MAGNETIC FORCES AND MAGNETIC FIELDS

3

แรงแม่เหล็กและสนามแม่เหล็ก

แม่เหล็กและอำนาจแม่เหล็กเป็นสาขาที่สำคัญมากสาขาหนึ่งในฟิสิกส์และในปัจจุบันได้นำเอาความรู้เกี่ยวกับแม่เหล็กไฟฟ้ามาใช้ประโยชน์กันอย่างกว้างขวาง กล่าวคือมนุษย์ได้นำเอาวัสดุแม่เหล็กมาสร้างอุปกรณ์ต่างๆ มากหมาย อาทิเช่น มิเตอร์ มอเตอร์ และลำโพรง รวมถึงเทปบันทึกเสียงและวีดีโอ ตลอดจนฮาร์ดดิสเก็บข้อมูลของคอมพิเตอร์ นอกจากนี้ยังมีการนำสนามแม่เหล็กมาประยุกต์ใช้ทางการแพทย์โดยนำมาสร้างอุปกรณ์สำหรับสแกนร่างกายมนุษย์ (MRI) เป็นต้น ดังนั้นเราจึงควรมีความรู้ ความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับ วัสดุแม่เหล็ก อำนาจแม่เหล็ก สนามแม่เหล็กและแรงแม่เหล็ก

ในเอกสารบทนี้จะอธิบายเกี่ยวกับวัสดุแม่เหล็กและสนามแม่เหล็ก แรงแม่เหล็กและทอร์คบนตัวนำที่มีกระแสไฟฟ้า การเคลื่อนที่ของประจุในสนามแม่เหล็ก สนามแม่เหล็กเนื่องจากกระแสไฟฟ้า รวมถึงกฎของบิโอต์-ซาวาร์ต และกฎของแอมแปร์

3.1 วัสดุแม่เหล็กและสนามแม่เหล็ก

3.1.1 วัสดุแม่เหล็ก

วัสดุแม่เหล็ก (magnetic material) คือ วัตถุใดๆ ที่อำนาจทางแม่เหล็ก (magnetism) คือสามารถดึงดูดวัตถุอื่นๆ ที่เป็นสารประกอบเหล็กได้ สารแม่เหล็กที่มีอยู่ในธรรมชาติซึ่งถูกค้นพบครั้งแรก คือ แมกเนไทต์ (Fe_3O_4) ทั้งนี้โดยทั่วไป เราจะพบวัตถุแม่เหล็กอยู่ในแท่งสี่เหลี่ยมหรือตัวยูเกือกม้า ดังแสดงในภาพที่ 3.1

ภาพที่ 3.1 วัตถุที่มีอำนาจแม่เหล็ก

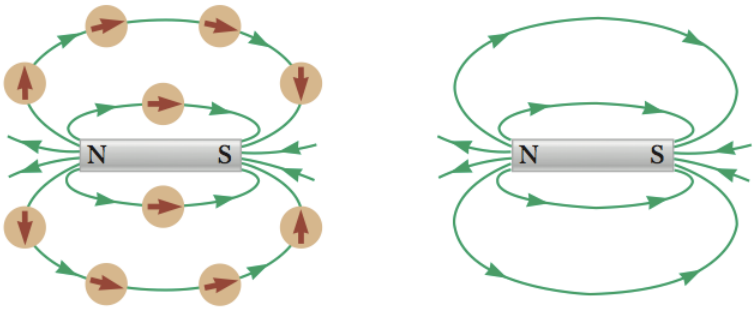
ภาพที่ 3.1 แสดงแท่งแม่เหล็กจะเห็นว่าประกอบด้วยสองขั้วคือขั้วเหนือ (north pole ;N) และขั้วใต้ (south pole ; S) และไม่สามารถแบ่งแยกจากกันได้ ทั้งนี้ถ้านำแท่งแม่เหล็กสองอันเข้ามาใกล้กันจะพบว่าแท่งแม่เหล็กทั้งสองจะดึงดูดกันหรือผลักกันขึ้นอยู่กับขั้วของแม่เหล็กที่นำมาเข้าใกล้กัน โดยที่ถ้าเป็นขั้วชนิดเดียวกันจะผลักกัน แต่ถ้าเป็นขั้วต่างชนิดกันจะดึงดูดกัน นอกจากนี้สสารหรือวัตถุที่มีอำนาจแม่เหล็กยังสามารถดูดโลหะชิ้นเล็กๆได้ ซึ่งโดยธรรมชาติแล้วแม่เหล็กจะวางตัวอยู่ในแนวเหนือ - ใต้ เสมอ ดังนั้นมนุษย์จึงใช้สนามแม่เหล็กในการบอกทิศในการเดินทางทั้งนี้เราจะวัสดุแม่เหล็ก แบ่งออกเป็นสามประเภท ใหญ่ๆ คือ

1. เฟอโรแมกเนติก (ferromagnetic) หมายถึง วัตถุที่มีความเป็นแม่เหล็ก แม้ว่าจะไม่มีสนามแม่เหล็กภายนอกมากระทำกับวัตถุนั้น อาทิเช่น เหล็ก โคบอล และนิเกิล
2. พาราแมกเนติก (paramagnetic) หมายถึง วัตถุที่มีความเป็นแม่เหล็กได้เล็กน้อยเมื่อมีสนามแม่เหล็กภายนอกมากระทำแต่จะมีความเป็นแม่เหล็กสูงขึ้นตามอุณหภูมิ(อุณหภูมิคูรีย์) อาทิเช่น อลูมิเนียม แคลเซียม และ แพลททินัม
3. ไดอาแมกเนติก (diamagnetic) หมาถึง วัตถุที่มีอำนาจแม่เหล็กน้อยมากแม้ว่าจะมีสนามแม่เหล็กสูงภายนอกมากระทำ อาทิเช่น น้ำ

ค.ศ. 1819 ฮานส์ คริสเตียน เออร์สเตด (Hans Christian Oersted) นักฟิสิกส์ชาวเดนมาร์กได้ศึกษาอำนาจแม่เหล็กอย่างจริงจังและพบว่า เมื่อนำเข็มทิศไปวางไว้ใกล้ตัวนำที่มีกระแสไฟฟ้าไหลผ่านเข็มทิศจะเบนไปจากเดิมซึ่งแสดงให้ว่ากระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านตัวนำนั้นสามารถทำให้เกิดสนามแม่เหล็กในตัวนำนั้นๆ ได้ และ ต่อมา ไมเคิล ฟาราเดย์ (Michael Faraday) นักฟิสิกส์ชาวอังกฤษ ได้ทำการศึกษากระแสไฟฟ้าในขดลวดเหนี่ยวนำและสรุปเป็นกฎเหนี่ยวนำของฟาราเดย์ ต่อจากนั้น เจมส์ คลาร์ก แมกซ์เวลล์ (James Clerk Maxwell) ได้สรุปความสัมพันธ์ของไฟฟ้าและแม่เหล็ก และตั้งเป็นทฤษฎีทางไฟฟ้าและแม่เหล็ก ได้สำเร็จ รียกว่า สมการของแมกซ์เวลล์

3.2.2 สนามแม่เหล็ก

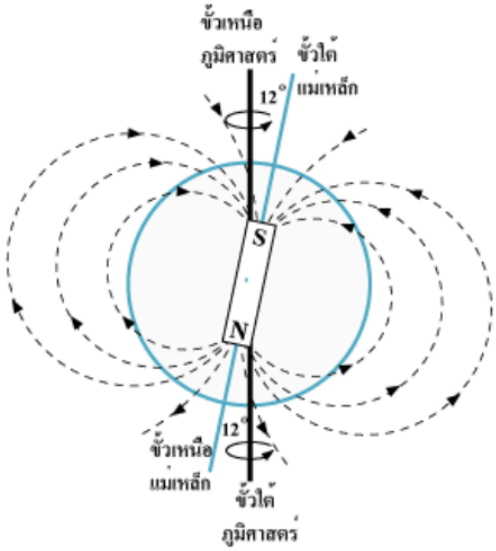
สนามแม่เหล็ก (magnetic field ; $\vec{B}$) เป็น ปริมาณเวกเตอร์เหมือนกับสนามไฟฟ้า $\vec{E}$ แต่สนามแม่เหล็กจะเป็นวงรอบปิดเสมอโดยมีทิศทางจากพุ่งออกจากขั้วเหนือ(N) ไปยังขั้วใต้ (S) เสมอ ซึ่งเราสามารถแสดงให้เห็นทิศทางของสนามแม่เหล็กโดยใช้ เข็มทิศทางรอบๆ แท่งแม่เหล็กแล้วสังเกตการเบนของปลายเข็มทิศ ดังภาพที่ 3.2



ภาพที่ 3.2 ทิศของสนามแม่เหล็ก (College Physics, 9 edition, Raymond A. Serway ; 650)

สนามแม่เหล็ก มีหน่วยเป็น เทสลา (Tesla ; $\mathbf{T}$) หรือ เวเบอร์ต่อตารางเมตร ($\mathbf{Wb/m^2}$) และเกาส์ (Gauss ; $\mathbf{G}$) ซึ่ง 1.0 เทสลา หรือ 1.0 เวเบอร์ต่อตารางเมตร จะมีค่าเท่ากับ 10^4 เกาส์ ทั้งนี้สนามแม่เหล็กของโลกมีค่าประมาณ 10^{-5} เทสลา และสนามแม่เหล็กที่มนุษย์สามารถสร้างขึ้นได้ในห้องปฏิบัติการมีค่าประมาณ 10 เทสลา

ถ้าเรานำแท่งแม่เหล็กถาวรไปผูกไว้ในสนามแม่เหล็ก จะทำให้แท่งแม่เหล็กนั้นชี้ไปในแนวทิศเหนือ-ใต้ ตามขั้วสนามแม่เหล็กโลก ซึ่งปลายที่ชี้ไปทิศเหนือ เรียกว่า ขั้วเหนือ และปลายที่ชี้ไปทิศใต้ เรียกว่า ขั้วใต้ โดยเปรียบว่าโลกเป็นแท่งแม่เหล็กที่มีขั้วใต้อยู่ที่ ขั้วโลกเหนือและมีขั้วเหนืออยู่ที่ขั้วโลกใต้



ภาพที่ 3.3 ขั้วของสนามแม่เหล็กโลก สนามแม่เหล็กแลขั้วโลกทางภูมิศาสตร์
http://www.lesa.biz/earth/lithosphere/earth-structure/magnetosphere

