บทที่ 6

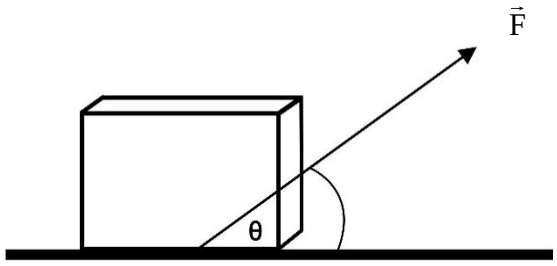
งานและพลังงาน

(Work and energy)

จากบทที่ผ่านมาเป็นการศึกษาเกี่ยวกับแรงที่กระทำกับวัตถุในรูปแบบของกฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน ซึ่งอธิบายถึงความสัมพันธ์ของแรง และการเคลื่อนที่ ในบทนี้เราจะศึกษาเกี่ยวกับงานและพลังงานในทางฟิสิกส์ ซึ่งงานในทางฟิสิกส์นั้นเกิดจากการที่มีแรงมากระทำกับวัตถุ แล้วทำให้เกิดการกระจัด โดยเราจะแบ่งงานออกเป็นงานที่เกิดจากแรงคงตัวกระทำ หมายถึงแรงที่เกิดขึ้นกับวัตถุจะมีค่าคงตัวตลอดเวลาที่พิจารณาและงานที่เกิดเนื่องจากแรงไม่คงตัว ส่วนเรื่องของพลังงานจะกล่าวถึงพลังงานศักย์ พลังงานจลน์ และกฎการอนุรักษ์พลังงานกล

6.1 งานที่เกิดเนื่องจากแรงคงตัวกระทำ (Work done by steady force)

จากประสบการณ์ของเราในชีวิตประจำวันทุกคนคงจะต้องคุ้นเคยกับคำว่างานเป็นอย่างดี แต่สำหรับงานในทางฟิสิกส์ที่เราจะได้ศึกษาจะมีความหมายแตกต่างจากงานที่เราคุ้นเคยกันในชีวิตประจำวัน พิจารณาภาพที่ 6.1



ภาพที่ 6.1 การเกิดงานเนื่องจากแรงคงตัว

จากภาพที่ 6.1 เมื่อมีแรง $\vec{F}$ ที่มีค่าคงตัว คือไม่มีการเปลี่ยนแปลงทั้งขนาดและทิศทางตลอดการเคลื่อนที่มากระทำกับวัตถุตามภาพที่ 6.1 โดยทิศของแรงนี้ทำมุม θ กับแนว

ระดับ ผลของแรงที่ทำให้วัตถุเกิดการเคลื่อนที่ด้วยการกระจัด $\vec{S}$ ในทางฟิสิกส์ปริมาณนั้นก็คือ งาน นิยามงาน (Work, W) คือแรงที่กระทำในทิศขนานกับการกระจัดคูณกับระยะการกระจัดที่เกิดจากการกระทำของแรงนั้น จากนิยามของงานเบื้องต้น และพิจารณาจากภาพที่ 6.1 สามารถเขียนสมการของงานได้ดังนี้ คือ

$$W = \vec{F} \cdot \vec{S}$$

หรือ $$W = FS\cos\theta \qquad (6\text{-}1)$$

พิจารณาจากสมการที่ (6-1) และภาพที่ 6.3 (ค) สามารถสรุปลักษณะของงานได้ดังนี้

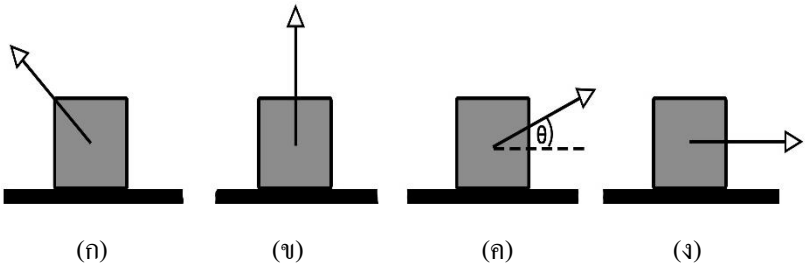
1) งานมีค่ามากที่สุดเมื่อแรงที่กระทำมีทิศขนานกับการเคลื่อนที่ซึ่งจะได้ $\cos\theta = 1$ หรือมุมระหว่างแรงที่มากระทำกับทิศของการกระจัดมีค่าเท่ากับศูนย์องศา ($\cos 0^\circ = 1$) นั่นเอง ดังภาพที่ 6.2 แสดงถึงทิศการเคลื่อนที่กับทิศของแรงที่ขนานกัน

ภาพที่ 6.2 ทิศทางการเคลื่อนที่กับทิศของแรงขนานกัน

2) งานที่ได้จะมีค่าน้อยที่สุดเมื่อ แรงที่กระทำมีทิศตั้งฉากกับการเคลื่อนที่ของวัตถุ นั่นคือ $\cos\theta = 0$ หรือมุมระหว่างแรงที่กระทำกับทิศการกระจัดเท่ากับ 90 องศานั่นเอง

3) งานที่ได้จะมีค่าเป็นลบ เมื่อมุมระหว่างแรงที่กระทำกับทิศของการกระจัดมีค่ามากกว่า 90 องศาซึ่งงานที่เป็นลบได้แก่งานที่เกิดจากแรงเสียดทานนั่นเอง

สำหรับหน่วยของงาน คือ นิวตัน-เมตร หรือที่นิยมใช้คือ จูล (J)



ภาพที่ 6.3 ทิศทางการเคลื่อนที่กับทิศของแรงในทิศที่แตกต่างกัน

ตัวอย่างที่ 6.1 ชายคนหนึ่งออกแรง 40 นิวตันในทิศทำมุม 60 องศากับแนวระดับลากวัตถุมวล 1 กิโลกรัมให้เคลื่อนที่ไปตามพื้นที่มีแรงเสียดทาน 10 นิวตัน ด้วยความเร็ว 20 เมตรต่อวินาทีได้ระยะการกระจัด 10 เมตร จงหางานที่เกิดขึ้นเนื่องจากแรงที่เขากระทำ งานเนื่องจากแรงเสียดทาน และงานสุทธิ

วิธีทำ

1) หางานที่เกิดจากแรง 40 นิวตัน โดยใช้สมการที่ (6-1)

$$W = FS\cos\theta$$

แทนค่าของแรงการกระจัด และมุมจะได้

$$W = (40)(10)\cos 60^{\circ}$$

$$W = (400)\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$W = 200 \text{ J}$$

