

บทที่ 7

โมเมนตัมและการชน (Momentum and collision)

ในบทที่ผ่านมาเราได้ศึกษาถึงผลของแรงที่กระทำกับวัตถุซึ่งเป็นสาเหตุที่ทำให้เกิดการเคลื่อนที่ และการเคลื่อนที่ที่ทำให้เกิดปริมาณงานและพลังงานในทางฟิสิกส์ โดยลักษณะการเคลื่อนที่ของวัตถุนั้นจะขึ้นอยู่กับลักษณะของแรงที่กระทำซึ่งเป็นไปตามกฎการเคลื่อนที่ทั้งสามข้อของนิวตัน สำหรับในบทนี้เราจะศึกษาปริมาณที่เกิดจากการเคลื่อนที่อีกแบบหนึ่งคือ โมเมนตัม และเมื่อมีวัตถุตั้งแต่สองชนิดขึ้นไปเคลื่อนที่เข้าชนกัน การชนกันของวัตถุนี้จะทำให้องค์ประกอบของการเคลื่อนที่ เช่น ความเร็ว ความเร่ง หรือทิศทางในการเคลื่อนที่เปลี่ยนแปลงไป และมีปริมาณทางฟิสิกส์ปริมาณหนึ่งที่สำคัญนั่นคือ โมเมนตัม ซึ่งมีความสำคัญมากในฟิสิกส์พื้นฐาน

7.1 โมเมนตัม (Momentum)

โมเมนตัม หมายถึง ผลคูณระหว่างมวลกับความเร็ว เป็นปริมาณเวกเตอร์ เขียนเป็นสมการได้เป็น

$$\vec{p} = m\vec{v} \quad (7-1)$$

เมื่อ p คือ โมเมนตัม มีหน่วยเป็นกิโลกรัม-เมตร/วินาที ($\text{kg}\cdot\text{m/s}$)

m คือ มวลของสสาร มีหน่วยเป็นกิโลกรัม (kg)

\vec{v} คือ ความเร็ว มีหน่วยเป็นเมตร/วินาที (m/s)

7.1.1 โมเมนตัมเชิงเส้นและการอนุรักษ์โมเมนตัมเชิงเส้น (Linear momentum and conservation of linear momentum)

กฎการอนุรักษ์โมเมนตัม กล่าวว่า “ถ้าไม่มีแรงภายนอกมากระทำต่อระบบแล้วผลรวมของโมเมนตัมของระบบจะมีค่าคงตัว”

เราสามารถพิสูจน์ที่มาของกฎการอนุรักษ์โมเมนตัมได้โดยใช้กฎข้อที่ 2 ของนิวตัน ดังนี้

จาก
$$\sum F = ma$$

$$\sum \mathbf{F} = m \frac{d\vec{v}}{dt}$$

$$\sum \mathbf{F} = \frac{d(m\vec{v})}{dt}$$

$$\sum \mathbf{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

ถ้าไม่มีแรงภายนอกมากระทำ ($\sum \vec{F} = 0$) จะได้ว่า

$$0 = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

ดังนั้น

$$\vec{p} = \text{ค่าคงตัว}$$

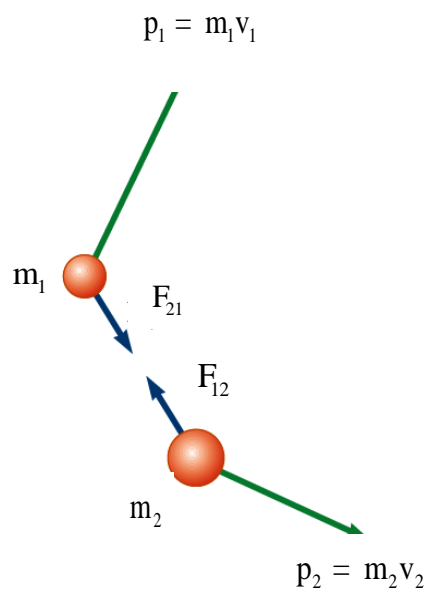
หรือ

$$\vec{p}_1 = \vec{p}_2 \quad (7-2)$$

จากสมการ (7-2) แสดงให้เห็นว่า ถ้าไม่มีแรงภายนอกมากระทำ โมเมนตัมจะมีค่าคงตัว

7.1.2 กฎการอนุรักษ์โมเมนตัมและการชน (Conservation of momentum and collision)

พิจารณาการชนกันของอนุภาค โดยไม่มีแรงภายนอกมากระทำ ดังภาพที่ 7.1



ภาพที่ 7.1 การชนกันของ 2 อนุภาค โดยไม่มีแรงภายนอกมากระทำ

ให้ \vec{F}_{12} คือ แรงดึงดูดที่อนุภาคที่ 1 กระทำต่ออนุภาคที่ 2

\vec{F}_{21} คือแรงดึงดูดที่อนุภาคที่ 2 กระทำต่ออนุภาคที่ 1
 เนื่องจาก
$$\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12} \quad (7-3)$$

หรือ
$$\frac{d\vec{p}_1}{dt} = -\frac{d\vec{p}_2}{dt}$$

$$\frac{d\vec{p}_1}{dt} + \frac{d\vec{p}_2}{dt} = 0$$

$$\frac{d(\vec{p}_1 + \vec{p}_2)}{dt} = 0$$

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \text{ค่าคงที่} \quad (7-4)$$