3.2 แรงลอเรนตซ์

เมื่อประจุ q เคลื่อนที่ผ่านเข้าไปในบริเวณที่มีทั้งสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กจะมีแรงเนื่องจากสนามทั้งสองนั้นกระทำต่อประจุ q โดยเรียกแรงดังกล่าวว่า แรงโลเรนตซ์ (Lorentz force)

$$\vec{F}_L = \vec{F}_E + \vec{F}_B \tag{3.1}$$

เมื่อ $\vec{F}_E$ และ $\vec{F}_B$ คือ แรงทางไฟฟ้าและแรงแม่เหล็ก ตามลำดับ

3.2.1 แรงทางไฟฟ้า

ถ้าวางประจุไฟฟ้า q ที่ตำแหน่งใดๆ ในบริเวณที่มีสนามไฟฟ้า $\vec{E}$ จะมีแรงทางไฟฟ้า $\vec{F}_E$ กระทำต่อประจุไฟฟ้าดังกล่าว โดยที่ $\vec{F}_E$ จะทิศทางเดียวกับสนามไฟฟ้า $\vec{E}$ และขนาดของแรงทางไฟฟ้าจะเป็นไปตามสมการ

$$F_E = qE \tag{3.2}$$

เมื่อ E คือขนาดของสนามไฟฟ้า และ q มีขนาดเท่ากับ $1.6\text{x}10^{-19}$ คูลอมบ์

3.2.2 แรงแม่เหล็ก

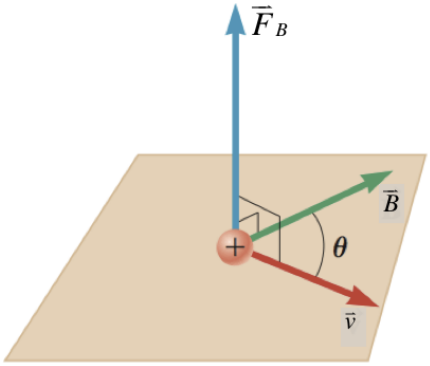
ถ้าประจุไฟฟ้า q เคลื่อนที่เข้าสู่บริเวณที่มีสนามแม่เหล็ก $\vec{B}$ ด้วยความเร็ว $\vec{v}$ แล้วจะเกิดแรงเนื่องจากสนามแม่เหล็กกระทำบนประจุนั้น เรียกว่า“แรงแม่เหล็ก $\vec{F}_B$ (magnetic force)” ซึ่งเป็นไปตามสมการ

$$\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B} \tag{3.3}$$

และขนาดของแรงแม่เหล็ก F_B หาได้จาก

$$F_B = qvB\sin\theta \tag{3.4}$$

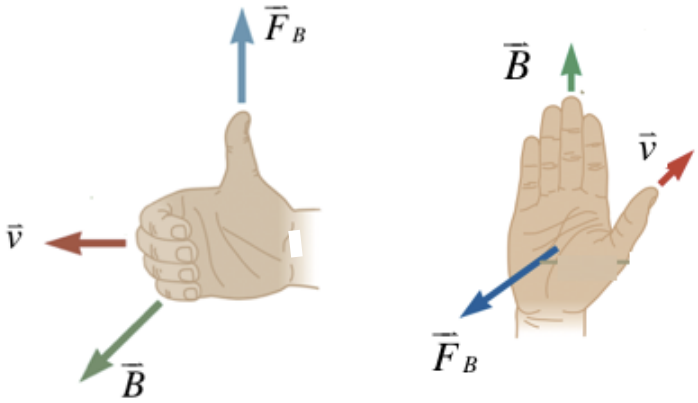
เมื่อ $\vec{F}_B$ คือ แรงแม่เหล็กซึ่งมีทิศตั้งฉากกับระนาบของความเร็ว $\vec{v}$ และสนามแม่เหล็ก $\vec{B}$ v คือ อัตราเร็วของการเคลื่อนที่ของประจุไฟฟ้า B คือ ขนาดหรือความเข้มของสนามแม่เหล็ก และ θ คือมุมระหว่าง $\vec{v}$ และ $\vec{B}$



ภาพที่ 3.4 ทิศทางของแรงแม่เหล็ก $\vec{F}_B$ ที่กระทำต่อประจุบวกซึ่งกำลังเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว $\vec{v}$ ในสนามแม่เหล็ก $\vec{B}$ (College Physics, 9 edition, Raymond A. Serway ; 653)

สนามแม่เหล็กขนาด 1.0 เทสลา หมายถึง ความเข้มของสนามที่ทำให้เกิดแรง 1.0 นิวตัน ที่ทำให้ประจุขนาด 1.0 คูลอมบ์ ให้เคลื่อนที่ด้วยควมเร็ว 1.0 เมตรต่อวินาทีในทิศที่ตั้งฉากกับสนามแม่เหล็กนั้น และจากสมการ (3.4) เราจะได้ว่า ถ้าประจุเคลื่อนที่เข้าไปในสนามแม่เหล็กโดยมีทิศตั้งฉากกับสนามแม่เหล็กแล้ว ขนาดของแรงที่กระทำบนประจุนั้นจะมีค่าสูงสุด $F_{\max} = qvB$ เพราะ $\sin 90^\circ = 1$ แต่ถ้าประจุเคลื่อนที่เข้าไปในสนามแม่เหล็กโดยมีทิศทางขนานกับสนามแม่เหล็กแล้วแรงที่กระทำบนประจุนั้นจะมีค่าเป็น ศูนย์

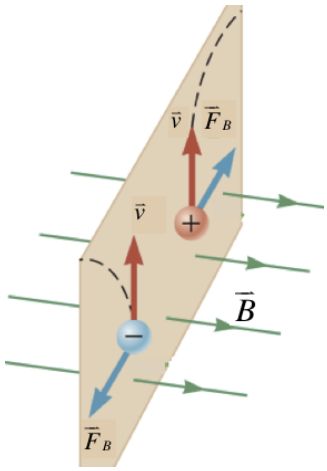
การหาทิศทางของแรงที่กระทำบน**ประจุบวก** (positive charge) ที่เคลื่อนที่เข้าไปในบริเวณที่มีสนามแม่เหล็กนั้นทำได้โดยใช้ **กฎมือขวา (right-hand rule)** ดังภาพที่ 3.5



ภาพที่ 3.5 กฎมือขวาแสดงทิศทางแรงแม่เหล็ก $\vec{F}_B$ ที่กระทำบนประจุบวกซึ่งกำลังเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว $\vec{v}$ ในสนามแม่เหล็ก $\vec{B}$

(Physics for Scientists and Engineers 8 edition, Serway&Jewett; 833)

ถ้าประจุที่เคลื่อนที่ในสนามแม่เหล็ก เป็น**ประจุลบ (negative charge)** เช่น อิเล็กตรอน เราก็สามารถใช้กฎมือขวาได้เช่นกัน แต่ทิศทางของแรงแม่เหล็ก $\vec{F}_B$ ที่เกิดขึ้นจะมีทิศตรงข้าม ดังแสดงในภาพที่ 3.6



ภาพที่ 3.6 ทิศทางของแรงแม่เหล็กที่กระทำบนประจุบวกและประจุลบ
(College Physics, 9 edition, Raymond A. Serway ; 653)

ตัวอย่างที่ 3.1 ถ้าโปรตอนอนุภาคหนึ่งเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็ว 2.00×10^{7} เมตรต่อวินาที เข้าไปในแนวตั้งฉากกับบริเวณที่มีสนามแม่เหล็กขนาด 3.50×10^{-5} เทสลา แล้ว จงหาขนาดของแรงแม่เหล็กที่กระทำบนโปรตอนและเปรียบเทียบกับแรงเนื่องจากความโน้มถ่วงของโลกที่กระทำต่อโปรตอน (ประจุและมวลของโปรตรอนเท่ากับ 1.60×10^{-19} คูลอมบ์ และ 1.67×10^{-27} กิโลกรัม ตามลำดับ)

วิธีทำ ขนาดของแรงแม่เหล็ก $F_B = qvB\sin\theta$

$$= (1.60\times10^{-19}\text{C})(2.00\times10^{7}\text{m/s})(3.50\times10^{-5}\text{T})\sin 90^{\circ}$$

$$= 1.12\times10^{-16}\ \text{N}$$

ขนาดของแรงเนื่องจากความโน้มถ่วงของโลก $F_g = mg = (1.67\times10^{-27}\text{kg})(9.8\text{m/s})$

$$= 1.64\times10^{-26}\ \text{N}$$

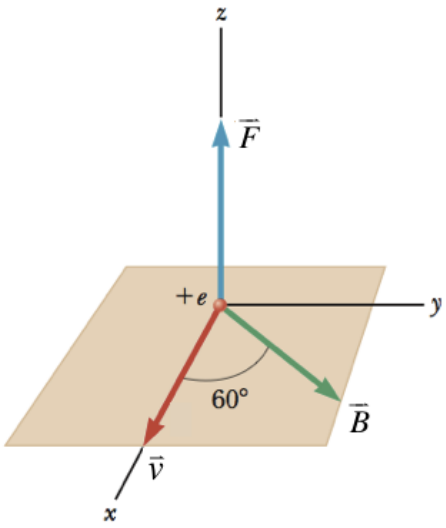
อัตราส่วนของขนาดของแรงแม่เหล็กต่อแรงเนื่องจากความโน้มถ่วงของโลกที่กระทำต่อโปรตอน

$$\frac{F_B}{F_g} = \frac{1.12\times10^{-16}}{1.64\times10^{-26}} = 6.83\times10^{10}$$

ตัวอย่างที่ 3.2 ถ้าโปรตอนอนุภาคหนึ่งเคลื่อนด้วยวามเร็ว 8.00×10^{6} เมตรต่อวินาที ไปตามแนวแกน x เข้าไปในบริเวณที่มีสนามแม่เหล็กขนาด 2.50 เทสลาด้วยมุม 60 องศา ดังภาพที่ 3.7 จงหา

ก) ขนาดและทิศทางของแรงแม่เหล็กที่กระทำบนโปรตอน

ข) ความเร่งเริ่มต้นของโปรตอน



ภาพที่ 3.7 โปรตอนเคลื่อนที่ทำมุม 60 องศากับสนามแม่เหล็ก

วิธีทำ ก) หาทิศทางของแรงแม่เหล็ก จากกฎมือขวา

พบว่า มีทิศไปตามแนวแกน z และหาขนาดของแรงแม่เหล็ก จาก $F_B = qvB\sin\theta$

$$F_B = (1.60\times10^{-19}\text{C})(8.00\times10^{6}\text{m/s})(2.50\text{T})\sin60^{\circ}$$

$$= 2.77\times10^{-12}\ \text{N}$$

ข) หาความเร่งเริ่มต้นของโปรตอน จาก กฎข้อสองของนิวตัน $F = ma$ จะได้

$$2.77\times10^{-12}\text{N} = (1.67\times10^{-27}\,kg)a$$

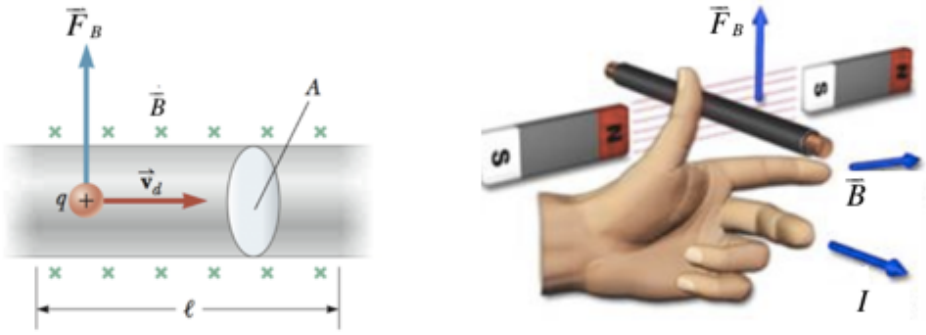
จะได้ $$a = \frac{2.77\times10^{-12}\text{N}}{1.67\times10^{-27}\,kg} = 1.66\times10^{15}\ \text{m/s}$$