2) หางานที่เกิดเนื่องจากแรงเสียดทาน เนื่องจากทิศของแรงเสียดทานมีทิศตรงข้ามกับการ กระจัด หรือทำมุม 180 องศา กับการกระจัดและจากสมการที่ (6-1)

$$W = FS\cos\theta$$

แทนค่าการกระจัด แรง และมุมจะได้

$$W = (10)(10)(\cos 180^{o})$$

$$W = -100 \text{ J}$$

3) งานสุทธิ เท่ากับ งานเนื่องจากแรงที่กระทำ + งานเนื่องจากแรงเสียดทาน

$$= 200 - 100$$

$$= 100 \text{ J}$$

ตัวอย่างที่ 6.2 จากตัวอย่างที่ 6.1 ถ้าพื้นมีสัมประสิทธ์ความเสียดทานจลน์ 0.2 จงหางานสุทธิ

วิธีทำ ตัวอย่างที่ 6.1 และ 6.2 แตกต่างกันเพียงเล็กน้อยเท่านั้นโดยที่ในตัวอย่างที่ 6.2 พื้นจะมีสัมประสิทธ์ความเสียดทานจลน์เข้ามาเกี่ยวข้องอาศัยภาพที่ 6.2 และ 6.3 และข้อมูลจากตัวอย่างที่ 6.1

จาก

$$\mu_k = \frac{f_k}{\text{N}}$$

$$\mu_k \text{N} = f_k$$

$$f_k = (0.2)(171 \text{ N})$$

$$= \quad 34.2 \text{ N}$$

งานที่ทำโดยแรงเสียดทานคือ

$$\begin{aligned} \Delta W &= F_{\|}\Delta S \\ W_{f_k} &= f_k(\cos 180^o)(\Delta S) \\ &= -f_k(\Delta S) \\ &= (-34.2\text{N})(4\text{m}) \\ &= -136.8 \text{ J} \end{aligned}$$

ดังนั้นงานที่กระทำโดยแรงเสียดทานเท่ากับ -136.8 จูล

ส่วนงานที่เกิดจากแรงต่างๆ จะมีค่าเท่ากับงานที่เกิดจากแรงในตัวอย่างที่ 6.1 นั่นคือ

$$\begin{aligned} \Delta W &= F_{\|}\Delta S \\ W_p = 173.21\text{J} \quad &; \quad W_{F_N} = 0\text{J} \quad ; \quad W_{mg} = 0\text{J} \end{aligned}$$

ดังนั้นงานสุทธ์ที่กระทำต่อกระเป๋าเดินทางคือ

$$\begin{aligned} \Sigma W_t &= W_p + W_f + W_{F_N} + W_{mg} \\ &= 173.2 \text{ J} - 136.8 \text{ J} + 0 \text{ J} + 0 \text{ J} \\ &= 36.4 \text{ J} \end{aligned}$$

นั่นคืองานสุทธิมีค่าเท่ากับ 36.4 จูล

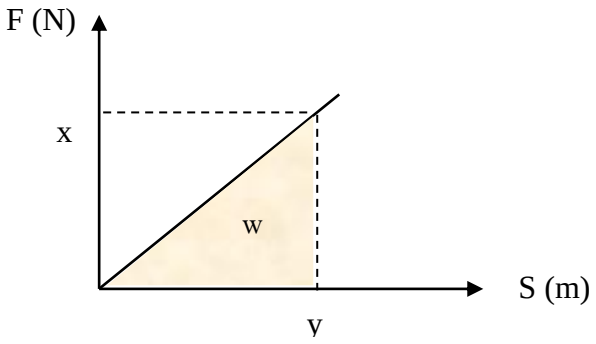
เป็นงานสุทธิซึ่งเกิดจากแรงต่าง ๆ ที่กระทำต่อกระเป๋าเดินทางทำให้กระเป๋าเดินทางเคลื่อนที่ด้วยความเร่ง

6.2 งานที่เกิดจากแรงไม่คงตัวกระทำ (Work done by unsteady force)

จากหัวข้อที่ผ่านมา ในกรณีที่แรงที่กระทำมีค่าคงตัวเราสามารถที่จะใช้สมการที่ (6-1)

$$W = FS\cos\theta$$

สมการที่ (6-1) ใช้ในการหาค่าปริมาณของงานได้เลย แต่ในกรณีที่งานที่ได้ที่เนื่องจากแรงไม่คงตัวมากระทำ เราไม่สามารถใช้สมการที่ (6-1) คำนวณหาปริมาณของงานได้ ดังเช่นกรณีของกราฟ 6.4 และ 6.5



ภาพที่ 6.4 ลักษณะของแรงที่ไม่คงตัว

พิจารณากราฟแสดงความสัมพันธ์การเคลื่อนที่ของวัตระหว่าง แรงกับการกระจัด ดังภาพที่ 6.4 เป็นกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง แรงกับการกระจัด ในกรณีนี้ลักษณะของกราฟจะเป็นเส้นตรง เราสามารถที่จะหาปริมาณของงานได้จาก พื้นที่ใต้กราฟดังนี้

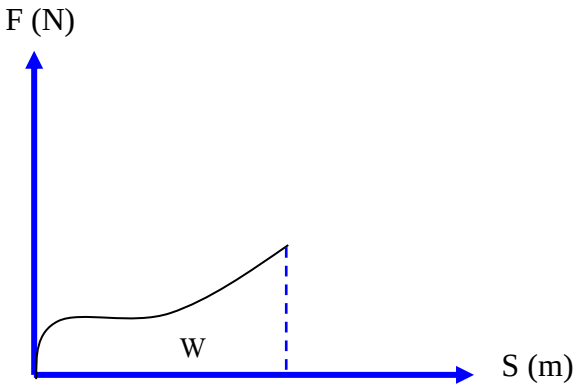
เมื่อให้ W = งาน

ดังนั้น W = พื้นที่ใต้กราฟระหว่างแรงและการกระจัด

จะเห็นว่าในกรณีนี้พื้นที่ใต้กราฟเป็นรูปสามเหลี่ยม ดังนั้น

$$W = \frac{1}{2}(x)(y) \qquad (6\text{-}2)$$

สำหรับในกรณีกราฟที่ได้ ไม่เป็นกราฟเส้นตรง พิจารณาจากภาพที่ 6.5



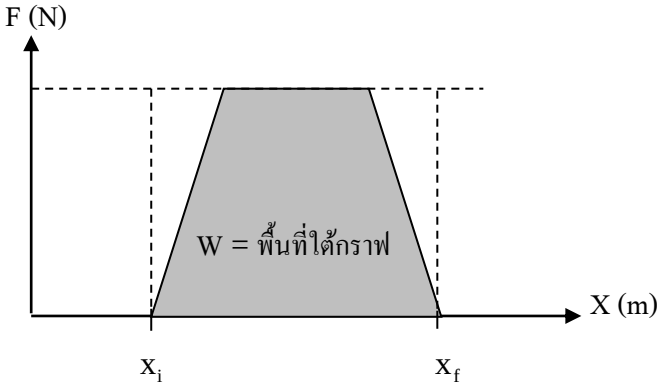
ภาพที่ 6.5 ลักษณะของงานที่เกิดจากแรงไม่คงตัวกระทำ