หรือ
$$\vec{p}_{1i} + \vec{p}_{2i} = \vec{p}_{1f} + \vec{p}_{2f} \quad (7-5)$$

แสดงให้เห็นว่าถ้าไม่มีแรงภายนอกมากระทำต่อระบบอนุภาค โมเมนตัมของระบบอนุภาคจะมีค่าคงตัว

จากสมการที่ (7-5) ถ้าแยกพิจารณาในแต่ละแนวแกน จะได้ว่า

$$\begin{aligned} \sum_{\text{system}} p_{xi} &= \sum_{\text{system}} p_{xf} \\ \sum_{\text{system}} p_{yi} &= \sum_{\text{system}} p_{yf} \\ \sum_{\text{system}} p_{zi} &= \sum_{\text{system}} p_{zf} \end{aligned} \quad (7-6)$$

สมการที่ (7-6) แสดงให้เห็นว่า โมเมนตัมในแนวแกนใดๆ ของระบบจะมีค่าคงตัว

จากสมการที่ผ่านมาแสดงให้เห็นว่าในการชนกันของวัตถุใดๆ ถ้าไม่มีแรงภายนอกมากระทำโมเมนตัมจะมีค่าคงตัว

ตัวอย่างที่ 7.1 ชายคนหนึ่งมวล 46 กิโลกรัม ยืนอยู่บนพื้นน้ำแข็งไม่มีแรงเสียดทาน แล้วยิงปืนออกไปหนึ่งนัด ลูกปืนมีความเร็ว 600 เมตรต่อวินาที ถ้าลำกล้องยาว 1 เมตร ปืนมีมวล 4 กิโลกรัม และลูกปืนมีมวล 10 กรัม จงคำนวณหา

- (ก) อัตราเร็วของชายคนนี้ในทิศสะท้อนกลับ
- (ข) แรงขับเคลื่อนที่กระทำต่อลูกปืน
- (ค) เวลาเวลาที่ลูกปืนเคลื่อนที่ในลำกล้อง

วิธีทำ (ก) อัตราเร็วในทิศสะท้อนกลับ

โมเมนตัมก่อนยิง = โมเมนตัมหลังยิง

$$0 = m_{\text{bullet}} v_{\text{bullet}} + (m_{\text{lady}} + m_{\text{gun}}) v_2$$

$$0 = (0.01\text{kg})(600\text{m/s}) + (46\text{kg} + 4\text{kg}) v_2$$

$$v_2 = -0.12 \text{ m/s}$$

อัตราเร็วของชายคนนี้ในการสะท้อนกลับ -0.12 เมตรต่อวินาที

(ข) แรงขับเคลื่อนที่กระทำต่อลูกปืน

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$$

$$(600\text{m/s})^2 = 0 + 2a(1 \text{ m})$$

$$a = 1.8 \times 10^5 \text{ m/s}^2$$

แรงขับเคลื่อนที่กระทำต่อลูกปืนเท่ากับ 1.8 เมตรต่อวินาที²

จากกฎข้อที่ 2 ของนิวตัน

$$F = ma$$

$$F = (0.01\text{kg})(1.8 \times 10^5 \text{ m/s}^2)$$

$$F = 1.8 \times 10^3 \text{ N}$$

แรงขับเคลื่อนที่กระทำต่อลูกปืน 1.8×10^3 นิวตัน

(ค) เวลาที่ลูกปืนเคลื่อนที่ในลำกล้อง

$$\text{จาก} \quad a = \frac{v - v_0}{t}$$

$$1.8 \times 10^5 \text{ m/s}^2 = \frac{600 \text{ m/s} - 0}{t}$$

$$t = 3.3 \times 10^{-3} \text{ s}$$

เวลาที่ลูกปืนเคลื่อนที่ในลำกล้อง 3.3×10^{-3} วินาที

ตัวอย่างที่ 7.2 รถเก๋งมวล 600 กิโลกรัม กำลังวิ่งด้วยอัตราเร็ว 20 เมตรต่อวินาที เข้าชนกับรถบรรทุกมวล 1400 กิโลกรัม ซึ่งจอดอยู่กับที่ปรากฏว่ารถทั้งสองคันเคลื่อนที่ไปด้วยกัน จงหาอัตราเร็วที่รถทั้งสองคันเคลื่อนที่ไปหลังชน

วิธีทำ จากกฎการอนุรักษ์โมเมนตัม

$$\text{โมเมนตัมก่อนชน} = \text{โมเมนตัมหลังชน}$$

$$m_1 v_{01} + m_2 v_{02} = (m_1 + m_2) v$$

$$(600\text{kg})(20\text{m/s}) + 0 = (600\text{kg} + 1400\text{kg})v$$

$$v = 6 \text{ m/s}$$

อัตราเร็วที่รถทั้งสองคันเคลื่อนที่ไป 6 เมตรต่อวินาที

7.2 การคลและโมเมนตัม (Impulse and momentum)

การคล คือ การที่เมื่อวัตถุมีการเคลื่อนที่มีการเปลี่ยนแปลงความเร็วแล้วทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงโมเมนตัมในช่วงเวลาสั้นๆ แล้วเราเรียกโมเมนตัมที่เปลี่ยนแปลงไปเช่นนี้ว่า การคลนั่นเอง พิจารณาจากกฎข้อที่ 2 ของนิวตัน