ตอบ แรงแม่เหล็กขนาด 2.77×10^{-12} นิวตัน มีทิศไปทางแกน z

3.3 แรงแม่เหล็กและทอร์คบนตัวนำที่มีกระแสไฟฟ้า

3.3.1 แรงแม่เหล็กเนื่องจากกระแสไฟฟ้า

ถ้าให้กระแสไฟฟ้า I แก่ลวดตัวนำยาว ℓ ซึ่งวางอยู่ในบริเวณที่มีสนามแม่เหล็ก $\vec{B}$ แล้ว จะมีแรงแม่เหล็ก $\vec{F}_B$ กระทำบนประจุที่กำลังเคลื่อนที่อยู่ในลวดตัวนำนั้นๆ ดังภาพที่ 3.8(ก)



(ก) (ข)

ภาพที่ 3.8 ก) ทิศทางของแรงแม่เหล็กเนื่องจากกระแสไฟฟ้า และ ข) กฎมือซ้ายของเฟลมมิง (College Physics, 9 edition, Raymond A. Serway ; 656)

จากแรงแม่เหล็ก $\vec{F}_B = q\vec{v}\times\vec{B}$ และ $\vec{v} = \vec{\ell}/t$ เมื่อ $\vec{\ell}$ คือเวกเตอร์ที่แสดงทิศทางของ ℓ

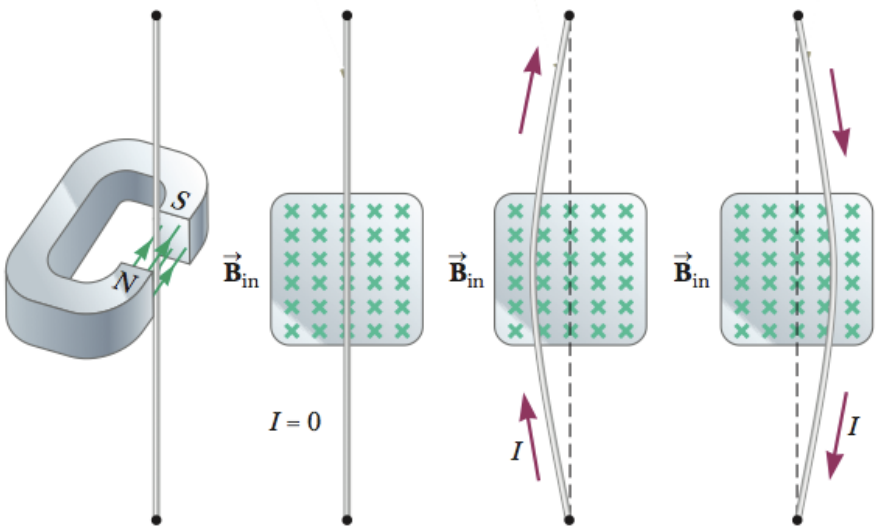
จะได้ $\vec{F}_B = \frac{q}{t}\left(\vec{\ell}\times\vec{B}\right)$ เมื่อ $I = \frac{dq}{dt} = \frac{q}{t}$ และ $\vec{\ell}\times\vec{B} = \ell B\sin\theta$

ดังนั้นจะขนาดของแรงแม่เหล็กบนลวดตัวนำเนื่องจากมีกระแสไฟฟ้าไหลผ่าน จึงหาได้จาก

$$F_B = I\ell B\sin\theta \qquad (3.5)$$

เมื่อ ทิศทางของแรงแม่เหล็ก หาได้โดยใช้ **กฎมือซ้ายของเฟลมมิง** ดังภาพที่ 3.8(ข)

เมื่อวางลวดตัวนำตรงยาวไว้ในบริเวณที่มีสนามแม่เหล็ก $\vec{B}$ พุ่งเข้า จากภาพที่ 3.9(ก) จะเห็นว่า ถ้าไม่มีกระแสไฟฟ้าไหลในลวดตัวนำ ($I = 0$) จะไม่แรงกระทำต่อลวดตัวนำ เพราะลวดตัวนำยังคงสภาพเดิม แต่ถ้ามีกระแสไฟฟ้าไหลในลวดตัวนำดังภาพที่ 3.9(ข)-(ค) จะเห็นว่ามีแรงกระทำบนลวดตัวนำทำให้ลวดตัวนำโค้งงอไปจากแนวเดิม โดยทิศทางของแรงแม่เหล็ก และกระแสไฟฟ้า เป็นไปตามกฎมือซ้าย



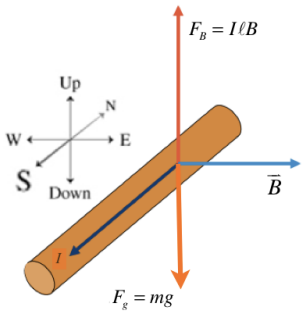
(ก) (ข) (ค)

ภาพที่ 3.9 สนามแม่เหล็ก แรงแม่เหล็กและกระแสไฟฟ้าในลวดตัวนำ

(Physics for Scientists and Engineers 8 edition, Serway&Jewett; 843)

ตัวอย่างที่ 3.3 นำลวดตัวนำมวล 50.0 กรัม ยาว 10.0 เซนติเมตร ไปวางในแนวเหนือ-ใต้ ในบริเวณที่มีสนามแม่เหล็กสม่ำเสมอในแนวตะวันออก–ตะวันตก และเมื่อให้กระแสไฟฟ้า 20.0 แอมแปร์แก่ลวดตัวนำโดยให้กระแสไหลจากทิศเหนือไปทิศใต้ ปรากฏว่าลวดตัวนำสามารถลอยนิ่งอยู่กับที่ในบริเวณที่มีสนามแม่เหล็กนั้นได้ จงหาขนาดและทิศทางของสนามแม่เหล็กดังกล่าว

วิธีทำ เนื่องกระแสไฟฟ้า I ไหลจากทิศเหนือไปทิศใต้ และ $\vec{F}_B$ ต้องมีทิศไปด้านบน เท่านั้น ดังนั้น จากกฎมือซ้ายของเฟลมมิงจะได้ว่า สนามแม่เหล็ก $\vec{B}$ มีทิศทางจากตะวันตกไปตะวันออก และเส้นลวดตัวนำจะลอยนิ่งอยู่กับที่ได้ ก็ต่อเมื่อ ขนาดของแรงแม่เหล็ก $\vec{F}_B$ มีค่าเท่ากับขนาดของแรง เนื่องจากความโน้มถ่วง $\vec{F}_g$ แต่มีทิศตรงข้ามกัน นั่นคือ $F_B = F_g$



หรือ $I\ell B = mg$ ดังนั้นจะได้

$$B = \frac{mg}{I\ell} = \frac{(50.0\times10^{-3}kg)(9.8\text{m/s}^2)}{(20.0)(0.10\text{m})} = 245\text{mT}$$

ตอบ สนามแม่เหล็กขนาด 245 มิลลิเทสลาโดยมีทิศทางจากตะวันตกไปตะวันออก

ตัวอย่างที่ 3.4 ลวดตัวนำทองแดงเส้นหนึ่งมีความหนาแน่น 8.92×10^{3} กิโลกรัมต่อลูกบาศก์เมตร ยาว 36.0 เมตร มีกระแสไฟฟ้าไหลจากทิศตะวันออกไปยังทิศตะวันตก ขนาด 22.0 แอมแปร์ และถ้าตัวนำวางอยู่ในบริเวณที่มีสนามแม่เหล็กสม่ำเสมอขนาด 5.00×10^{-2} มิลลิเทสลามีทิศจากทิศใต้ไปยังทิศเหนือแล้วจงหา

ก) ขนาดและทิศทางของแรงแม่เหล็กบนลวดตัวนำ

ข) ขนาดของแรงเนื่องจากความโน้มถ่วง ถ้าลวดตัวนำมีพื้นที่หน้าตัด 2.50×10^{-6} ตารางเมตร

วิธีทำ ก) หาขนาดของแรงแม่เหล็ก จาก $F_B = I\ell B\sin\theta$

จะได้ $$F_B = (22.0\text{A})(36.0\text{m})(5.00\times10^{-5}\text{T})\sin 90^\circ$$

$$= 3.96\times10^{-2}\ \text{N}$$

หาทิศทางได้จากกฎมือซ้ายของเฟลมมิง จะได้ แรงแม่เหล็กมีทิศขึ้นด้านบน

ข) ขนาดของแรงเนื่องจากความโน้มถ่วง จาก $F_g = mg$

เมื่อ $\rho = m/V$ และ $V = A\ell$ (ปริมาตรของลวดตัวนำ) ดังนั้นจะได้

$$m = \rho\ell A = \left(8.92\times10^{3}\frac{kg}{\text{m}^3}\right)(36.0\text{m})\left(2.50\times10^{3-6}\text{m}^3\right)$$

$$= 0.803\ kg$$

ดังนั้นจะได้ $F_g = mg = 0.803kg\left(9.80\,\text{m/s}^2\right)$

$$= 7.87\ \text{N}$$

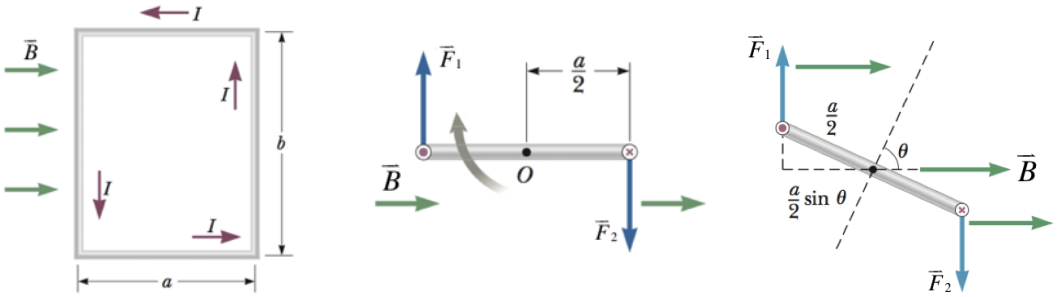
ตอบ แรงแม่เหล็กมีขนาดเท่ากับ 3.96×10^{-2} นิวตัน ทิศขึ้นด้านบน

แรงเนื่องจากความโน้มถ่วงมีขนาดเท่ากับ 7.87 นิวตัน ทิศพุ่งลงสู่ศูนย์กลางโลก

3.3.2 ทอร์คบนตัวนำที่มีกระแสไฟฟ้า

พิจารณาลวดตัวนำขดเป็นสี่เหลี่ยมมุมฉากซึ่งวางอยู่ในบริเวณที่มีสนามแม่เหล็กสม่ำเสมอ และมีกระแสไฟฟ้า I ไหลอยู่ในตัวนำ ดังภาพที่ 3.10 (ก) แรงแม่เหล็กที่กระทำบนขดลวดด้าน a มีค่าเป็น ศูนย์ เพราะลวดตัวนำขนานกับสนามแม่เหล็ก แต่ขนาดของแรงแม่เหล็กที่กระทำลวดตัวนำด้าน b หาได้จาก

$$F_1 = F_2 = IbB \tag{3.6}$$



(ก) (ข) (ค)

