแรงมากกว่า 3 แรง

- ไม่มีเงื่อนไขเฉพาะ

❷ การคำนวณเกี่ยวกับสมดุล

2.1 เขียน Free Body Diagram ของแรงที่กระทำต่อวัตถุ

2.2 แตกแรงไปในแนวแกน x และ y

2.3 หาผลรวมของแรงในแต่ละแกน

ผลรวมของแรงในแนวแกน x $\Sigma F_x = 0$

ผลรวมของแรงในแนวแกน y $\Sigma F_y = 0$

2.4 แก้สมการหาค่าแรงที่ต้องการ

❸ สมดุลต่อการหมุน

3.1 นิยามโมเมนต์

$$M = F \times L$$

3.2 สมดุลต่อการหมุน

$$\Sigma M_{\text{ตาม}} = \Sigma M_{\text{ทวน}}$$