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

$$\int_{t_i}^{t_f} \vec{F} dt = \int_{p_i}^{p_f} d\vec{p}$$

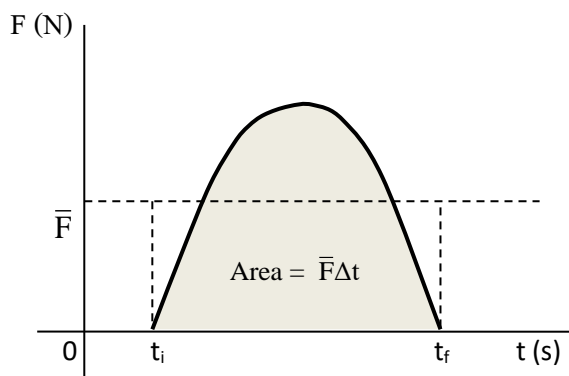
จะได้

$$\text{การคล คือ} \quad \int_{t_i}^{t_f} \vec{F} dt = \vec{p}_f - \vec{p}_i \quad (7-7)$$

สมการที่ (7-7) มีความหมายว่า การคล (I) ของวัตถุใดๆ ที่ได้รับแรงกระทำมีค่าเท่ากับโมเมนตัมของวัตถุที่เปลี่ยนไป โดยที่ $I = \int_{t_i}^{t_f} \vec{F} dt$ นั่นคือ

$$I = \vec{p}_f - \vec{p}_i \quad (7-8)$$

ถ้าเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างแรงดล (Impulsive force, F) กับเวลา (t) จะได้กราฟดังภาพที่ 7.2



ภาพที่ 7.2 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างแรงดลกับเวลา

จากภาพที่ 7.2 สามารถหาแรงดลเฉลี่ย (\bar{F}) ได้ดังนี้

$$\bar{F} = \frac{1}{\Delta t} \int_{t_i}^{t_f} \bar{F} dt \quad (7-9)$$

$$\int_{t_i}^{t_f} \bar{F} dt = \bar{F} \Delta t$$

ดังนั้น
$$I = \bar{F} \Delta t \quad (7-10)$$

เนื่องจากแรงดลมีขนาดไม่คงตัว ดังนั้นในการหาค่าการดล จึงต้องหาจากผลคูณระหว่างแรงดลเฉลี่ยกับช่วงเวลา ดังสมการที่ (7-10)

ตัวอย่างในชีวิตประจำวันเช่น การที่เรากระโดดลงมาจากที่สูงหากเราไม่มีที่รองรับที่หนาและนุ่มพอ หรือมีความยืดหยุ่นก็จะทำให้เราบาดเจ็บ เนื่องจากแรงดลเฉลี่ยที่กระทำกับเรามีค่ามาก แต่หากเรายืดเวลาในการเกิดการดล ก็จะทำให้แรงดลเฉลี่ยมีค่าน้อยลงนั่นเอง

ตัวอย่างที่ 7.3 ในการทดสอบสมรรถนะของรถยนต์ ด้วยการขับรถซึ่งมีมวล 1500 กิโลกรัมด้วยความเร็วต้น 15 เมตรต่อวินาที ชนกำแพง ปรากฏว่าหลังการชนรถยนต์จะถอยหลังกลับด้วยความเร็ว 2.6 เมตรต่อวินาที ถ้าช่วงเวลาในการชนเกิดขึ้นภายในเวลา 0.15 วินาที จงหา

(ก) การดล

(ข) แรงดลเฉลี่ย

วิธีทำ (ก) การดล

การดล = โมเมนตัมที่เปลี่ยนไป

$$I = \vec{p}_f - \vec{p}_i = m\vec{v}_f - m\vec{v}_i$$

$$I = (1500\text{kg})(2.6\text{m/s}) - (1500\text{kg})(-15\text{m/s})$$

$$I = 26,400 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

(ข) แรงดลเฉลี่ย

$$F_{\text{av}} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$$

$$F_{\text{av}} = \frac{24600 \text{ kg} \cdot \text{m/s}}{0.15 \text{ s}}$$

$$F_{\text{av}} = 1.76 \times 10^5 \text{ N}$$

ตัวอย่างที่ 7.4 ยิงปืนกล 60 นัดต่อนาที โดยลูกปืนมีมวล 3 กรัมและมีอัตราเร็วเท่ากับ 500 เมตรต่อวินาทีจงหาแรงเฉลี่ย

วิธีทำ จาก

การดล = โมเมนตัมที่เปลี่ยนไป

$$\bar{F}\Delta t = \Delta mv$$

$$F_{\text{av}} = \frac{\Delta mv}{\Delta t}$$

$$F_{\text{av}} = \frac{(0.003\text{kg})(500\text{m/s})}{\frac{60}{60} \text{ s}}$$

$$F_{\text{av}} = 1.5 \text{ N}$$

ดังนั้นแรงเฉลี่ยมีค่าเท่ากับ 1.5 นิวตัน

7.3 การชนในหนึ่งมิติ (Collision in one dimension)