ภาพที่ 3.10 ก) ขดลวดตัวนำสี่เหลี่ยมกว้าง b ยาว a วางอยู่ในสนามแม่เหล็ก ข) ทอร์ครอบจุด O และทิศทางของแรงแม่เหล็ก และ ค) ระนาบของตัวนำทำมุม θ ใดๆ กับสนามแม่เหล็ก (College Physics, 9 edition, Raymond A. Serway ; 659)

จากภาพที่ 3.10(ข) จะเห็นว่า แรงแม่เหล็ก $\vec{F}_1$ (แรงที่กระทำทางด้านซ้ายของขดลวดตัวนำ) มีทิศพุ่งออกจากกระดาษ แต่แรงแม่เหล็ก $\vec{F}_2$ (แรงที่กระทำทางด้านขวาของขดลวดตัวนำ) มีทิศพุ่งเข้ากระดาษซึ่งแรงแม่เหล็กทั้งสองจึงทำให้ขดลวดหมุนรอบจุด O ในทิศตามเข็มนาฬิกา ดังนั้น แรงทั้งสองจึงทำให้เกิด ทอร์ค (Torque ; τ) ที่มีขนาดสูงสุด เป็น

$$\tau_{\max} = F_1\frac{a}{2} + F_2\frac{a}{2} = IbB\frac{a}{2} + IbB\frac{a}{2} = IabB \tag{3.7}$$

เมื่อ $a/2$ คือ แขนโมเมนต์ของแรงแม่เหล็กทั้งสอง และกำหนดให้ $A = ab$ ดังนั้นจะได้

$$\tau_{\max} = IAB \tag{3.8}$$

สมการ (3.8) เกิดขึ้นเมื่อระนาบของขดลวดตัวนำหนึ่งรอบซึ่งมีกระแสไฟฟ้า I และพื้นที่หน้าตัด A วางอยู่ในแนวขนานกับสนามแม่เหล็กเท่านั้น แต่ถ้าระนาบของขดลวดตัวนำ ทำมุม θ กับสนามแม่เหล็ก ดังภาพที่ 3.1(ค) แล้ว เราจะหา ขนาดของทอร์คได้จาก

$$\tau = IAB\sin\theta \qquad (3.9)$$

เมื่อ θ คือมุมระหว่างระนาบของขดลวดตัวนำกับสนามแม่เหล็ก

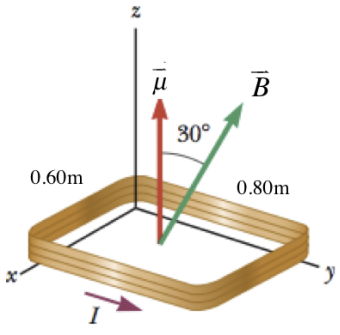
ถ้าลวดตัวนำขดเป็นรูปทรงใดๆ โดยสามารถหาพื้นที่หน้าตัดได้เป็น A จำนวน N รอบ แล้วทอร์คแม่เหล็กที่เกิดขึ้น สามารถหาได้จาก

$$\tau = NIAB\sin\theta \qquad (3.10)$$

เมื่อ $\mu = NIA$ คือขนาดของ $\vec{\mu}$ **โมเมนต์แม่เหล็ก (magnetic moment)** ดังนั้นจะได้

$$\tau = \mu B\sin\theta \qquad (3.11)$$

ตัวอย่างที่ 3.5 ขดลวดตัวนำจำนวน 10 รอบขดเป็นรูปสี่เหลี่ยมขนาดv 0.80×0.60 เมตร วางอยู่ในระนาบ xy ถ้าให้กระแสไฟฟ้า 3.5 แอมแปร์แก่ขดลวดดังกล่าว จงหา ก) ขนาดของโมเมนต์แม่เหล็ก และ ข) ขนาดของทอร์คเมื่อขดลวดทำมุม 30 องศา กับสนามแม่เหล็กขนาด 50 ไมโครเทสลา



วิธีทำ ก) หาขนาดของโมเมนต์แม่เหล็ก จาก $\mu = NIA$

จะได้ $\mu = (10)(1.5\text{A})(0.80\text{m})(0.60\text{m})$

$= 7.2\ \text{A-m}^2$

ข) หาขนาดของทอร์ค จาก $\tau = \mu B\sin\theta$

จะได้ $\tau = (7.2\ \text{A-m}^2)(50\times10^{-6}\text{T})\sin30^\circ$ (College Physics, 660)

$= 1.8\times10^{2}\ \text{N-m}$

ตอบ โมเมนต์แม่เหล็ก คือ 7.2 แอมแปร์-ตารางเมตร และทอร์ค คือ 1.8×10^{2} นิวตัน-เมตร

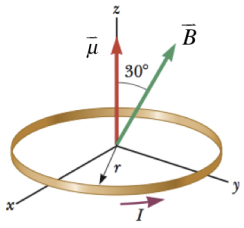
ตัวอย่างที่ 3.6 ขดลวดตัวนำวงกลมรัศมี 14.0 เซนติเมตร ถ้าให้กระแสไฟฟ้า 150 มิลลิแอมแปร์แก่ขดลวดดังกล่าว จงหา ก) ขนาดของโมเมนต์แม่เหล็ก และ ข) ขนาดของทอร์คเมื่อขดลวดทำมุม 30 องศา กับสนามแม่เหล็กขนาด 0.550 มิลลิเทสลา

วิธีทำ พื้นที่วงกลม $A = \pi R^2 = \pi(0.14)^2 = 6.16\times10^{-2}\ \text{m}^2$

ก) หาขนาดของโมเมนต์แม่เหล็ก จาก $\mu = NIA$

จะได้ $\mu = (1)(150\times10^{-3}\text{A})(6.16\times10^{-2}\text{m}^2)$

$= 9.24\times10^{-3}\ \text{A-m}^2$



(College Physics, 660)

ข) หาขนาดของทอร์ค จาก $\tau = \mu B\sin\theta$

จะได้ $\tau = (9.24\times10^{-3}\text{A-m}^2)(0.550\times10^{-3}\text{T})\sin30^\circ$

$= 2.54\times10^{-6}\ \text{N-m}$

ตอบ โมเมนต์แม่เหล็ก 9.24×10^{-3} แอมแปร์-ตารางเมตร และทอร์ค 2.54×10^{-6} นิวตัน-เมตร

3.4 การเคลื่อนที่ของประจุไฟฟ้าในสนามแม่เหล็ก

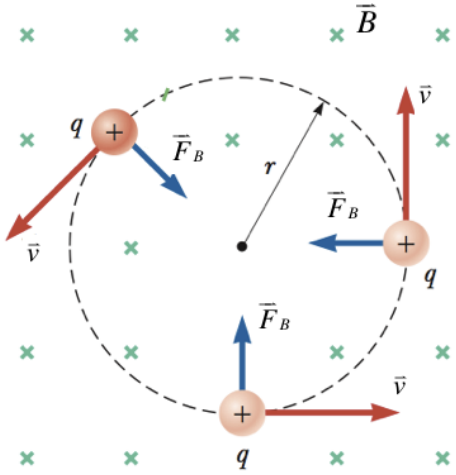
การเขียนทิศทางของสนามแม่เหล็กบนกระดาษนั้น เราจะใช้เครื่องหมาย × แทน สนามแม่เหล็กพุ่งเข้าตั้งฉาก และ • แทน สนามแม่เหล็กพุ่งออกตั้งฉากกับกระดาษ และความหนาแน่นของเครื่องหมาย × หรือ • แสดงถึงความเข้มหรือขนาดของสนามแม่เหล็ก นั่นคือถ้าเครื่องหมาย × หรือ • อยู่ใกล้ชิดกันมากแสดงว่าสนามแม่เหล็กมีค่ามากกว่าเครื่องหมาย × หรือ • อยู่ไกลกัน

(ก) (ข)

ภาพที่ 3.11 สัญลักษณ์แทนทิศของสนามแม่เหล็ก ก) พุ่งออกจากกระดาษ และ ข) พุ่งเข้ากระดาษ (Physics for Scientists and Engineers 8 edition, Serway&Jewett; 835)

3.4.1 ประจุเคลื่อนที่ตั้งฉากกับสนามแม่เหล็ก

พิจารณากรณีที่อนุภาคที่มีประจุบวกกำลังเคลื่อนที่อยู่ในบริเวณที่มีสนามแม่เหล็กสม่ำเสมอโดยมีทิศทางของความเร็วตั้งฉากกับสนามแม่เหล็กที่มีทิศพุ่งเข้ากระดาษ ดังภาพที่ 3.12



ภาพที่ 3.12 ประจุบวกกำลังเคลื่อนที่เป็นวงกลมและตั้งฉากกับสนามแม่เหล็ก
(College Physics, 9 edition, Raymond A. Serway ; 662)

การที่อนุภาคใดๆ จะเคลื่อนที่เป็นวงกลมอยู่ในสนามแม่เหล็กได้นั้น ขนาดของแรงแม่เหล็กที่กระทำบนประจุ $F_B = qvB$ จะต้องเท่ากับขนาดของแรงหนีศูนย์กลาง $F_C = mv^2/R$ นั้นคือ

$$qvB = \frac{mv^2}{R} \tag{3.12}$$

ดังนั้นจะได้

$$R = \frac{mv}{qB} \tag{3.13}$$

เมื่อ R คือ รัศมีของวงโคจรมีหน่วยเป็น เมตร (m)

จากสมการ (3.13) จะเห็นว่า รัศมีของวงโคจรจะเป็นแปรผันตรงกับโมเมนตัม (mv) แต่จะแปรผกผันกับความเข้มของสนามแม่เหล็ก B และความถี่เชิงมุม (ω) และ คาบ (T) ข องการเคลื่อนที่ของอนุภาค หาได้จากสมการ (3.13) $R = mv/qB$ จะได้ $qB = mv/R$ และจาก $v = \omega R$ จะได้ $qB = m\omega$ ดังนั้นจะได้

$$\omega = \frac{qB}{m} \tag{3.14}$$

ดังนั้นจะเห็นได้ว่า ความถี่เชิงมุมไม่ขึ้นกับความเร็วและรัศมีวงโคจร แต่จะขึ้นกับความเข้มของสนามแม่เหล็กเท่านั้นและจาก $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$ จะได้ คาบ (T) และความถี่ไซโคตรรอน f_{cyc}

$$T = \frac{2m\pi}{qB} \tag{3.15}$$

และ $$f_{cyc} = \frac{qB}{m} \tag{3.16}$$

ตัวอย่างที่ 3.7 โปรตอนอนุภาคหนึ่งมีพลังงานจลน์ 5.20 เมกะอิเล็กตรอนโวลต์ วิ่งเข้าไปในในแนวตั้งฉากกับบริเวณที่มีสนามแม่เหล็กคงที่ขนาด 1.50 มิลลิเทสลา จงหาขนาดของแรงที่กระทำต่ออนุภาคโปรตอนและขนาดของความเร่งของโปรตอน

วิธีทำ พลังงานจลน์ 1.00 อิเล็กตรอนโวลต์ ($1.00eV$) มีค่าเท่ากับพลังงานจลน์ 1.60×10^{-19} จูล

ดังนั้นพลังงานจลน์ 5.20 เมกะอิเล็กตรอนโวลต์จะมีพลังงานจลน์ E_K เท่ากับ

$$E_K = \frac{(5.20\times10^6\, e\text{V})(1.60\times10^{-19}\,\text{J})}{1.00e\text{V}} = 8.32\times10^{-13}\ \text{J}$$