จากภาพที่ 6.5 เราสามารถที่จะคำนวณปริมาณของงานได้จากพื้นที่ใต้กราฟโดยใช้วิธีการทางคณิตศาสตร์ ดังนี้ คือ

$$W = \lim \sum_{x_i}^{x_f} F\Delta x \qquad (6\text{-}3)$$

$$W = \int_{x_i}^{x_f} F dx \qquad (6\text{-}4)$$

พิจารณากรณีของงานที่เกิดจากแรงไม่คงตัวกระทำจากภาพที่ 6.6 เราสามารถหางานได้จากพื้นที่ใต้กราฟระหว่างแรงกับการกระจัด ซึ่งในกรณีนี้เป็นพื้นที่ใต้กราฟเป็นรูปสี่เหลี่ยมคางหมู



ภาพที่ 6.6 งานที่เกิดเนื่องจากแรงกระทำไม่คงตัว

สำหรับตัวอย่างของงานที่เกิดเนื่องจากแรงไม่คงตัวกระทำ เช่น แรงเนื่องจากสปริง พิจารณาเมื่อเราออกแรงในการดึงสปริงอันหนึ่ง ซึ่งปลายด้านหนึ่งผูกติดกับผนัง และปลายอีกด้านหนึ่งผูกติดกับมวล และเมื่อเราออกแรงดึงสปริงนี้ด้วยแรง $\vec{F}$ พบว่าความสัมพันธ์ของแรงกับระยะการกระจัดเป็นไปตากกฎของ ฮุค (Hooke's Law) ดังนี้คือ

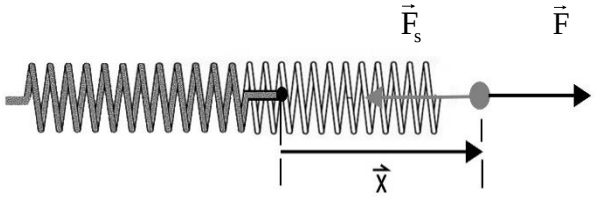
$$\vec{F} = k\vec{x} \qquad (6\text{-}5)$$

เมื่อ k คือ ค่าคงตัวของสปริง และ x คือระยะที่วัตถุยืดออกของสปริง
ดังนั้นจะได้ปริมาณของงานเนื่องจากสปริงคือ

$$W = \int_0^x kx dx$$

$$W = \frac{1}{2}kx^2 \qquad (6\text{-}6)$$

ตัวอย่างที่ 6.3 นิศาออกแรงดึงสปริงในแนวราบทำให้สปริงยืดออกเป็นระยะทาง x ดังภาพที่ 6.7 จงหางานที่เกิดขึ้นโดยสปริง



ภาพที่ 6.7 แรงดึงในสปริง

วิธีทำ เมื่อออกแรงขนาด F ดึงสปริง สปริงจะออกแรงดึงกลับ F_s ซึ่งมีขนาดเท่ากันแต่ทิศทางตรงกันข้าม โดยแรงดึงกลับจะเป็นปฏิภาคโดยตรงกับ x ภาพที่ 6.7 งานที่กระทำโดยสปริง เมื่อ x คือระยะยืดหรือหดจากจุดสมดุล

$$F_s \propto x$$

$$\vec{F}_s = -k\vec{x}$$

เมื่อ k คือ ค่าคงตัวของสปริง (Spring constant)

ถ้าออกแรงดึงที่ปลายสปริงให้ยืดออกเป็นระยะทาง x จากกฎข้อสองของนิวตันจะได้ว่า

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

$$F - F_s = 0$$

$$F = F_s$$

$$F = kx$$

งานที่ใช้ในการดึงสปริง คือ

$$W = \int \vec{F} \cdot d\vec{S}$$

$$W = \int \vec{F} \cdot d\vec{x}$$

$$W = \int_0^x kx(dx)$$

$$= \frac{1}{2}kx^2$$

6.3 ทฤษฎีงานและพลังงานจลน์ (Work and kinetic energy theorem)

จากหัวข้อที่แล้วพิจารณางานสุทธิที่กระทำต่อวัตถุ แล้วทำให้วัตถุมีความเร่ง พิจารณาจากคำจำกัดความของงานและอาศัยกฎข้อที่สองของนิวตันจะได้ว่า

$$W = \int \vec{F} \cdot d\vec{S} \qquad (6\text{-}7)$$

$$W_{net} = \int \sum \vec{F} \cdot d\vec{S}$$

$$= \int m\vec{a} \cdot d\vec{S}$$
$$= m\int \vec{a} \cdot d\vec{S} \qquad (6\text{-}8)$$

จากคำจำกัดความของความเร่งและความเร็ว

$$W_{net} = m\int \frac{d\vec{v}}{dt} \cdot d\vec{S}$$
$$= m\int d\vec{v} \cdot \frac{d\vec{S}}{dt}$$
$$= m\int d\vec{v} \cdot \vec{v}$$
$$= m\int v dv \qquad (6\text{-}9)$$

สมมุติให้วัตถุมีความเร็วต้น v_0 และความเร็วปลาย v

$$W_{net} = m\int_{v_0}^{v} dv$$
$$= \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}v_0^{\,2} \qquad (6\text{-}10)$$

นั่นคือ งานสุทธิที่กระทำต่อวัตถุ จะทำให้วัตถุมีการเปลี่ยนแปลงปริมาณหนึ่ง

เมื่อ $\frac{1}{2}mv^2$ เรียกว่า พลังงานจลน์

$$E_K = \frac{1}{2}mv^2 \qquad (6\text{-}9)$$

ดังนั้นงานสุทธิที่กระทำต่อวัตถุสามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$W_{net} = E_K - E_{K_0} \qquad (6\text{-}10)$$

สมการนี้เรียกว่า ทฤษฎีงานและพลังงานจลน์ (Work and kinetic energy theorem)