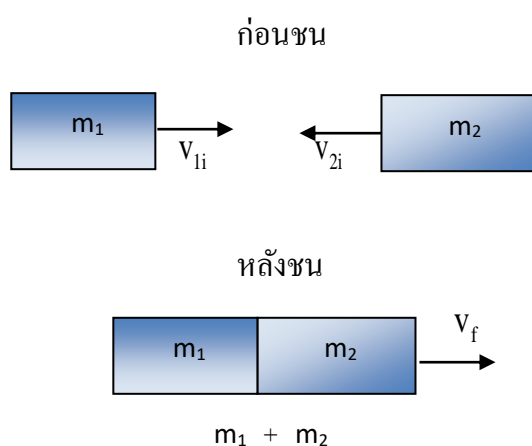
หลังจากในหัวข้อที่ผ่านมาเราได้ศึกษาเรื่องโมเมนตัมและการดลมาแล้วทำให้เราได้ทราบว่าเมื่อวัตถุมีการเคลื่อนที่นอกจากจะมีพลังงานจลน์แล้ว การเคลื่อนที่ของวัตถุยังทำให้เกิดโมเมนตัมและค่าของโมเมนตัมจะขึ้นอยู่กับแรงที่มากระทำด้วย โดยความสัมพันธ์จะเป็นไปตามกฎการเคลื่อนที่ของนิวตันทั้งสามข้อ สำหรับในหัวข้อนี้เราจะมาศึกษาพฤติกรรมอีกแบบหนึ่ง นั่นคือการชนของวัตถุ เช่น เมื่อมีอนุภาคสองชนิดเคลื่อนที่เข้ามาชนกันเราสามารถพิจารณาลักษณะของการชนที่เกิดขึ้น โดยใช้พลังงานจลน์ และ โมเมนตัมของวัตถุ การชนนั้นมีหลายแบบ แต่ละแบบมีลักษณะต่างกัน แบ่งออกได้เป็น 2 แบบ คือ การชนแบบไม่ยืดหยุ่น และการชนแบบยืดหยุ่น ดังนี้

7.3.1 การชนแบบไม่ยืดหยุ่น (Inelastic collision)

ลักษณะของการชนแบบไม่ยืดหยุ่นในหนึ่งมิติสามารถพิจารณาได้ตามภาพที่ 7.3 โดยการชนแบบไม่ยืดหยุ่นมีเงื่อนไขที่สำคัญคือ

1. ผลรวมของโมเมนตัมก่อนชนจะเท่ากับผลรวมของโมเมนตัมหลังชน นั่นคือมีการอนุรักษ์โมเมนตัม
2. มีการสูญเสียพลังงานจลน์หลังการชน นั่นคือไม่มีการอนุรักษ์พลังงานจลน์หรือผลรวมของพลังงานจลน์ก่อนและหลังการชนไม่เท่ากัน
3. หลังการชนวัตถุจะติดกันไป

พิจารณาลักษณะการชนดังภาพที่ 7.3



ภาพที่ 7.3 การชนกันของวัตถุมวล m_1 และ m_2 แบบไม่ยืดหยุ่น

พิจารณาจากภาพจะได้

ผลรวมของโมเมนตัมก่อนชน = ผลรวมของโมเมนตัมหลังชน

$$m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = (m_1 + m_2) v_f \quad (7-11)$$

$$v_f = \frac{m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i}}{(m_1 + m_2)} \quad (7-12)$$

ตัวอย่างที่ 7.5 รถยนต์คันที่หนึ่งมวล (m_1) 1500 กิโลกรัม วิ่งไปทางทิศตะวันออกด้วยอัตราเร็ว (v_{1i}) 25 เมตรต่อวินาที ชนกับรถคันที่สองซึ่งเป็นรถกระบะมวล (m_2) 2500 กิโลกรัมที่กำลังเคลื่อนที่ไปทางทิศเหนือด้วยความเร็ว (v_{2i}) 20 เมตรต่อวินาที จงคำนวณหา

- (ก) ความเร็วของรถทั้งสอง ถ้าหลังชนรถทั้งสองติดกัน
 (ข) มุมที่ความเร็วของรถทั้งสองทำกับแนวของถนน

วิธีทำ (ก) ความเร็วของรถทั้งสอง ถ้าหลังชนรถทั้งสองติดกัน

จากสมการที่ (7-11) พิจารณาการเคลื่อนที่ในแนวแกน x จะได้ว่า

$$\begin{aligned} m_1 v_{1x} + m_2 v_{2x} &= (m_1 + m_2) v_{fx} \cos \theta \\ (1500\text{kg})(25\text{m/s}) + 0 &= (1500\text{kg} + 2500\text{kg})(v_f \cos \theta) \\ 3.75 \times 10^4 \text{kg} \cdot \text{m/s} &= (4000\text{kg})(v_f \cos \theta) \end{aligned} \quad (1)$$

พิจารณาการเคลื่อนที่ในแนวแกน y จะได้ว่า

$$\begin{aligned} m_1 v_{1y} + m_2 v_{2y} &= (m_1 + m_2) v_{fy} \sin \theta \\ 0 + (2500\text{kg})(20\text{m/s}) &= (1500\text{kg} + 2500\text{kg})(v_f \sin \theta) \\ 5 \times 10^4 \text{kg} \cdot \text{m/s} &= (4000\text{kg})(v_f \sin \theta) \end{aligned} \quad (2)$$

นำ $\frac{(2)}{(1)}$ จะได้

$$\begin{aligned} \frac{5 \times 10^4 \text{ kg} \cdot \text{m/s}}{3.75 \times 10^4 \text{ kg} \cdot \text{m/s}} &= \tan \theta \\ \theta &= \tan^{-1}(1.33) = 53.1^\circ \end{aligned}$$