จากพลังงานจลน์ $$E_K = \frac{1}{2}mv^2$$

จะได้ $$8.32\times10^{-13}\,\text{J} = \frac{1}{2}(1.67\times10^{-27}\,kg)v^2$$

ซึ่งจะได้ ความเร็ว $$v = 3.16\times10^7\ \text{m/s}$$

หาขนาดของแรงแม่เหล็ก $$F_B = qvB$$
$$= (1.60\times10^{-19}\text{C})(3.16\times10^7\text{m/s})(1.50\times10^{-3}\text{T})$$
$$= 7.58\times10^{-15}\ \text{N}$$

หาขนาดของความเร่งของโปรตอน จาก กฎข้อสองของนิวตัน $F = ma$ จะได้

$$7.58\times10^{-12}\,\text{N} = (1.67\times10^{-27}\,kg)a$$

ดังนั้นจะได้ $$a = 4.70\times10^{15}\ \text{m/s}$$

ตอบ แรงขนาด 7.58×10^{-15} นิวตัน และขนาดของความเร่ง 4.70×10^{15} เมตรต่อวินาที

ตัวอย่างที่ 3.8 อิเล็กตรอนมีพลังงานจลน์ 15.0 อิเล็กตรอนโวลต์ โคจรเป็นวงกลมในระนาบที่ตั้งฉากกับสนามแม่เหล็กคงที่ขนาด 130 ไมโครเทสลา จงหา ก) รัศมีของวงโคจร ข) คาบและความถี่ของการเคลื่อนที่เมื่อมวลของอิเล็กตรอน เท่ากับ 9.11×10^{-31} กิโลกรัม

วิธีทำ จากพลังงานจลน์ $1.00eV$ มีค่าเท่ากับ 1.60×10^{-19} J

ดังนั้น พลังงานจลน์ $15.0eV$ จึงเท่ากับ $\dfrac{(15.0eV)(1.60\times10^{-19}\text{J})}{1.00eV} = 2.40\times10^{-18}\text{J}$

หาความเร็ว จากพลังงานจลน์ $E_K = \dfrac{1}{2}mv^2$

ซึ่งจะได้ ความเร็ว $v = \sqrt{\dfrac{2E_K}{m}} = \sqrt{\dfrac{2(2.40\times10^{-18}\text{J})}{9.11\times10^{-31}kg}} = 2.30\times10^{6}$ m/s

ก) หารัศมีวงโคจร จาก $R = \dfrac{mv}{qB} = \dfrac{(9.11\times10^{-31}kg)(2.30\times10^{6}\text{m/s})}{(1.60\times10^{-19}\text{C})(1.30\times10^{-4}\text{T})}$

$= 0.101$ m หรือ 10.1 cm

ข) หาคาบของการเคลื่อนที่ จาก $T = \dfrac{2m\pi}{qB}$ (หรือจาก $T = \dfrac{2\pi}{\omega} = \dfrac{2\pi R}{v}$)

จะได้ $T = \dfrac{2(9.11\times10^{-31}kg)\pi}{(1.60\times10^{-19}\text{C})(1.30\times10^{-4}\text{T})}$

$= 2.75\times10^{-7}$ s

หาความถี่ของการเคลื่อนที่ $f = \dfrac{1}{T} = \dfrac{1}{2.75\times10^{-7}\text{s}}$

$= 3.64\times10^{6}$ Hz

$= 3.64$ MHz

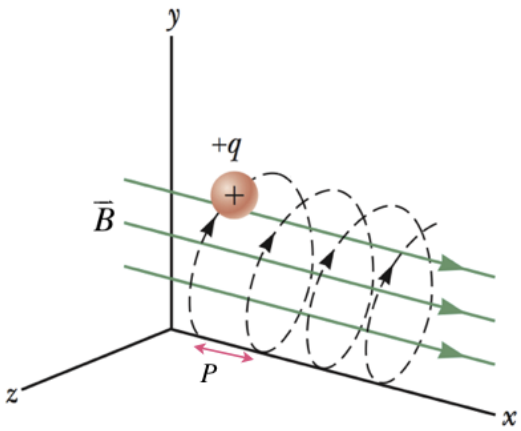
ตอบ รัศมีของวงโคจร เท่ากับ 10.1 เซนติเมตร

คาบ เท่ากับ 2.75×10^{-7} วินาที และความถี่ เท่ากับ 3.64 เมกะเฮิรตซ์

3.4.2 ประจุเคลื่อนที่โดยทำมุมใดๆ กับสนามแม่เหล็ก

ถ้าอนุภาคเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงตัวและทำมุม θ ใดๆ ซึ่งไม่ตั้งฉาก หรือไม่ขนานกับสนามแม่เหล็กแล้ว อนุภาคจะเคลื่อนที่เป็นเกลียวที่มีรัศมีคงตัวเท่ากันตลอด ดังภาพที่ 3.13 นั้น ความเร็วของการเคลื่อนที่ของอนุภาคนั้นจะแบ่งออกเป็นสองส่วน คือ

1. ความเร็วในแนวตั้งฉากกับสนามแม่เหล็ก $\vec{v}_y$ ซึ่งทำให้อนุภาคเคลื่อนที่เป็นวงกลม
2. ความเร็วในแนวขนานกับสนามแม่เหล็ก $\vec{v}_x$ ซึ่งทำให้อนุภาคเคลื่อนที่เป็นเกลียวไปในทิศขนานกับสนามแม่เหล็ก



ภาพที่ 3.13 การเคลื่อนที่เป็นเกลียวภายในสนามแม่เหล็กของประจุบวก
(College Physics, 9 edition, Raymond A. Serway ; 662)

จาก $F_B = qvB\sin\theta$ เมื่อ $\theta \neq 90^\circ$ และ $F_C = mv_y^2/R$

เมื่อ $v_x = v\cos\theta$ และ $v_y = v\sin\theta$ จะได้ $qvB\sin\theta = m(v\sin\theta)^2/R$

ดังนั้นจะได้รัศมีของวงโคจร

$$R = \frac{mv\sin\theta}{qB} \tag{3.17}$$

หาคาบของการเคลื่อน (เวลาของการเคลื่อนที่เกลียวครบหนึ่งรอบ) จาก $T = 2\pi R/v_y$ จะได้

$$T = \frac{2\pi m}{qB} \tag{3.18}$$

หาระยะห่างระหว่างเกลียว P ได้จาก $P = v_x T$ ดังนั้น จะได้

$$P = \frac{2\pi mv\cos\theta}{qB} \tag{3.19}$$

ตัวอย่างที่ 3.9 อิเล็กตรอนตัวหนึ่งกำลังเคลื่อนที่อยู่สนามแม่เหล็กคงตัวขนาด 1.50 มิลลิเทสลา ด้วยด้วยอัตราเร็ว 3.50×10^{6} เมตรต่อวินาทีและทำมุม 30 องศากับสนามแม่เหล็กดังกล่าว จงหา

ก) รัศมีของวงโคจร

ข) คาบของการโคจร

ค) ระยะห่างระหว่างเกลียว

วิธีทำ ก) หารัศมีวงโคจร จาก $R = mv\sin\theta/qB$ เมื่อ $\sin 30^{\circ} = 0.5$

จะได้ $$R = \frac{(9.11\times10^{-31}kg)(3.50\times10^{6}\text{m/s})(0.5)}{(1.60\times10^{-19}\text{C})(1.50\times10^{-3}\text{T})}$$

$$= 6.64\times10^{-3}\ \text{m}$$

$$= 6.64\ \text{mm}$$

ข) หาคาบของการโคจร จาก $T = \frac{2m\pi}{qB}$

จะได้ $$T = \frac{2(9.11\times10^{-31}kg)\pi}{(1.60\times10^{-19}\text{C})(1.50\times10^{-3}\text{T})}$$

$$= 2.38\times10^{-8}\ \text{s}$$

$$= 23.8\ \text{ns}$$

ค) หาระยะห่างระหว่างเกลียว จาก $P = \frac{2\pi mv\cos\theta}{qB}$ เมื่อ $\cos 30^{\circ} = 0.87$

จะได้ $$P = \frac{2\pi(9.11\times10^{-31}kg)(3.50\times10^{6}\text{m/s})(0.87)}{(1.60\times10^{-19}\text{C})(1.50\times10^{-3}\text{T})}$$

$$= 7.25\times10^{-2}\ \text{m}$$

$$= 7.25\ \text{cm}$$

ตอบ รัศมีของวงโคจร เท่ากับ 6.64 มิลลิเมตร

คาบของการโคจร เท่ากับ 23.8 นาโนวินาที

ระยะห่างระหว่างเกลียว เท่ากับ 7.25 เซนติเมตร

3.5 สนามแม่เหล็กเนื่องจากกระแสไฟฟ้า

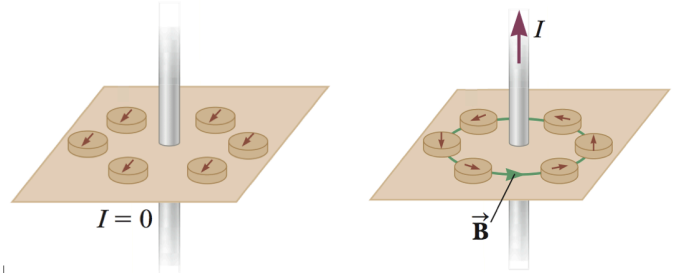
เออร์สเตด (Oersted ; 182) พบว่าถ้าให้กระแสไฟฟ้าไหลผ่านตัวนำ จะเกิดสนามแม่เหล็กรอบๆ ตัวนำนั้นๆ โดยขนาดของสนามแม่เหล็กจะขึ้นกับลักษณะของตัวนำ ซึ่งสามารถสรุปได้ดังนี้

3.5.1 สนามแม่เหล็กบนตัวนำตรงยาว

การทดลองของเออสเตรดแสดงให้เห็นว่าเมื่อให้กระแสไฟฟ้าแก่ตัวนำตรงยาวจะเกิดสนามแม่เหล็กรอบๆ รอบตัวนำนั้น สังเกตได้จากเข็มทิศเบนออกไปจากแนวเดิม ดังภาพที่ 3.14 ซึ่งความเข้มของสนามแม่เหล็ก B จะแตกต่างกันไป โดยจะแปรตามปริมาณกระแสไฟฟ้า I แต่จะแปรผกผันกับระยะห่างจากตัวนำ r ดังนั้นจะได้ความเข้มหรือขนาดของสนามแม่เหล็ก

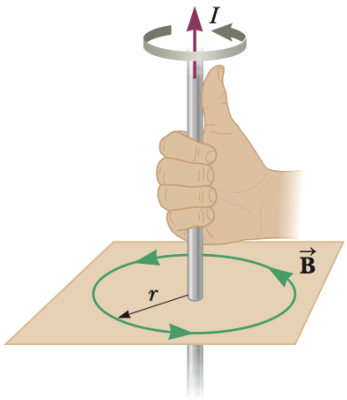
$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \tag{3.20}$$

เมื่อ $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\ \text{T-m/A}$ คือความสามารถในการแผ่ซ่านของอำนาจแม่เหล็กในสุญญากาศ