ทฤษฎีงาน - พลังงาน

$$W_{net} = \Delta E_K \qquad (6\text{-}11)$$

สรุปได้ว่างานสุทธิที่กระทำต่อวัตถุจะทำให้วัตถุเกิดการเปลี่ยนแปลงพลังงานจลน์

ตัวอย่างที่ 6.4 ปล่อยทรงกลมจากความสูง 1 เมตร ดังภาพที่ 6.8 จงคำนวณหาความเร็วขณะกระทบพื้น

วิธีทำ เนื่องจากเป็นการเคลื่อนที่แบบดิ่งอิสระสามารถคำนวณโดยใช้สมการการเคลื่อนที่จากบทที่แล้วก็ได้ทดสอบโดยการแปลงค่าจากทฤษฎีงาน - พลังงาน เมื่องานสุทธิที่ได้เกิดจากแรงโน้มถ่วง

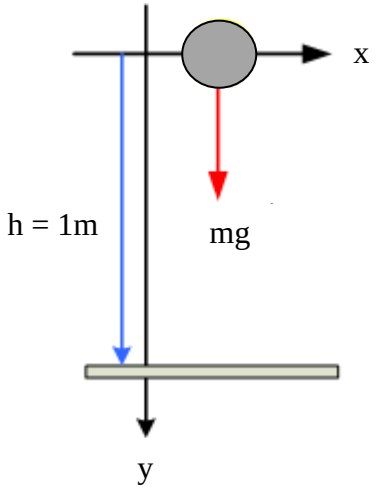
จากคำจำกัดความของงาน

$$W = \int \vec{F} \cdot d\vec{S}$$

$$W_{net} = \int mgdy$$

$$= mg\int_0^h dy$$

$$= mgh$$



ภาพที่ 6.8 ปล่อยวัตถุที่ความสูง h

จากทฤษฎีงาน - พลังงาน เมื่อมีการกระทำต่อวัตถุจะทำให้พลังงานจลน์ของวัตถุเปลี่ยนแปลง

$$W_{net} = K - K_0$$

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$$

$$2gh = v^2 - v_0^{\,2}$$

$$v^2 = v_0^{\,2} + 2gh$$

แต่ $h = y$ ดังนั้น $v^2 = v_0^2 + 2gy$

จะได้ $v = \sqrt{v_0^2 + 2gy}$

$= \sqrt{0 + 2\left(9.8\ \text{m/s}^2\right)(1\text{m})}$

$= 4.43\ \text{m/s}$

นั่นคือ ความเร็วก่อนกระทบพื้นเท่ากับ 4.43 เมตรต่อวินาที

6.4 กำลัง (Power)

หลังจากที่เข้าใจความหมายของคำว่างานไปแล้ว ไม่ว่าจะเป็นงานที่เกิดเนื่องจากแรงที่คงตัว หรืองานที่เกิดเนื่องจากแรงไม่คงตัวกระทำ จะสังเกตได้ว่างานที่เกิดขึ้นจะมากหรือน้อยขึ้นอยู่กับแรงและผลของแรงที่เกิดขึ้น แต่หากใช้เวลาในการทำงานที่สูงก็จะทำให้ผลลัพธ์ที่เกิดขึ้นของงานมีค่าน้อยไปด้วย สำหรับในหัวข้อนี้จะเป็นการศึกษาปริมาณอีกปริมาณหนึ่งที่เกี่ยวข้องกับงานที่เกิดขึ้นโดยใช้เวลาในการทำงานมาพิจารณาด้วย นั่นก็คือ กำลัง

กำลัง (Power, P) หมายถึง ปริมาณของงานที่ทำได้ในหนึ่งหน่วยเวลา หรือเขียนเป็นสมการได้ คือ

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{d(FS)}{dt} = Fv$$

หน่วยของกำลังเป็น J/s หรือวัตต์ (Watt) เขียนย่อ W

$$1\ \text{W} = 1\ \frac{\text{J}}{\text{s}} = 1\ \frac{\text{kg} \times \text{m}^2}{\text{s}^2}$$

นอกจากนี้หน่วยของกำลังยังเรียกอีกอย่างหนึ่งว่า กำลังม้า (Horse power) เขียนย่อเป็น hp

$$1\ \text{hp} = 746\ \text{W}$$

บางครั้งเขียนหน่วยของพลังงาน (หรืองาน) ในพจน์ของกำลังเป็น กิโลวัตต์ - ชั่วโมง (kWh) ซึ่งเป็นพลังงานที่เปลี่ยนรูปหรือสิ้นเปลืองนับเป็นกิโลวัตต์ในเวลา 1 ชั่วโมงโดย

$$1\ \text{kWh} = \left(10^3\,\text{W}\right)\left(3,600\text{s}\right)$$
$$= 3.6\times10^6\ \text{J}$$

ตัวอย่างที่ 6.5 รถยนต์คันหนึ่งเครื่องยนต์มีกำลัง 35 hp วิ่งด้วยความเร็ว 80 กิโลเมตรต่อชั่วโมงภายในเวลา 15 วินาทีจงหา

ก. งานที่ทำโดยเครื่องยนต์

ข. แรงเสียดทานของรถยนต์

วิธีทำ ก. จาก
$$P = \frac{dW}{dt}$$
$$dW = Pdt$$
$$\int dW = \int Pdt$$
$$W = Pt$$
$$P = 35\text{hp}\left(\frac{746\text{W}}{\text{hp}}\right)$$
$$= 26.1\ \text{kW}$$
$$t = 15\,\text{min}\left(\frac{60\text{s}}{\text{min}}\right)$$
$$= 900\ \text{s}$$
$$W = \left(26.1\times10^3\,\text{W}\right)\left(900\ \text{s}\right)$$
$$= 23.5\times10^6\ \text{J}$$

งานที่ทำโดยเครื่องยนต์เท่ากับ 23.5×10^6 จูล

ข. จาก
$$P = \frac{dW}{dt}$$
$$= \frac{d\left(FS\right)}{dt}$$
$$= F\frac{dS}{dt}$$
$$= Fv$$
$$v = \left(\frac{80\text{km}}{\text{h}}\right)\left(\frac{1000\text{m}}{1\text{km}}\right)\left(\frac{1\text{h}}{3600\text{s}}\right)$$
$$= 22.2\ \text{m/s}$$

เมื่อรถวิ่งด้วยความเร็วคงตัว แรงสุทธิที่กระทำต่อรถจะมีค่าเป็นศูนย์ นั่นคือแรงเสียดทานที่กระทำกับรถยนต์จะมีค่าเท่ากับแรงที่เครื่องยนต์จ่ายออกมาแต่ทิศทางตรงกันข้าม ดังนั้นกำลังที่จ่ายออกมาบางส่วนจะสูญเสียให้แก่แรงเสียดทาน