และจากสมการ (2) จะได้

$$5 \times 10^4 \text{ kg} \cdot \text{m/s} = (4000\text{kg})(v_f \sin 53.1^\circ)$$

$$v_f = \frac{5 \times 10^4 \text{ kg} \cdot \text{m/s}}{4000 \text{ kg} (\sin 53.1^\circ)}$$

$$v_f = 15.6 \text{ m/s}$$

ความเร็วของรถทั้งสอง ถ้าหลังชนรถทั้งสองคิดกัน 15.6 เมตรต่อวินาที

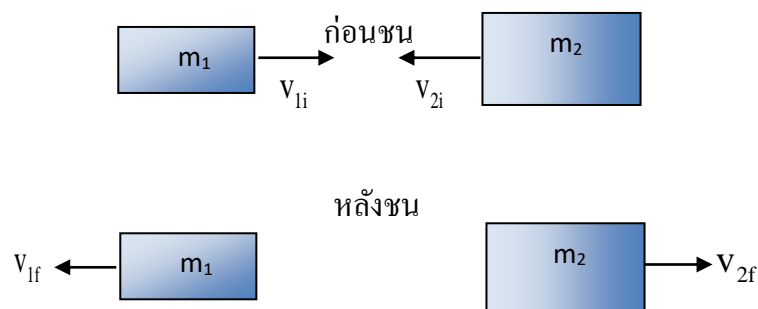
(ข) มุมที่ความเร็วของรถทั้งสองทำกับแนวของถนนเท่ากับ 53.1 องศา

7.3.2 การชนแบบยืดหยุ่น (Elastic collision)

ลักษณะการชนแบบยืดหยุ่นในหนึ่งมิติจะมีเงื่อนไขในการชนที่สำคัญดังต่อไปนี้

1. ผลรวมของโมเมนตัมก่อนการชนจะเท่ากับผลรวมของโมเมนตัมหลังการชน นั่นคือมีการอนุรักษ์โมเมนตัม
2. ผลรวมของพลังงานจลน์ก่อนชนเท่ากับผลรวมของพลังงานจลน์หลังการชน นั่นคือมีการอนุรักษ์พลังงานจลน์
3. เมื่อชนกันแล้ว วัตถุทั้งสองชนิดที่ชนกันจะแยกออกจากกัน

พิจารณาลักษณะการชนแบบยืดหยุ่นแสดงดังภาพที่ 7.4



ภาพที่ 7.4 การชนกันแบบยืดหยุ่นสมบูรณ์ของวัตถุ m_1 และ m_2 แบบยืดหยุ่น

พิจารณาจากภาพจะได้

(1) ผลรวมของโมเมนตัมก่อนชน = ผลรวมของโมเมนตัมหลังชน

$$m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f} \quad (7-13)$$

(2) ผลรวมของพลังงานจลน์ก่อนชน = ผลรวมของพลังงานจลน์หลังชน

$$\frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2i}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_{1f}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2f}^2 \quad (7-14)$$

คูณด้วย 2 ตลอดสมการที่ (7-14) จะได้

$$\begin{aligned} m_1 v_{1i}^2 + m_2 v_{2i}^2 &= m_1 v_{1f}^2 + m_2 v_{2f}^2 \\ m_1 (v_{1i}^2 - v_{1f}^2) &= + m_2 (v_{2f}^2 - v_{2i}^2) \\ m_1 (v_{1i} - v_{1f})(v_{1i} + v_{1f}) &= m_2 (v_{2f} - v_{2i})(v_{2f} + v_{2i}) \end{aligned} \quad (7-15)$$

จากสมการ (7-13) จะได้

$$\begin{aligned} m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} &= m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f} \\ m_1 (v_{1i} - v_{1f}) &= m_2 (v_{2f} - v_{2i}) \end{aligned} \quad (7-16)$$

นำ $\frac{(7-15)}{(7-16)}$ จะได้

$$\begin{aligned} (v_{1i} + v_{1f}) &= (v_{2f} + v_{2i}) \\ v_{1i} - v_{2i} &= v_{2f} - v_{1f} \\ v_{1i} - v_{2i} &= -(v_{1f} - v_{2f}) \end{aligned} \quad (7-17)$$

สมการที่ (7-17) แสดงให้เห็นว่า ความเร็วสัมพัทธ์ก่อนชนเท่ากับความเร็วสัมพัทธ์หลังชน แต่ทิศตรงกันข้าม

$$\left. \begin{aligned} v_{1f} &= \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \right) v_{1i} + \left(\frac{2m_2}{m_1 + m_2} \right) v_{2i} \\ v_{2f} &= \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2} \right) v_{1i} + \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \right) v_{2i} \end{aligned} \right\} \quad (7-18)$$

ตัวอย่างที่ 7.6 ลูกบิลเลียด 2 ลูกวิ่งเข้าชนกันแบบยืดหยุ่น โดยลูกหนึ่ง m_1 มีความเร็วต้นเท่ากับ 0.75 เมตรต่อวินาที และอีกลูกหนึ่ง m_2 มีความเร็วเท่ากับ -0.43 เมตรต่อวินาที จงหาความเร็วของลูกบิลเลียดทั้งสองหลังชน

วิธีทำ จาก กฎการอนุรักษ์โมเมนตัม

ผลรวมของโมเมนตัมก่อนชน = ผลรวมของโมเมนตัมหลังชน

$$m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f}$$

$$m(0.75\text{m/s}) + m(-0.43\text{m/s}) = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f}$$

$$0.32 \text{ m/s} = v_{1f} + v_{2f} \quad (1)$$

และ ผลรวมของพลังงานจลน์ก่อนชน = ผลรวมของพลังงานจลน์หลังชน

$$\frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2i}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_{1f}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2f}^2$$

$$\frac{1}{2} m(0.75\text{m/s})^2 + \frac{1}{2} m(-0.43\text{m/s})^2 = \frac{1}{2} m_1 v_{1f}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2f}^2$$

$$0.74 = v_{1f}^2 + v_{2f}^2 \quad (2)$$

จากสมการ (1) และ (2) จะได้ $0.74 = v_{1f}^2 + (0.32 - v_{1f})^2$

$$2v_{1f}^2 - 0.64v_{1f} - 0.645 = 0$$

$$v_{1f} = \frac{0.64 \pm \sqrt{(0.64)^2 - 4(2)(-0.645)}}{2(2)}$$

แทนค่า v_{1f} ในสมการ (1) จะได้ $v_{1f} = -0.43 \text{ m/s}$ หรือ $v_{1f} = 0.75 \text{ m/s}$