ภาพที่ 3.14 การทดลองของเออสเตด (College Physics, 9 edition, Raymond A. Serway ; 664)

การหาทิศทางของสนามเหล็กที่เกิดขึ้นรอบๆ ตัวนำตรงยาวนั้น เราสามารถทำได้โดยใช้มือขวากำรอบตัวนำนั้น โดยให้ **นิ้วหัวแม่มือ** แทนทิศทางการไหลของกระแสไฟฟ้าในตัวนำ และ **นิ้วทั้งสี่** แทน ทิศของสนามแม่เหล็ก $\vec{B}$ ดังภาพที่ 3.15



ภาพที่ 3.15 กฎมือขวา (College Physics, 9 edition, Raymond A. Serway ; 665)

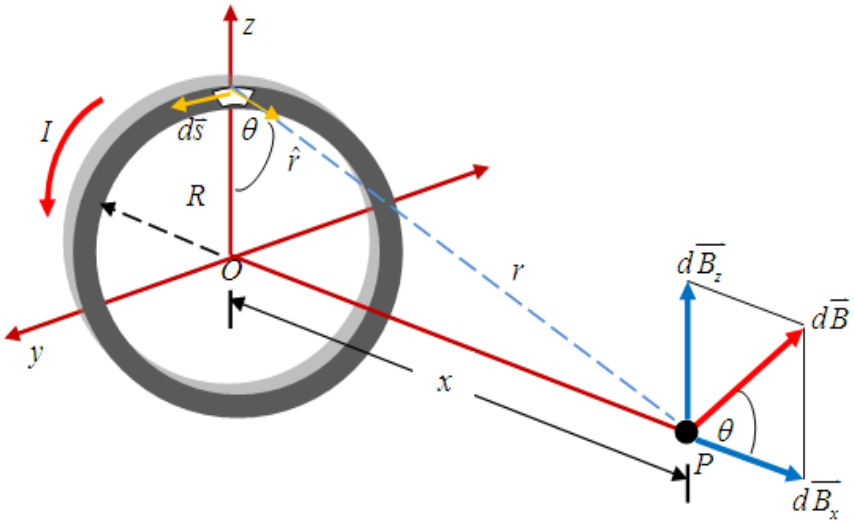
3.5.2 สนามแม่เหล็กบนขดลวดตัวนำวงกลม

เมื่อให้กระแสไฟฟ้าไหลในขดลวดตัวนำวงกลม n รอบ จะมีสนามแม่เหล็กรอบๆ ตัวนำ นั้น ซึ่งเราสามารถหาขนาดหรือความเข้มของสนามแม่เหล็ก ณ จุดศูนย์กลาง (จุด O) ของขดลวดตัวนำวงกลมที่มีรัศมี R ดังภาพที่ 3.16 ได้จาก

$$B = \frac{\mu_0 \mathrm{N} I}{2R} \tag{3.21}$$

เมื่อ $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\ \mathrm{T\text{-}m/A}$ และ N คือ จำนวนรอบของขดลวดตัวนำ

การหาทิศทางของสนามเหล็กที่เกิดขึ้น ณ จุดศูนย์กลางขดลวดตัวนำวงกลมทำโดยใช้ **มือขวา**กำตามรอบขดลดลวดวงกลม โดยให้ **นิ้วทั้งสี่** แทน ทิศทางการไหลของกระแสไฟฟ้า I ในขดลวดตัวนำวงกลม และ **นิ้วหัวแม่มือ** แทน ทิศของสนามแม่เหล็ก $\overline{B}$



ภาพที่ 3.16 สนามแม่เหล็กที่เกิดจากกระแสไฟฟ้า I ไหลในตัวนำวงกลม
(Physics for Scientists and Engineers 8 edition, Serway&Jewett; 866)

สนามแม่เหล็กที่อยู่ห่างจากจุดศูนย์กลาง เป็นระยะ x ใดๆ ที่จุด P ซึ่งอยู่ในแนวเดียวกับจุดศูนย์กลาง(จุด O)ของขดลวดตัวนำ โดยอยู่ห่างออกไปเป็นระยะ x ดังภาพที่ 3.16 หาได้จาก

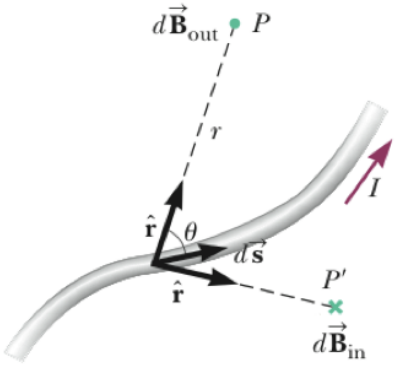
$$B_x = \frac{\mu_0 \mathrm{N} I R^2}{2(x^2 + R^2)} \tag{3.22}$$

3.6 กฎของบิโอต์-ซาวาร์ตและกฎของแอมแปร์

การหาขนาดหรือความเข้มของสนามแม่เหล็กนั้นสามารถทำได้ดังนี้

3.6.1 กฎของบิโอต์ – ซาวาร์ต

การหาขนาดหรือความเข้มของสนามแม่เหล็กรอบตัวนำที่ขดเป็นรูปทรงใดๆ ยาว ℓ และมีกระแสไฟฟ้า I แอมแปร์ไหลผ่านดังภาพที่ 3.17 นั้น ทำได้โดยใช้ กฎของบิโอต์ – ซาวาร์ต (law of Biot and Savart) และสามารถหาทิศทางของสนามแม่เหล็กที่เกิดขึ้นรอบๆ ตัวนำโดยใช้กฎมือขวา โดย นิ้วหัวแม่มือ แทนทิศทางการไหลของกระแสไฟฟ้า I ในลวดตัวนำ และนิ้วทั้งสี่ แทน ทิศของสนามแม่เหล็ก $\vec{B}$



ภาพที่ 3.17 สนามแม่เหล็กที่เกิดจากกระแสไฟฟ้า I ในตัวนำรูปทรงใดๆ ยาว ℓ เมตร (Physics for Scientists and Engineers 8 edition, Serway&Jewett; 863)

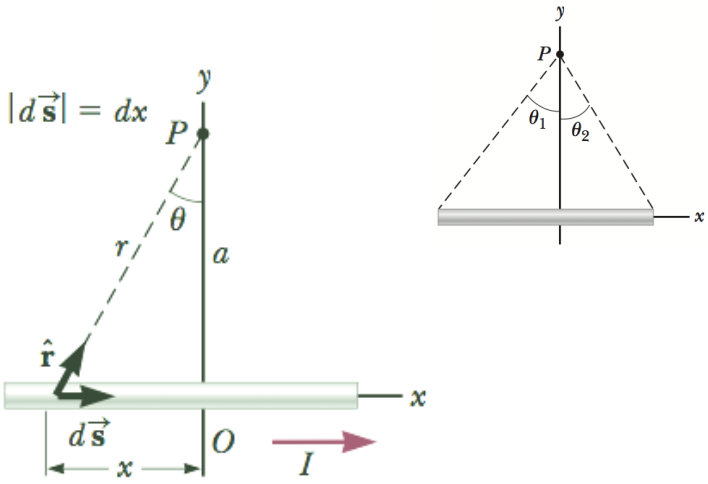
การหาขนาดหรือความเข้มของสนามแม่เหล็ก B นั้น สามารถทำได้โดยแบ่งตัวนำออกเป็นส่วนย่อยๆ $d\vec{s}$ ซึ่งเป็นเวกเตอร์ที่มีทิศทางเดียวกับกระแสไฟฟ้า I ทำให้เกิดสนามแม่เหล็กย่อยๆ $d\vec{B}$ มีทิศพุ่งออกหรือพุ่งเข้ากระดาษที่จุด P นั้นขึ้นกับทิศของกระแสไฟฟ้าและบริเวณที่สนใจซึ่งอยู่ห่างตัวนำเป็นระยะ r โดยมี $\hat{r}$ เป็น เวกเตอร์หนึ่งหน่วยแสดงทิศทางของ r ($\vec{r} = r\hat{r}$) และสนามแม่เหล็กย่อยๆ $d\vec{B}$ มีทิศตั้งฉากกับ $d\vec{s}$ เสมอ ดังนั้น จะได้

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Id\vec{s}\times\vec{r}}{r^3} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Ids\sin\theta}{r^2}\hat{r} \qquad (3.23)$$

ดังนั้น ขนาดหรือความเข้มของสนามแม่เหล็ก B จึงหาได้จาก

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\int\frac{Ids\sin\theta}{r^2} \qquad (3.24)$$

ตัวอย่างที่ 3.10 จงหาขนาดของสนามแม่เหล็กที่อยู่ห่างจากลวดตัวนำตรงยาวอนันต์ เป็นระยะ a ดังภาพที่ 3.18



ภาพที่ 3.18 สนามแม่เหล็กที่เกิดกระแสไฟฟ้าในลวดตัวนำตรงยาว
(Physics for Scientists and Engineers 8 edition, Serway&Jewett; 864)

วิธีทำ จากกฎของบิโอต์ - ซาวาร์ต $B = \frac{\mu_0}{4\pi}\int \frac{Ids\sin\theta}{r^2}$

และจากภาพที่ 3.18 จะเห็นว่า $ds = dx$ และ y , I เป็นค่าตัว

ดังนั้นจะได้ $B = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int \frac{dx\sin\theta}{r^2}$ ..... (A)

ในการอินทิเกรตหาค่า B นั้น ทำได้โดยเปลี่ยน dx และ r ให้อยู่ในเทอมของ θ ซึ่งทำได้ดังนี้

และจากภาพที่ 3.18 จะได้ว่า $\sin\theta = a/r$ และ $\cos\theta = -x/r$

หรือ $r = a/\sin\theta = a\csc\theta$ และ $x = -r\cos\theta$

ดังนั้นจะได้ $x = -a\cot\theta$

และ $dx = a\csc^2\theta d\theta$ .....(B)

กำหนดขอบเขตในการอินทิเกรตในช่วง $\theta_1 \le \theta \le \theta_2$ ดังนั้นเราจึงสามารถเขียนสมการ (A) ได้เป็น

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{\sin\theta\left(a\csc^2\theta\right)d\theta}{\left(a\csc\theta\right)^2} = \frac{\mu_0 I}{4\pi a}\int_{\theta_1}^{\theta_2}\sin\theta\, d\theta \qquad (C)$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a}\int_{\theta_1}^{\theta_2}\sin\theta\, d\theta = -\frac{\mu_0 I}{4\pi a}\cos\theta\Big|_{\theta_1}^{\theta_2} = \frac{\mu_0 I}{4\pi a}(\cos\theta_1 - \cos\theta_2)$$

ถ้าลวดตัวนำยาวอนันต์ ขอบเขตในการอินทิเกรตจะอยู่ในช่วง $0 \le \theta \le \pi$ ดังนั้นจะได้

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a}(\cos 0 - \cos\pi) = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}$$