จาก $P = \vec{F} \cdot \vec{v}$

$= Fv$

$F = \frac{P}{v}$

$= \frac{(26.1\times10^{3}\,W)}{22.2\ m/s}$

$= 1.18\times10^{3}\ N$

แรงเสียดทานของรถยนต์เท่ากับ 1.18×10^{3} นิวตัน

6.5 พลังงาน (Energy)

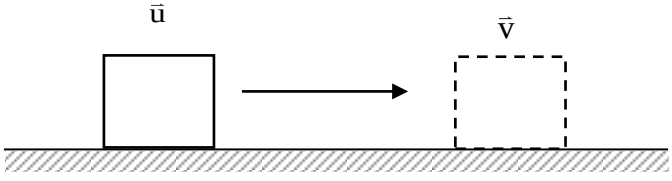
จากหัวข้อที่ผ่านมาเราได้ศึกษา เรื่องงานและกำลังมาแล้ว ซึ่งทำให้เราได้ทราบว่างานจะขึ้นอยู่กับแรงที่กระทำ และระยะการกระจัดที่เป็นผลมาจากแรง ส่วนกำลังนั้นจะขึ้นอยู่กับเวลาที่ใช้ในการทำงานด้วย และในหัวข้อต่อไปนี้เราจะศึกษางานในรูปแบบอีกรูปแบบหนึ่งที่เรียกว่าพลังงาน

พลังงานคือ การพิจารณางานในอีกรูปแบบหนึ่ง หรือเราอาจจะมองว่าพลังงานคืองานสุทธิหรือความสามารถในการทำงานสำหรับหน่วยของพลังงานนั้นจะมีหน่วยเดียวกับงานก็คือ จูล โดยพลังงานในทางกลศาสตร์มีอยู่สองรูปแบบ ดังนี้คือ

6.5.1 พลังงานจลน์ (Kinetic energy)

พลังงานจลน์คือ พลังงานที่เกิดขึ้นเนื่องจากการเคลื่อนที่ของวัตถุ ซึ่งจะทำให้วัตถุมีความเร็ว โดยที่พลังงานจลน์จะขึ้นอยู่กับความเร็วของวัตถุ

พิจารณาภาพที่ 6.9



ภาพที่ 6.9 การเกิดพลังงานจลน์

ขณะที่วัตถุมวล m กำลังเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็วต้น u ในขณะเดียวกัน มีแรงกระทำกับวัตถุนี้ ทำให้วัตถุเปลี่ยนความเร็วสุดท้ายเป็น v สมมุติว่าการกระจัดที่ได้มีค่าเท่ากับ S เราหางานได้ดังต่อไปนี้

จากสมการของงาน

$$W = \vec{F}\cdot\vec{S}$$

และ $$\vec{F} = m\vec{a}$$

จะได้ $$W = \left(m\vec{a}\right)\cdot\vec{S} \qquad (6\text{-}12)$$

และจากสมการเรื่องการเคลื่อนที่ของวัตถุ

$$\vec{S} = \frac{\left(\vec{u}+\vec{v}\right)}{2}t \qquad (6\text{-}13)$$

และ $$\vec{v} = \vec{u}+\vec{a}t \qquad (6\text{-}14)$$

$$\vec{a} = \frac{\vec{v}-\vec{u}}{2} \qquad (6\text{-}15)$$

แทนสมการที่ (6-12) และ (6-14) ลงในสมการที่ (6-11) จะได้

$$W = \frac{m\left(v-u\right)}{t}\frac{\left(u+v\right)t}{2}$$

$$W = \frac{1}{2}mv^2-\frac{1}{2}mu^2 \qquad (6\text{-}16)$$

ในกรณีที่วัตถุเริ่มเคลื่อนที่จากจุดหยุดนิ่ง (u = 0) จะได้

$$W = \frac{1}{2}mv^2 \qquad (6\text{-}17)$$

สำหรับปริมาณ $\frac{1}{2}mv^2$ เรียกว่าพลังงานจลน์ (E_k) นั่นเอง

เราสามารถสรุปได้อีกอย่างหนึ่งว่า ผลต่างของพลังงานจลน์หรือพลังงานจลน์สุทธิก็คือ ค่าของงานนั่นเองโดยเขียนเป็นสมการได้ว่า

$$W = E_{kf} - E_{ki} \qquad (6\text{-}18)$$

เมื่อ E_{ki} คือพลังงานจลน์ตอนเริ่มต้น และ E_{kf} คือพลังงานจลน์ตอนสุดท้าย

สำหรับค่าพลังงานจลน์ของวัตถุบางชนิดดังแสดงในตารางที่ 6.1

ตารางที่ 6.1 ค่าพลังงานจลน์บางชนิด

วัตถุ	มวล(กิโลกรัม)	อัตราเร็ว (เมตรต่อวินาที)	พลังงานจลน์ (จูล)
โลกโคจรรอบดวงอาทิตย์	5.98×10^{24}	2.98×10^{4}	2.65×10^{33}
ดวงจันทร์โคจรรอบโลก	7.35×10^{22}	1.02×10^{3}	3.82×10^{28}
จรวดที่กำลังพ้นโลก	500	1.12×10^{4}	3.14×10^{10}
รถยนต์วิ่ง	2,000	25	6.3×10^{5}
หยดน้ำฝน	3.5×10^{-5}	9	1.4×10^{-3}
โมเลกุลออกซิเจนในอากาศ	5.3×10^{-26}	500	6.6×10^{-21}

ตัวอย่างที่ 6.6 ออกแรง 10 นิวตัน ผลักมวล 5 กิโลกรัมให้เคลื่อนที่จากจุดหยุดนิ่งไปตามแนวระดับ ถ้าพื้นไม่มีความเสียดทาน จงหาความเร็วของกล่องเมื่อกล่องเคลื่อนที่ได้ 5 เมตร