นั่นก็คือถ้า $v_{1f} = -0.43 \text{ m/s}$ จะได้ $v_{2f} = 0.75 \text{ m/s}$

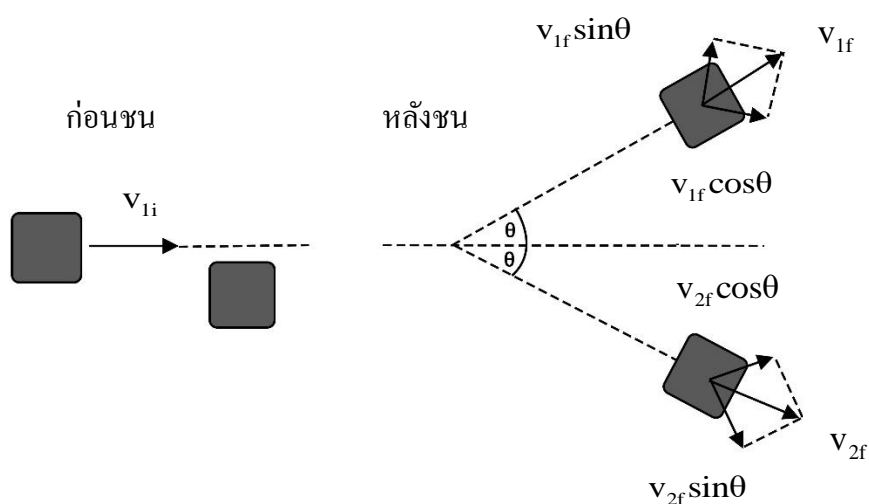
7.4 การชนแบบยืดหยุ่นใน 2 มิติ (Elastic collision in two dimensions)

จากหัวข้อที่ผ่านมาเรื่องการชนในหนึ่งมิติมาแล้ว หลังจากที่เกิดการชนแล้วลักษณะการเคลื่อนที่ของอนุภาคหรือวัตถุที่ชน มักจะไม่เป็นไปตามแนวระดับหรือแนวตั้งอย่างใดอย่างหนึ่ง แต่ลักษณะการเคลื่อนที่หลังจากการชนจะเคลื่อนที่ไปทุกทิศทางซึ่งขึ้นอยู่กับทิศทางของแรงที่มากระทำ วิธีแก้ปัญหาคollision แบบนี้เราจะใช้หลักการเดียวกันกับการแก้ปัญหาคollision แบบหนึ่งมิตินั่นก็คือ เราต้องแยกค่าปริมาณต่างๆ ที่เกิดจากการเคลื่อนที่เข้าตามแกน x และแกน y หลังจากนั้นก็ใช้วิธีรวมแบบเวกเตอร์

หลักการอนุรักษ์โมเมนตัมเมื่อวัตถุชนกันแบบ 2 มิติ

$$m_1 u_{1x} + m_2 u_{2x} = m_1 v_{1x} + m_2 v_{2x} \quad (7-19)$$

$$m_1 u_{1y} + m_2 u_{2y} = m_1 v_{1y} + m_2 v_{2y} \quad (7-20)$$



ภาพที่ 7.5 การชนแบบยืดหยุ่นใน 2 มิติของวัตถุ

พิจารณาจากภาพที่ 7.5

จะได้ $v_{1x} = v_1 \cos \theta_1$

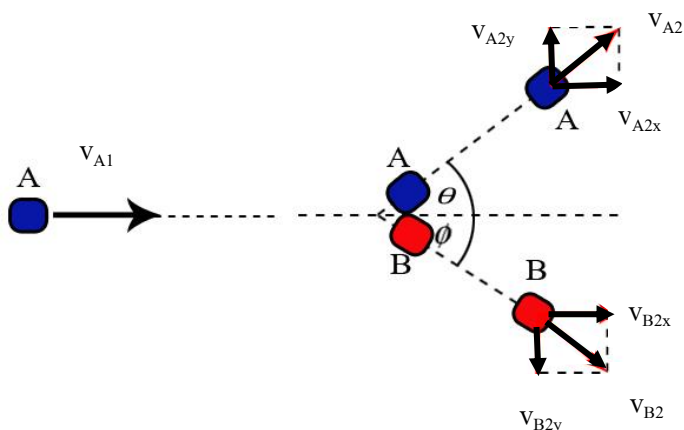
และ $v_{2x} = v_2 \cos \theta_2$

และจากหลักการอนุรักษ์โมเมนตัมจะได้

$$\text{ตามแกน } x \quad m_1 u_1 = (m_1 v_1 \cos \theta_1) + (m_2 v_2 \cos \theta_2) \quad (7-21)$$

$$\text{ตามแกน } y \quad 0 = (m_1 v_1 \sin \theta_1) + (m_2 v_2 \sin \theta_2) \quad (7-22)$$