ตอบ สนามแม่เหล็กในลวดตัวนำตรงยาวอนันต์ มีค่าเท่ากับ $\frac{\mu_0 I}{2\pi a}$

3.6.2 กฎของแอมแปร์

ในบทที่ 1 เราสามารถลดปัญหาความยุ่งยาก ซับซ้อนทางคณิตศาสตร์ในการหาขนาดหรือความเข้มของสนามไฟฟ้า $\vec{E}$ ได้โดยการใช้ กฎของเกาส์สำหรับสนามไฟฟ้า $\left(\oint \vec{E}\bullet d\vec{A} = \frac{q_{in}}{\varepsilon_0}\right)$ แต่เนื่องจากสนามแม่เหล็ก $\vec{B}$ มีลักษณะเป็นวงรอบปิด ถ้าใช้กฎของเกาส์สำหรับแม่เหล็ก $\oint \vec{B}\bullet d\vec{s} = 0$ เนื่องจากฟลักซ์แม่เหล็กสุทธิที่ผ่านพื้นที่หน้าตัดใดๆ มีค่าเท่ากับศูนย์ เพราะว่าฟลักซ์แม่เหล็กพุ่งเข้าเท่ากับฟลักซ์แม่เหล็กพุ่งออกจากปัญหาดังกล่าว แอมป์แปร์ (Adre' Marie Ampere) นักฟิสิกส์ชาวฝรั่งเศษ ได้ทำการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างสนามแม่เหล็ก $\vec{B}$ กับกระแสไฟฟ้าที่ไหลในตัวนำ I ซึ่ง แอมแปร์ ได้ข้อสรุปว่า "ผลรวมเชิงเส้นของสนามแม่เหล็กรอบเส้นทางปิดใดๆ จะมีค่าเท่าผลคูณของกระแสไฟฟ้าที่ไหลในตัวนำที่อยู่ภายในเส้นทางปิดนั้นกับ ε_0 " และเรียกข้อสรุปดังกล่าวนี้ว่า **กฎของแอมแปร์ (Ampere' law)**

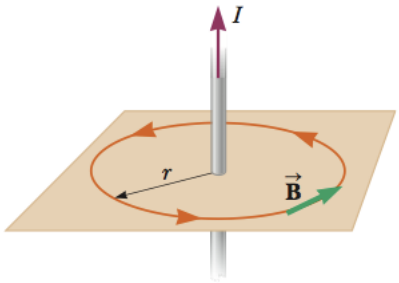
$$\oint \vec{B}\bullet d\vec{\ell} = \oint B d\ell\cos\theta = \mu_0 I \qquad (3.25)$$

I คือ กระแสไฟฟ้าที่ไหลในตัวนำซึ่งอยู่ภายในเส้นทางปิด ℓ ใดๆ ของสนามแม่เหล็ก

$d\vec{\ell}$ คือ เวกเตอร์ย่อยของเส้นทางปิด ℓ ใดๆ ของสนามแม่เหล็ก

การเลือกหรือกำหนดเส้นทางปิดนั้น ควรเป็นเส้นทางปิดที่สมมาตร เช่น วงกลม และควรเป็นเส้นทางปิดที่สนามแม่เหล็กมีค่าคงตัวและสม่ำเสมอ และ เพื่อเป็นการหลีกเลี่ยงความยุ่งยากทางคณิตศาสตร์ ควรเลือกเส้นทางปิดที่ทำให้ $\vec{B}$ กับ $d\vec{\ell}$ ทำมุม 0 หรือ 90 องศา ซึ่งกันและกัน

ตัวอย่างที่ 3.11 จากภาพที่ 3.19 จงหาใช้กฎของแอมแปร์หาขนาดของสนามแม่เหล็กที่จุด P ใดๆ ซึ่งอยู่ห่างจากตัวนำตรงยาวอนันต์ เป็นระยะ $r = a$ เมื่อมีกระแสไฟฟ้า I ไหลผ่านตัวนำดังกล่าว



ภาพที่ 3.19 สนามไฟฟ้าเนื่องจากกระแสไฟฟ้าในตัวนำตรงยสวอนันต์
(College Physics, 9 edition, Raymond A. Serway ; 666)

วิธีทำ กำหนดเส้นทางปิดเป็นรูปวงกลม มีรัศมี $r = a$

และ B มีขนาดคงที่ตลอดวงรอบปิดรัศมี r

$\vec{B}$ กับ $d\vec{\ell}$ มีทิศทางเดียวกันตลอดวงรอบปิด (ทำมุม 0 องศา)

จากกฎของแอมแปร์ $\oint B d\ell \cos\theta = \mu_0 I$

จะได้ $B\oint d\ell = \mu_0 I$

และเนื่องจากเส้นทางปิดเป็นวงกลม ดังนั้น จะได้ $\oint d\ell = 2\pi a$

(ความยาวของเส้นรอบวงกลม) ดังนั้นจะได้ $B(2\pi a) = \mu_0 I$

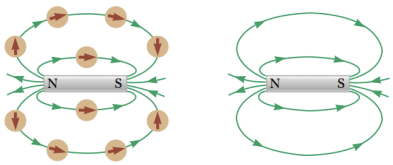
ดังนั้น ขนาดของสนามแม่เหล็กเนื่องจากกระแสไหลในตัวนำตรงยาว $B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi a}$

บทสรุป

1 วัสดุแม่เหล็กและสนามแม่เหล็ก

1.1 วัสดุแม่เหล็ก คือ วัตถุใดๆ ที่อำนาจทางแม่เหล็กสามารถดึงดูดวัตถุที่มีสารประกอบเหล็กได้ แบ่งได้เป็น 3 ประเภท คือ เฟอโรแมกเนติก พาราแมกเนติก และ ไดอาแมกเนติก

1.2 สนามแม่เหล็กคือความหนาแน่นของเส้นแรงแม่เหล็กต่อหนึ่งหน่วยพื้นซึ่งตั้งฉากกับเส้นสนามแม่เหล็กและเป็นวงรอบปิดเสมอโดยมีทิศทางจากพุ่งออกจากขั้วเหนือไปยังขั้วใต้ เสมอ



2 แรงลอเรนตซ์

แรงโลเรนตซ์ (Lorentz force) คือ แรงที่กระทำบนประจุที่เคลื่อนที่ผ่านเข้าไปในบริเวณที่มีทั้งสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็ก $\vec{F}_L = \vec{F}_E + \vec{F}_B$

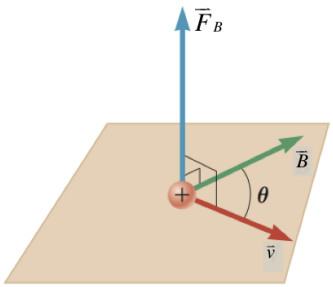
2.1 แรงทางไฟฟ้า

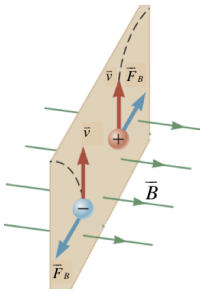
แรงทางไฟฟ้า $\vec{F}_E$ จะมีทิศทางเดียวกับสนามไฟฟ้า $\vec{E}$ และขนาดของแรงทางไฟฟ้า $F_E = qE$

2.2 แรงแม่เหล็ก

ถ้าประจุไฟฟ้า q เคลื่อนที่เข้าสู่บริเวณที่มีสนามแม่เหล็ก $\vec{B}$ ด้วยความเร็ว $\vec{v}$ ทำมุม θ กัน แล้วจะเกิดแรงแม่เหล็กที่มีขนาด $F_B = qvB\sin\theta$

ถ้าเป็น ประจุลบ เช่น อิเล็กตรอน ทิศทางของแรงแม่เหล็ก $\vec{F}_B$ ที่เกิดขึ้นจะมีทิศตรงข้าม

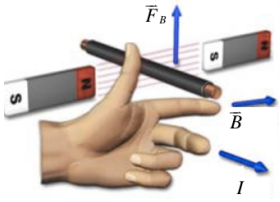




3 แรงแม่เหล็กและทอร์คบนตัวนำที่มีกระแสไฟฟ้า

3.1 แรงแม่เหล็กเนื่องจากกระแสไฟฟ้า

ขนาดของแรงแม่เหล็ก F_B ที่เกิดจากกระแสไฟฟ้า I ไหลในตัวนำยาว ℓ วางอยู่ในบริเวณที่มีสนามแม่เหล็ก $\vec{B}$ คือ $F_B = I\ell B\sin\theta$

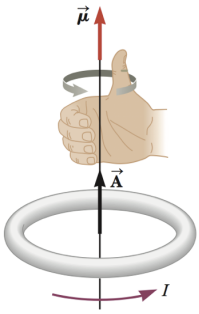


3.2 ทอร์คบนตัวนำที่มีกระแสไฟฟ้า

ถ้าลวดตัวนำขดเป็นรูปทรงใดๆ จำนวน N รอบ และมีพื้นที่หน้าตัด A เท่ากันตลอด แล้วขนาดของทอร์คที่เกิดจากกระแสไฟฟ้า I หาได้จาก

$$\tau = NIAB\sin\theta$$

และ $\mu = NIA$ คือ ขนาดของ $\vec{\mu}$ **โมเมนต์แม่เหล็ก**



4 การเคลื่อนที่ของประจุในสนามแม่เหล็ก

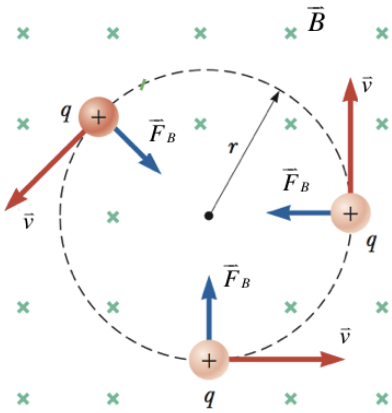
4.1 ประจุเคลื่อนที่ตั้งฉากกับสนามแม่เหล็ก $qvB = \frac{mv^2}{R}$

รัศมีของวงโคจร $R = \frac{mv}{qB}$

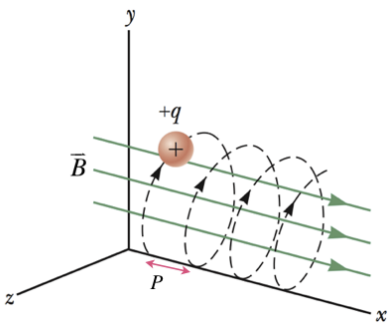
ความถี่เชิงมุม $\omega = \frac{qB}{m}$

คาบการเคลื่อนที่ $T = \frac{2m\pi}{qB}$

ความถี่ไซโคตรอน $f_{cyc} = \frac{qB}{m}$



4.2 ประจุเคลื่อนที่ทำมุมใดๆ กับสนามแม่เหล็ก $qvB\sin\theta = \frac{m(v\sin\theta)^2}{R}$

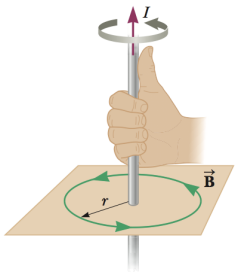


รัศมีของวงโคจร $R = \frac{mv\sin\theta}{qB}$

คาบของการเคลื่อนที่ $T = \frac{2\pi m}{qB}$

ระยะห่างระหว่างเกลียว $P = \frac{2\pi mv\cos\theta}{qB}$

5 สนามแม่เหล็กเนื่องจากกระแสไฟฟ้า



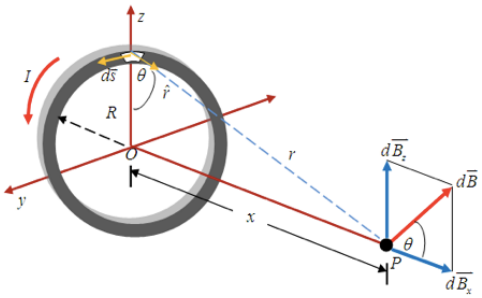
5.1 สนามแม่เหล็กบนลวดตัวนำตรงยาว $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$