วิธีทำ พิจารณาค่างานที่เกิดขึ้นมีค่าเท่ากับ

$$W = FS\cos\theta$$
$$W = (10)(5)(1)$$
$$= 50 \text{ จูล}$$

และจากความสัมพันธ์ระหว่างงานและพลังงานจลน์ จะได้

$$W = E_{kf} - E_{ki}$$
$$W = \frac{1}{2}mv^2 - 0$$

ดังนั้นจะได้ความเร็ว

$$v = \sqrt{\frac{2W}{m}}$$

$$v = \sqrt{\frac{(2)(50)}{5}}$$

$$= 4.47 \text{ m/s}$$

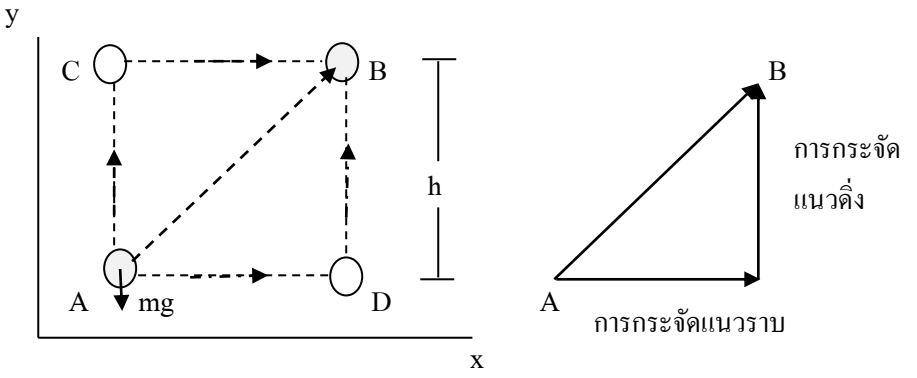
นั่นคือมีความเร็วเท่ากับ 4.47 เมตรต่อวินาที

6.5.2 พลังงานศักย์ (Potential energy)

พลังงานศักย์ คือพลังงานกลอีกรูปแบบหนึ่ง เป็นพลังงานที่สะสมอยู่ในวัตถุเมื่อวัตถุมีการเปลี่ยนตำแหน่งเปลี่ยนไป โดยพลังงานศักย์แบ่งออกเป็นดังนี้

(1) พลังงานศักย์โน้มถ่วง (Gravitational potential energy)

พิจารณาการเคลื่อนที่ของวัตถุมวล m ในสนามความโน้มถ่วงบริเวณใกล้ผิวโลก ตามเส้นทางต่างๆ ในระนาบ XY จากจุด A ไปยังจุด B ซึ่งอยู่สูงกว่าจุด A เป็นระยะ h ดังภาพที่ 6.10



ภาพที่ 6.10 งานของแรงโน้มถ่วงที่กระทำต่อวัตถุที่เคลื่อนที่ระหว่าง 2 จุด ในสนามโน้มถ่วง

แรงโน้มถ่วงที่กระทำต่อวัตถุเป็นแรงคงที่ มีขนาดเป็น mg ทิศชี้ลงตามแนวดิ่ง จึงไม่มีงานของแรงโน้มถ่วงกระทำต่อวัตถุ ขณะที่วัตถุเกิดการกระจัดแนวราบ งานของแรงโน้มถ่วงที่กระทำต่อวัตถุเกิดขึ้นเฉพาะช่วงที่วัตถุมีการกระจัดแนวดิ่งเท่านั้น เนื่องจากการกระจัดแนวดิ่งของวัตถุจากจุด A ไปยังจุด B มีขนาดเป็น h ทิศชี้ขึ้นตามแนวดิ่ง ซึ่งมีทิศตรงกันข้ามกับแรงโน้มถ่วง ไม่ว่าวัตถุจะเคลื่อนที่ตามเส้นทาง ACB, ADB หรือเส้นทางโค้ง AB

งานของแรงโน้มถ่วงเมื่อวัตถุเคลื่อนที่จากจุด A ไปยังจุด B จึงมีค่าเป็น $W_g = - mgh = mg(y_f - y_i)$ ทั้งสามเส้นทาง งานของแรงโน้มถ่วงไม่ขึ้นอยู่กับเส้นทางในการเคลื่อนที่ของวัตถุและเป็นจริงไม่ว่าเส้นทางการเคลื่อนที่ของวัตถุจะเป็นเส้นทาง 2 มิติ หรือ 3 มิติ แรงโน้มถ่วงจึงเป็นแรงอนุรักษ์ เนื่องจากงานของแรงโน้มถ่วงมีค่าเป็น

$$W_g = - mgh = mg(y_f - y_i) \qquad (6.20)$$

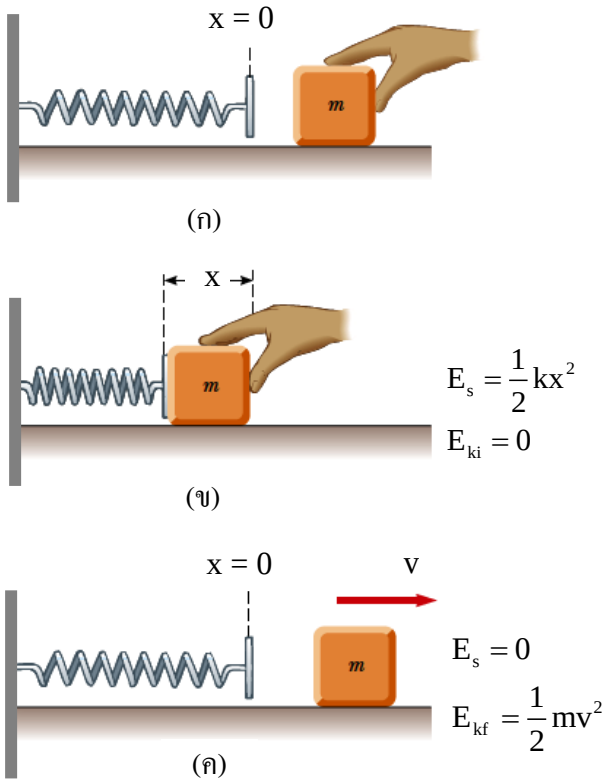
โดยที่งานของแรงอนุรักษ์มีค่าเป็น $W_C = -\Delta E_p$ และ $\Delta E_P = E_{pf} - E_{pi}$
จึงได้

$$W = E_{pi} - E_{pf} = -(E_{pf} - E_{pi}) = -\Delta E_p \qquad (6\text{-}21)$$

โดยทั่วไปแล้วจะกำหนดค่า E_{pi} ให้เป็นเท่าใดก็ได้ เนื่องจากมีผลให้ค่า E_{pf} เปลี่ยนไปด้วยค่าคงตัวค่าหนึ่งและค่าพลังงานศักย์ที่เปลี่ยนไปเท่านั้นที่มีความหมาย (สำคัญ) ในทางฟิสิกส์ จึงนิยมเลือกให้ $E_{pi} = 0$ ที่ระดับอ้างอิงศูนย์ y_i พลังงานศักย์โน้มถ่วงที่ระดับสูง y จากระดับอ้างอิงศูนย์ จึงมีค่าเป็น $E_P = mgy$