ตัวอย่างที่ 7.7 ลูกเหล็ก 2 ลูกเคลื่อนที่เข้าชนกันบนพื้นระดับที่ไม่มีแรงเสียดทาน กำหนดให้ลูกเหล็ก A มีมวล 5 กิโลกรัมเคลื่อนที่ด้วยความเร็วต้น $v_{A1} = 2$ เมตรต่อวินาที บนแกน x ชนกับลูกเหล็ก B มวล 3 กิโลกรัมหยุดนิ่งอยู่กับที่ หลังจากการชน ความเร็วสุดท้าย $v_{A2} = 1$ เมตรต่อวินาที ทำมุม $\theta = 30^\circ$ กับแกน x ความเร็วสุดท้ายของ B จะเป็นเท่าไร



ภาพที่ 7.6 แผนภาพโมเมนตัมของตัวอย่าง 7.7

วิธีทำ ลักษณะการชนเกิดขึ้นบนระนาบ เวลาคำนวณการเปลี่ยน โมเมนตัมจะต้องแยกเป็นแกน x และ y ออกจากกัน เนื่องจากโมเมนตัมรวมของระบบคงที่สำหรับบนแกน x จะได้

$$\text{โมเมนตัมก่อนชนบนแกน } x = \text{โมเมนตัมหลังชนบนแกน } x$$

$$(5\text{kg})(2\text{m/s}) + (3\text{kg})(0) = (5\text{kg})(1\text{m/s})(\cos 30^\circ) + (3\text{kg})v_{B2x}$$

แก้สมการ จะได้

$$v_{B2x} = 1.9 \text{ m/s}$$

สำหรับแกน y จะได้

$$(5\text{kg})(0) + (3\text{kg})(0) = (5\text{kg})(1\text{m/s})(\sin 30^\circ) + (3\text{kg})v_{B2y}$$

แก้สมการ จะได้

$$v_{B2y} = -0.83 \text{ m/s}$$

ขนาดและทิศทางของ v_{B2} หาได้จาก

$$v_{B2} = \sqrt{(1.9\text{m/s})^2 + (-0.83\text{m/s})^2}$$

$$= 2.07 \text{ m/s}$$

มุม ϕ วัดจากแกน x หาได้จาก

$$\phi = \tan^{-1} \frac{-0.83\text{m/s}}{1.9\text{m/s}}$$

$$= -24^\circ$$

เครื่องหมายลบ แสดงว่าวัดตามเข็มนาฬิกาจากแกน x

บทสรุป

ปริมาณ โมเมนตัมเป็นปริมาณทางฟิสิกส์ที่อธิบายถึงลักษณะการชนกันของวัตถุตั้งแต่สองชนิดขึ้นไปซึ่งจะทำให้ความเร็วของวัตถุตั้งแต่สองชนิดนั้นเปลี่ยนแปลงไป โดยการชนนั้นแบ่งออกเป็นสองชนิดคือการชนแบบยืดหยุ่นเมื่อชนแล้ววัตถุจะกระเด็นออกจากกัน และการชนแบบไม่ยืดหยุ่นเมื่อการชนแล้ววัตถุจะเคลื่อนที่ติดกันไปสำหรับการชนแบบยืดหยุ่นนั้นจะมีการอนุรักษ์พลังงานจลน์นั่นคือผลรวมของพลังงานจลน์ก่อนและหลังการชนมีค่าเท่ากัน ส่วนการชนแบบไม่ยืดหยุ่นไม่มีการอนุรักษ์พลังงานจลน์ และการชนทั้งสองแบบนี้จะมีการอนุรักษ์โมเมนตัมเหมือนกัน