เมื่อ $\mu_0 = 4\pi\times10^{-7}\ \text{T-m/A}$

5.2 สนามแม่เหล็กบนขดลวดตัวนำวงกลม $B = \frac{\mu_0 NI}{2R}$

ทิศทางของสนามเหล็กที่เกิดขึ้น ณ จุดศูนย์กลางขดลวดตัวนำวงกลม หาโดยใช้ มือขวา กำตามรอบตัวนำวงกลม เมื่อ นิ้วทั้งสี่ แทน ทิศทางการไหลของกระแสไฟฟ้าในตัวนำวงกลม และ นิ้วหัวแม่มือ แทน ทิศของสนามแม่เหล็ก

สนามแม่เหล็กที่อยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางเป็นระยะ x ใดๆ ที่จุด P ซึ่งอยู่ในแนวเดียวกับจุดศูนย์กลางของขดลวดตัวนำวงกลม โดยอยู่ห่างออกไปเป็นระยะ x หาได้จาก



$$B_x = \frac{\mu_0 nIR^2}{2(x^2+R^2)}$$

6 กฎของบิโอต์–ซาวาร์ต

ความเข้มของสนามแม่เหล็ก B รอบตัวนำที่ขดเป็นรูปทรงใดๆ ยาว ℓ มีกระแสไฟฟ้า I

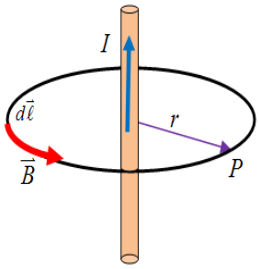
$$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\int\frac{Ids\sin\theta}{r^2}$$

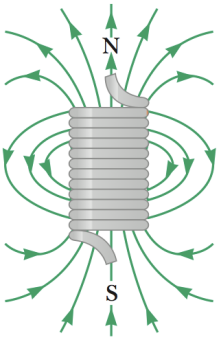
7 กฎของแอมแปร์

ผลรวมเชิงเส้นของสนามแม่เหล็กรอบเส้นทางปิดใดๆ จะมีค่าเท่าผลคูณของกระแสไฟฟ้าที่ไหลในตัวนำที่อยู่ภายในเส้นทางปิดนั้นกับ ε_0

$$\oint\vec{B}\bullet d\vec{\ell} = \oint Bd\ell\cos\theta = \mu_0 I$$

เส้นทางปิดรอบตัวนำควรเป็นเส้นทางปิดที่สมมาตรมีสนามแม่เหล็กมีค่าคงตัวสม่ำเสมอ และ $\vec{B}$ กับ $d\vec{\ell}$ ควรทำมุม 0 หรือ 90 องศา กัน





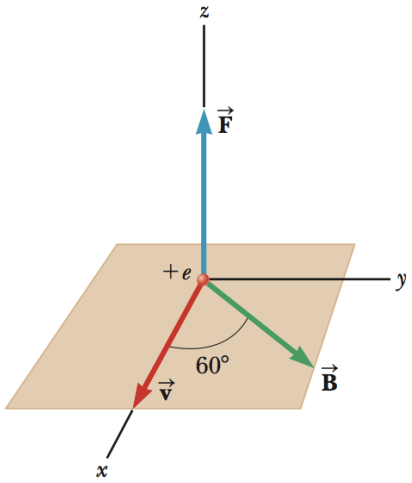
สนามแม่เหล็กภายในของขดลวดโซลินอยด์ $B = \mu_0 nI$

เมื่อ $n = \frac{N}{\ell}$ คือ จำนวนรอบต่อหนึ่งหน่วยความยาว

แบบฝึกหัดประจำบทที่ 3

1) จงหาขนาดของแรงแม่เหล็กที่กระทำบนอิเล็กตรอนซึ่งกำลังเคลื่อนที่ในแนวตั้งฉากกับสนามแม่เหล็กสม่ำเสมอ 5.00 เทสล ด้วยอัตราเร็ว 3.50×10^{7} เมตรต่อวินาที

2) อิเล็กตรอนอนุภาคหนึ่งกำลังเคลื่อนที่ไปตามแกน x ด้วยอัตราเร็ว 8.00×10^{6} เมตรต่อวินาที ภายใต้สนามแม่เหล็กสม่ำเสมอขนาด 25.0 มิลลิเทสลาในทิศ 60 องศากับแกน x ในระนาบ xy ดังภาพที่ 3.20 จงหาขนาดและทิศทางของแรงแม่เหล็กที่กระทำบนอิเล็กตรอน



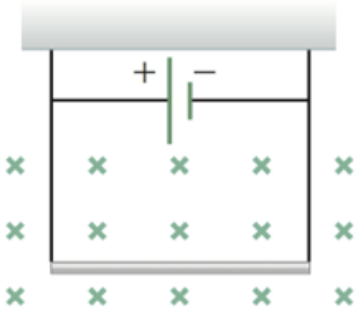
ภาพที่ 3.20 สำหรับแบบฝึกหัดข้อ 2 (College Physics, 9 edition, Raymond A. Serway ; 665)

3) จงหาความถี่ไซโคลตรอนของโปรตอนที่อยู่ในสนามแม่เหล็กขนาด 5.20 เทสลา

4) จงหารัศมีของวงโคจรและระยะระหว่างเกลียวของโปรตอนตัวหนึ่งซึ่งเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว $30\hat{i}+40\hat{j}$ เมตรต่อวินาที อยู่ในสนามแม่เหล็กขนาด 0.50 เทสลา

5) ให้กระแสไฟฟ้าขนาด 10.0 มิลลิแอมแปร์แก่ขดลวดตัวนำจำนวน 25 รอบ ซึ่งขดเป็นรูปสี่เหลี่ยมขนาด 5.50x8.00 เซนติเมตร จงหาโมเมนต์แม่เหล็กและทอร์คบนขดลวดดังกล่าว เมื่อให้สนามแม่เหล็กขนาด 0.250 เทสลา ในทิศที่ขนานกับขดลวดตัวนำนั้น

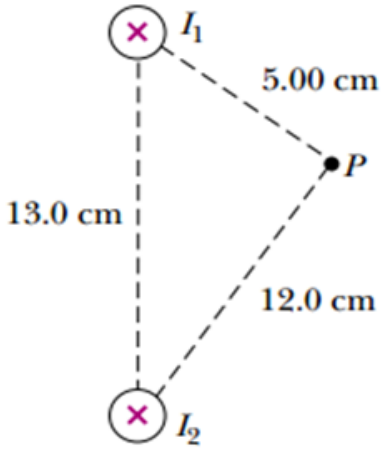
6) ลวดตัวนำมวล 20.0 กรัม ยาว 50.0 เซนติเมตร แขวนอยู่บนตัวนำเบาที่ยืดหยุ่นได้ อยู่ในบริเวณที่มีสนามแม่เหล็กสม่ำเสมอ 1.00 เทสลา ดังภาพที่ 3.21 แล้วจงหาขนาดและทิศทางของกระแสไฟฟ้าที่ทำให้แรงตึงของตัวนำเบา เป็นศูนย์



ภาพที่ 3.21 สำหรับแบบฝึกหัดข้อ 6 (College Physics, 9 edition, Raymond A. Serway ; 680)

7) ถ้าให้กระแสไฟฟ้าขนาด 1.60 แอมแปร์ แก่ลวดตัวนำตรงยาวแล้วจงหาขนาดของสนามแม่เหล็กที่อยู่ห่างจากตัวนำดังกล่าวเป็นระยะ 100 เซนติเมตร

8) ตัวนำตรงยาวสองเส้นวางขนานกันและแต่ตัวนำมีกระแสไฟฟ้าขนาด 5.00 แอมแปร์ ไหลในทิศทางเดียวกัน ดังภาพที่ 3.22 แล้ว จงหาขนาดและทิศทางของสนามแม่เหล็กที่จุด P



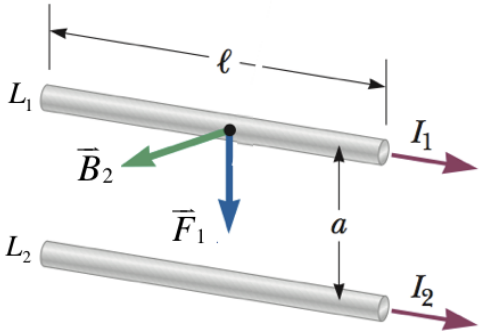
ภาพที่ 3.22 สำหรับแบบฝึกหัดข้อ 8

9) ตัวนำตรงยาวสองเส้น L_1 และ L_2 ยาวเท่ากัน ℓ วางขนานกัน ห่างกัน 10.0 เซนติเมตร ดังภาพที่ 3.23 ถ้าให้กระแสไฟฟ้า 5.00 แอมแปร์แก่ตัวนำ L_1 และ 8.00 แอมแปรแก่ตัวนำ L_2 และให้กระแสทั้งสองตัวนำมีทิศทางเดียวกัน แล้ว จงหา

9.1) ขนาดของสนามแม่เหล็กที่เกิดจากกระแสไฟฟ้าในตัวนำ L_1

9.2) ขนาดของสนามแม่เหล็กที่เกิดจากกระแสไฟฟ้าในตัวนำ L_2

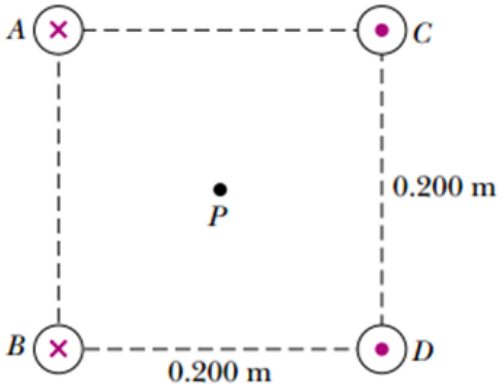
9.3) แรงแม่เหล็กต่อความยาว ที่ตัวนำ L_1 และ L_2 กระทำต่อกัน



ภาพที่ 3.23 สำหรับแบบฝึกหัดข้อ 9

(Physics for Scienctists and Engineers, 8 edition,. Serway and Jewett ; 867)

10) ตัวนำตรงยาวสี่อันแต่ละอันมีกระแสไฟฟ้าไหลผ่านขนาด 5.00 แอมแปร์ เท่ากัน โดยที่ตัวนำ *A* และ *B* กระแสไฟฟ้ามีทิศพุ่งเข้า ในขณะที่ตัวนำ *C* และ *D* กระแสมีทิศพุ่งออก ดังภาพที่ 3.24 จงหาขนาดและทิศทางของสนามแม่เหล็กที่จุด *P* ซึ่งเป็นจุดกึ่งกลางของตัวนำทั้งสี่



ภาพที่ 3.24 สำหรับแบบฝึกหัดข้อ 10 (College Physics, 9 edition, Raymond A. Serway ; 684)