(2) พลังงานศักย์ยืดหยุ่น (Elastic potential energy)

พลังงานศักย์ยืดหยุ่น หมายถึง พลังงานศักย์ที่สะสมอยู่ในวัตถุที่มีความยืดหยุ่น เช่น สปริง ยาง เป็นต้น พิจารณา ภาพที่ 6.11 (ก) เมื่อสปริงสมดุล, (ข) ออกแรงอัดสปริงจากจุดสมดุลด้วยมวล m และ (ค) วัตถุเคลื่อนที่ด้วยพลังงานจลน์ และสปริงกลับมาที่ตำแหน่งสมดุล



ภาพที่ 6.11 ออกแรงอัดสปริงเมื่อปล่อยมือพลังงานศักย์ยืดหยุ่นจะเปลี่ยนเป็นพลังงานจลน์

จากสมการที่ (6-21) สามารถคำนวณหาค่าพลังงานศักย์ยืดหยุ่นได้จาก

$$W = E_{si} - E_{sf} \qquad (6\text{-}22)$$

โดยงานที่ทำให้เกิดพลังงานศักย์ยืดหยุ่นจะเป็นงานเนื่องมาจากแรงอัดสปริงมีค่าขึ้นอยู่กับระยะยืดและค่าคงตัวของวัตถุที่มีความยืดหยุ่น ซึ่งเขียนเป็นสมการได้ว่า

$$\begin{aligned} W &= \int \vec{F} \cdot d\vec{S} \\ &= \int k\vec{x} \cdot d\vec{x} \\ W &= \frac{1}{2}kx_i^2 - \frac{1}{2}kx_f^2 \end{aligned} \qquad (6\text{-}23)$$

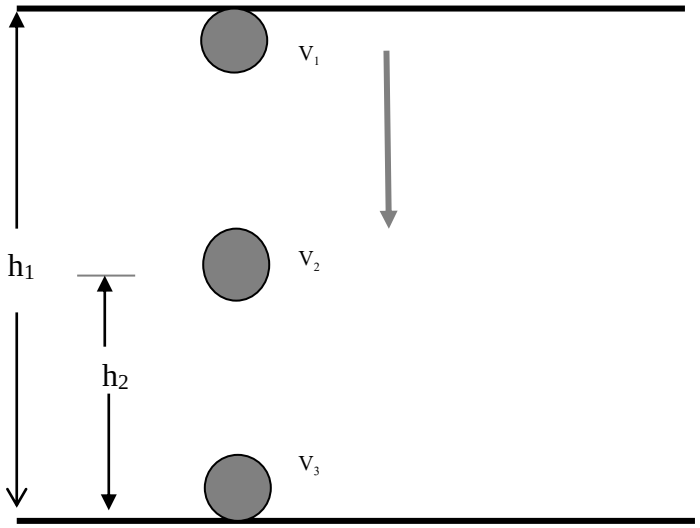
ดังนั้น จะได้พลังงานศักย์ยืดหยุ่นคือ

$$E_s = \frac{1}{2}kx^2 \qquad (6\text{-}24)$$

6.6 กฎการอนุรักษ์พลังงาน (Conservation of energy)

กฎการอนุรักษ์พลังงานกล่าวไว้ว่า “ถ้าไม่มีแรงลัพธ์ภายนอกมากระทำกับวัตถุ จะได้ผลรวมของพลังงานที่ตำแหน่งใดๆมีค่าคงตัวเสมอ”

พิจารณาเมื่อปล่อยวัตถุให้ตกลงมาจากที่สูง ดังภาพที่ 6.12



ภาพที่ 6.12 ลักษณะของการอนุรักษ์พลังงาน

พิจารณาภาพที่ 6.12 เมื่อปล่อยวัตถุให้ตกลงมาจากความสูงที่ระดับ h_1ในช่วงแรกนี้จะเป็นช่วงที่วัตถุมีความสูงมากที่สุด นั่นคือวัตถุจะมีพลังงานศักย์มากที่สุด และในช่วงแรกที่ปล่อยวัตถุวัตถุจะมีความเร็ว v_1ซึ่งจะมีความเร็วน้อยที่สุดทำให้พลังงานจลน์มีค่าน้อยที่สุดและเมื่อเวลาผ่านไปวัตถุจะมีความเร็วเพิ่มขึ้นทำให้พลังงานจลน์มีค่าเพิ่มขึ้นตามไปด้วย ในขณะเดียวกันความสูงก็จะลดลง ซึ่งจะทำให้พลังงานศักย์ลดลงตามไปด้วยที่จุดกึ่งกลางของการเคลื่อนที่วัตถุจะมีพลังงานจลน์เท่ากับพลังงานศักย์ จนกระทั่งถึงจุดสุดท้ายก่อนที่วัตถุจะเคลื่อนที่ถึงพื้นวัตถุจะมีความเร็วมากที่สุดทำให้มีพลังงานจลน์มากที่สุด ในขณะที่พลังงานศักย์มีค่าน้อยที่สุด ซึ่งเขียนความสัมพันธ์ของพลังงานจลน์ และพลังงานศักย์ จากกฎการอนุรักษ์พลังงานได้คือ

$$E_{ki} + E_{pi} = E_{kf} + E_{pf} \qquad (6\text{-}25)$$

จากภาพที่ 6.12 จะได้ว่า

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgh_2 = \frac{1}{2}mv_3^2 + mgh_3$$

ตัวอย่างที่ 6.7 ปล่อยวัตถุที่มีมวล 1 กิโลกรัม จากระยะที่มีความสูง 50 เมตร โดยไม่คำนึงถึงแรงต้านอากาศ จงหาความเร็วของวัตถุที่ระยะความสูง 30 เมตร

วิธีทำ

จากกฎการอนุรักษ์พลังงาน

$$E_{ki} + E_{pi} = E_{kf} + E_{pf}$$

ที่ความสูงระยะแรกความเร็วต้นเป็นศูนย์ จะได้

$$0 + mgh_1 + 0 = \frac{1}{2}mv^2 + mgh_2$$

ดังนั้น

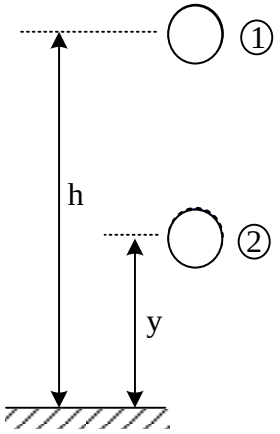
$$v^2 = 2mg(h_1 - h_2)$$

$$= 2(1)(9.8)(20)$$

$$= 392$$

$$v = 17.9 \text{ m/s}$$

ตัวอย่างที่ 6.8 ถ้าปล่อยวัตถุมวล m ให้ตกลงมาอย่างเสรี จากความสูง h ดังภาพที่ 6.13