แบบฝึกหัด

1. ลูกปืนมวล 10 g ถูกยิงเข้าในกล่องมวล 5 กิโลกรัม หลังจากนั้นกล่องที่มีลูกปืนฝังในเคลื่อนที่ไปด้วยอัตราเร็ว 0.6 เมตรต่อวินาทีจงคำนวณหาอัตราเร็วของลูกปืนก่อนกระทบกับกล่อง
2. ลูกบอลมวล 0.145 กิโลกรัม ลูกหนึ่งกำลังเคลื่อนที่ในทิศ +y ด้วยอัตราเร็ว 1.3 เมตรต่อวินาที และลูกเทนนิสมวล 0.057 kg ลูกหนึ่งกำลังเคลื่อนที่ในทิศ -y ด้วยอัตราเร็ว 7.8 เมตรต่อวินาที จงหาขนาดและทิศของโมเมนตัมทั้งหมดของระบบลูกบอลสองลูกนี้
3. ลูกบอลมวล 0.16 กิโลกรัม กำลังเคลื่อนที่ไปบนผิวน้ำแข็งแนวระดับลื่นที่ $t = 0$ โดยลูกบอลเคลื่อนที่ไปทางขวาด้วยความเร็วเร็ว 3 เมตรต่อวินาที
 - ก) จงหาความเร็วของลูกบอล (ขนาดและทิศทาง) หลังจากทีแรง 25 นิวตันทิศไปทางขวาได้ทำต่อลูกบอลนาน 0.05 วินาที
 - ข) ถ้าแรงขนาด 12 N ซึ่งมีทิศไปทางซ้ายทำแทนจาก $t = 0$ ถึง $t = 0.05$ วินาทีจงหาความเร็วสุดท้ายของลูกบอล
4. กวินและเกสรกำลังสเกตไปด้วยกันบนลานสเกตที่อัตราเร็ว 3 เมตรต่อวินาทีที่กวินถามเกสร อยู่ นั้นแหละว่าเธอหนักเท่าไร? เกสรรำคาญมากก็เลยผลักตัวจากนายกวิน ทำให้เธอมีอัตราเร็วเป็น 4 เมตรต่อวินาทีและกวินมีอัตราเร็วลดลงเป็น 2.25 เมตรต่อวินาทีในทิศเดียวกัน แรงเสียดทานมีขนาดน้อยมากถ้ากวินหนัก 700 นิวตัน จงหาน้ำหนักของเกสร
5. สมชายกำลังยืนอยู่บนแผ่นน้ำแข็งแห่งหนึ่ง มีแรงเสียดทานน้อยมากระหว่างเท้าของสมชายกับน้ำแข็ง ถ้าสมศรีโยนลูกบอลมวล 0.4 กิโลกรัมซึ่งกำลังเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็ว 10 เมตรต่อวินาทีใส่สมชายและสมชายมีมวล 70 กิโลกรัม
 - ก) ถ้าสมชายรับลูกบอล สมชายและลูกบอลจะเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็วเท่าใด
 - ข) ถ้าลูกบอลโดนสมชายและกระเด็นออกจากหน้าอกของสมชายและทำให้ลูกบอลเคลื่อนที่ออกไปในแนวระดับด้วยอัตราเร็ว 8.0 เมตรต่อวินาทีในทิศตรงข้าม อัตราเร็วของสมชายมีค่าเท่าใด
6. เมื่อเราอยู่ที่ศูนย์ควบคุมเครื่องเร่งอนุภาคและกำลังส่งลำโปรตอนอัตราเร็ว 1.50×10^7 เมตรต่อวินาที(มวล m) ไปยังเป้าก๊าซของธาตุที่ไม่รู้ชนิด เครื่องตรวจจับบอกว่โปรตอนบางอนุภาคกระดอนย้อนกลับทางเดิมหลังชนกับนิวเคลียสของธาตุที่ไม่รู้ชนิดนี้ โปรตอนเหล่านี้เคลื่อนที่

กลับด้วยอัตราเร็ว 1.20×10^7 เมตรต่อวินาทีสมมติว่าอัตราเร็วเดิมของนิวเคลียสที่เป็นเป้ามีขนาดน้อยมากและการชนเป็นแบบยืดหยุ่น

ก) จงหามวลของนิวเคลียสของธาตุที่ไม่รู้ชนิดนี้หนึ่งอนุภาค ให้ตอบในรูปของมวลโปรตอน

ข) อัตราเร็วทันทีหลังการชนของนิวเคลียสที่ไม่รู้ชนิดนี้มีค่าเท่าใด

7. โคร่งแขวนมวล 0.15 กิโลกรัม อันหนึ่งเมื่อแขวนจากขดสปริงชนิดหนึ่งทำให้สปริงขดนั้นยืดออก 0.05 เมตรปล่อยให้มันคืนน้ำมันมวล 0.2 กิโลกรัมก้อนหนึ่งจากหยุดนิ่งจากที่สูง 30 เซนติเมตรลงมาบนโคร่ง จงหาว่าโคร่งยืดลงมามากที่สุดจากตำแหน่งเดิมเท่าใด
8. ลูกปืนมวล 12 กรัม ถูกยิงฝังอยู่ในก้อนไม้มวล 100 กรัม ซึ่งอยู่นิ่งบนพื้นระนาบทำให้ก้อนไม้ไถลไป 7.5 เมตร ก่อนที่จะหยุดเคลื่อนที่ ถ้าสัมประสิทธิ์ความต้านทานระหว่างผิวสัมผัสเป็น 0.65 จงหาอัตราเร็วของลูกปืนในทันทีทันใดก่อนชน

เอกสารอ้างอิง

- ก่องกัญจน์ ภัทรากาญจน์ และชนกาญจน์ ภัทรากาญจน์, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. (2552). ฟิสิกส์ 1 ตัวอย่างและโจทย์พร้อมคำเฉลย. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- คณาจารย์ภาควิชาฟิสิกส์, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. (2549). ฟิสิกส์ 1. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- เชิญโชค ศรขวัญ และคณะ, มหาวิทยาลัยมหิดล. (2546). ฟิสิกส์ทั่วไป 1. กรุงเทพฯ: คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหิดล.
- ทวี นิมอ้อย, มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์. (2541). ฟิสิกส์พื้นฐานระดับมหาวิทยาลัย 1. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์.
- ปรเมษฐ์ ปัญญาเหล็ก, มหาวิทยาลัยศรีปทุม. (2553). ปฏิบัติการฟิสิกส์ 1. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์มหาวิทยาลัยศรีปทุม.
- สุชาติ สุภาพ, มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลธัญบุรี. (2558). ฟิสิกส์ทั่วไป. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์ทริปเฟล็ด เอ็ดดูเคชั่น.
- Fraser, G. (2006). **The New Physics for the Twenty-First Century**. Cambridge: Cambridge University Press.
- Serway, R.A., Vuille, C., and Hughes, J. (2015). **College Physics 10th ed**. Stamford: Cengage Learning.
- Thornton, T.S., and Rex, A. (2013). **Modern Physics for Scientists and Engineers 4th ed**. Boston: Brooks/Cole- Cengage Learning.
- Young, H.D., and Freedman, R.A. (2016). **Sear's & Zemansky's University Physics with Modern Physics 14th ed**. Essex: Pearson Education Limited.