ภาพที่ 6.13 วัตถุตกอย่างเสรี

(ก) จงหาอัตราเร็ว (v) ของวัตถุ ณ ตำแหน่ง y

(ข) ถ้าไม่ได้ปล่อยให้วัตถุตกลงมาเอง แต่ทุ่มวัตถุลงมาด้วยความเร็วต้น (v_0) จงหาอัตราเร็ว (v) ของวัตถุ ณ ตำแหน่ง y

วิธีทำ (ก) จากกฎการอนุรักษ์พลังงานจะได้

$$\sum E_i = \sum E_f$$

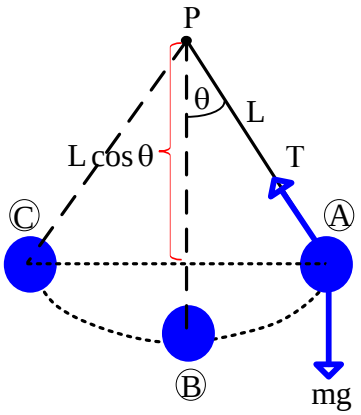
$$E_{ki} + E_{pi} = E_{kf} + E_{pf}$$

$$0+mgh = \frac{1}{2}mv_f^2+mgy$$
$$g(h-y) = \frac{1}{2}v_f^2$$
$$v_f = \sqrt{2g(h-y)}$$

(ข) วัตถุตกลงมาด้วยความเร็วต้น (v_0)จากกฎการอนุรักษ์พลังงานจะได้

$$\sum E_i = \sum E_f$$
$$E_{ki}+E_{pi} = E_{kf}+E_{pf}$$
$$\frac{1}{2}mv_0^2+mgh = \frac{1}{2}mv_f^2+mgy$$
$$g(h-y)+\frac{1}{2}v_0^2 = \frac{1}{2}v_f^2$$
$$v_f = \sqrt{v_0^2+2g(h-y)}$$

ตัวอย่างที่ 6.9 ลูกตุ้มนาฬิกามวล m ผูกด้วยเชือกยาว L ดังภาพที่ 6.14



ภาพที่ 6.14 ลูกตุ้มนาฬิกา

จงหา (ก) อัตราเร็วของลูกตุ้มนาฬิกาขณะที่อยู่ที่จุดต่ำสุด

(ข) แรงตึงในเส้นเชือกขณะที่อยู่ที่จุดต่ำสุด

วิธีทำ (ก) อัตราเร็วของลูกตุ้มนาฬิกาขณะที่อยู่ที่จุดต่ำสุดจากกฎการอนุรักษ์พลังงานจะได้

$$\sum E_A = \sum E_B$$
$$E_{kA}+E_{pA} = E_{kB}+E_{pB}$$
$$0+(-mgL\cos\theta) = \frac{1}{2}mv \quad a_T \quad mgL)$$
$$2gL(1-\cos\theta) = v_B^2$$

$$v_B = \sqrt{2gL(1-\cos\theta)}$$

อัตราเร็วของลูกตุ้มนาฬิกาขณะที่อยู่ที่จุดต่ำสุด $\sqrt{2gL(1-\cos\theta)}$

(ข) แรงตึงในเส้นเชือกขณะที่อยู่ที่จุดต่ำสุดเท่ากับแรงเข้าสู่ศูนย์กลาง

$$\sum F = \frac{mv^2}{r}$$

$$T_B - mg = \frac{mv_B^2}{r}$$

$$= m\frac{2gL(1-\cos\theta)}{L}$$

$$T_B = mg + 2mg(1-\cos\theta)$$

$$T_B = mg(3-2\cos\theta)$$

แรงตึงในเส้นเชือกขณะที่อยู่ที่จุดต่ำสุด $mg(3-2\cos\theta)$

6.7 เครื่องกลอย่างง่าย (Simple mechanical system)

เครื่องกลอย่างง่ายคือ เครื่องมือที่ใช้ในการผ่อนแรงและ/หรือเพื่อช่วยให้การทำงานเกิดความสะดวกในการใช้งานมากขึ้น เช่น รอก คาน ลิ่ม เป็นต้น เวลาที่มีการให้แรงกระทำหรือมีการทำงานเกิดขึ้นโดยทั่วไปแล้ว ผลที่เกิดจากการทำงานจะได้ผลไม่เท่ากับงานที่กระทำเนื่องจากระหว่างการทำให้เกิดงานนั้นมีการสูญเสียพลังงานเกิดขึ้นโดยอาจเกิดจากเครื่องมือที่ทำงาน โดยค่างานที่ได้รับเราเรียกว่าประสิทธิภาพของเครื่องกล โดยประสิทธิภาพของเครื่องกล คำนวณได้จากสมการ

$$W_{ff}(\%) = \frac{W_{out}}{W_{in}} \qquad (6.26)$$

เมื่อ W_{ff} คือ ประสิทธิภาพของเครื่องกล

W_{out} คือ งานที่ได้รับ

W_{in} คือ งานที่ทำ

โดยสามารถหาประสิทธิภาพในรูปของร้อยละได้จากสมการ

$$\%\ W_{ff} = \frac{W_{out}}{W_{in}} \times 100 \qquad (6\text{-}27)$$

บทสรุป

เมื่อวัตถุมีการเคลื่อนที่จะเกิดปริมาณของงานขึ้นซึ่งปริมาณของงานนี้ขึ้นอยู่กับแรงที่กระทำและการกระจัดที่วัตถุเคลื่อนที่ได้ โดยวิธีการคำนวณหางานนั้นหาได้จากการนำการกระจัดที่วัตถุเคลื่อนที่ได้ที่อยู่ในแนวเดียวกันกับแรงคูณกับแรงที่กระทำต่อวัตถุนั้น นอกจากนี้การที่วัตถุเคลื่อนที่ก็จะทำให้เกิดพลังงานจลน์ ซึ่งขึ้นอยู่กับความเร็วของวัตถุ และพลังงานศักย์ซึ่งเป็นพลังงานที่สะสมในวัตถุขณะหยุดนิ่งอยู่กับที่ สำหรับพลังงานศักย์และพลังงานจลน์นั้นสามารถเปลี่ยนรูปกลับไปกลับมาได้เรียกว่า กฎการอนุรักษ์พลังงาน และกำลังคือ งานที่ได้ในหน่วยเวลา