

บทที่ 6

แรงเค้นในโครงข้อหมุน (Truss)

5.1 บทนำ

โครงข้อหมุนหรือโครงถัก (Trusses) เป็นโครงสร้างแบบง่าย หรือแบบดีเทอร์มิเนท หรือแบบหาค่าได้โดยวิธีสถิตยศาสตร์ (Statically determinate structures) มีฐานรองรับเหมือนคานช่วงเดียวธรรมดา (Simply supported beam) โดยที่ปลายข้างหนึ่งเป็นฐานรองรับแบบยึดหมุนเคลื่อนที่ไม่ได้ (hinge support) ส่วนปลายอีกข้างหนึ่งเป็นฐานรองรับแบบยึดหมุนเคลื่อนที่ได้ (roller support) เป็นโครงสร้างรับน้ำหนักตามแนวแกน (axial loads) คือ มีแรงกระทำร่วมกันที่จุดต่อ (joints) แต่ละจุด การกำหนดโครงข้อหมุนให้เป็นโครงสร้างแบบง่าย จะพิจารณาเป็น 2 กรณี คือ

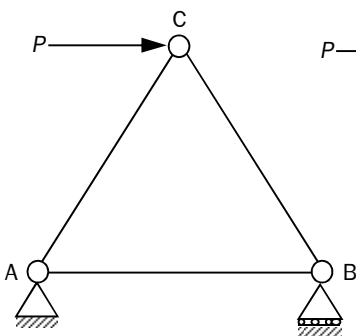
1. **พิจารณาภายนอกโครงสร้าง** เป็นการพิจารณาจากแรงปฏิกิริยา (Reactions) ต่างๆ ที่เป็นตัวแปรจะต้องมีไม่เกินจำนวนสมการสมดุลตามหลักของสถิตยศาสตร์ จึงกำหนดให้โครงข้อหมุนมีจุดรองรับแบบคานช่วงเดียวธรรมดา ซึ่งมีจำนวนพอดีทำให้โครงสร้างมีเสถียรภาพ (stable)

2. **พิจารณาภายในโครงสร้าง** เป็นการพิจารณาจากจำนวนองศาอิสระของโครงสร้าง (member of structure) ที่มีหน้าที่รับและถ่ายแรง ที่มีจำนวนพอดีที่จะทำให้เกิดเสถียรภาพภายในโครงข้อหมุน ซึ่งสามารถใช้หลักของสถิตยศาสตร์คำนวณหาแรงที่เกิดขึ้นในองศาอิสระได้เช่นเดียวกัน

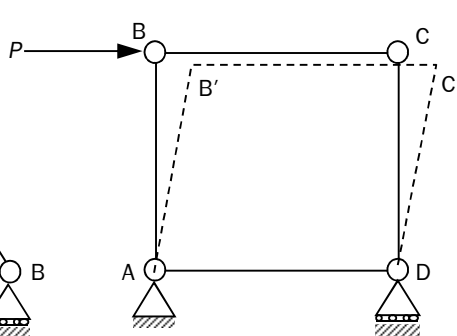
5.2 จำนวนองศาอิสระที่ต้องการสำหรับโครงข้อหมุน

จำนวนองศาอิสระที่ต้องการสำหรับโครงข้อหมุน หมายถึง จำนวนขององศาอิสระที่พอดี ที่ทำให้โครงข้อหมุนมีเสถียรภาพ และมีความมั่นคงภายในโครงข้อหมุน นั่นคือ โครงข้อหมุนที่พิจารณาจะต้องเป็นโครงข้อหมุนที่มีองศาอิสระประกอบกันเป็นรูปสามเหลี่ยมหลายรูป และไม่มีตัวเกินหรือด้อยของความยาก เพราะรูปสามเหลี่ยมเป็นรูปทรงเรขาคณิตที่มีเสถียรภาพมั่นคงที่สุด เมื่อมีแรงกระทำ ณ จุดต่อใดก็ตาม รูปสามเหลี่ยมก็จะไม่เปลี่ยนเป็นรูปอื่นได้ ทั้งนี้ เนื่องจากความยาวของด้านรูปสามเหลี่ยมจะยังคงเดิมไม่เปลี่ยนแปลง เช่น

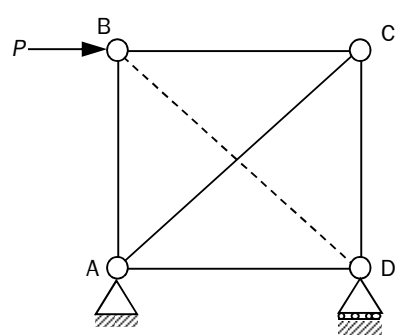
โครงรูปสามเหลี่ยม ABC ที่มีจุดต่อเป็นแบบยึดหมุน ในรูปที่ 5.1 ก) เมื่อมีแรง P กระทำที่จุด B โครงสามเหลี่ยมนี้จะไม่มีการเปลี่ยนแปลงรูป จัดว่าโครงสามเหลี่ยม ABC เป็นโครงข้อหมุนที่มีเสถียรภาพมั่นคง



ก) Stable Frame



ข) Unstable Frame



ค) Stable Frame

รูปที่ 5.1

ส่วนรูปที่ 5.1 ข) เป็นโครงรูปสี่เหลี่ยม ABCD ที่มีจุดต่อเป็นแบบยึดหมุนเช่นเดียวกัน เมื่อมีแรง P กระทำที่จุด B โครงสี่เหลี่ยมนี้จะเกิดการเปลี่ยนรูปทรงมีลักษณะตามเส้นประ AB'C'D' โครงสี่เหลี่ยม ABCD นี้ไม่จัดเป็นโครงข้อหมุน เพราะไม่มีเสถียรภาพ (Unstable) แต่ถ้าจะให้โครงสี่เหลี่ยม ABCD ในรูปที่ 5.1 ข) เป็นโครงที่มีเสถียรภาพมั่นคงพอดี ให้กระทำโดยใส่ค้ำยัน AC เข้าไปอีกองค์อาคารหนึ่ง ก็จะเกิดเป็นรูปสามเหลี่ยมสองรูปและจัดเป็นโครงข้อหมุนที่มีเสถียรภาพ (stable) ดังรูปที่ 5.1 ค)

ความสัมพันธ์ของการประกอบองค์อาคารให้เป็นโครงข้อหมุนที่มีเสถียรภาพ โครงข้อหมุนจะต้องเริ่มจากองค์อาคาร 1 ชิ้น ที่ถูกยึดอยู่กับที่และที่ปลายทั้งสองขององค์อาคาร ที่ถูกยึดอยู่กับที่นี้จะมีตำแหน่งคงที่ด้วย โดยจุดต่อหนึ่งจุด จะต้องการองค์อาคารเพิ่มขึ้นอีก 2 ชิ้นเท่านั้น นั่นคือ จำนวนองค์อาคารที่ต้องการจะมีค่าเท่ากับองค์อาคาร 1 ชิ้นที่ถูกยึดอยู่กับที่ บวกกับจำนวนขององค์อาคารที่เพิ่มขึ้นของแต่ละจุดต่อ และจำนวนขององค์อาคารที่เพิ่มขึ้นของแต่ละจุดต่อนี้ มีค่าเป็นสองเท่าของจำนวนจุดต่อลบด้วยสอง ดังนั้น

ถ้าให้ m = จำนวนองค์อาคารที่ต้องการ (members)

j = จำนวนจุดต่อ (joints)

จะได้ $m = 1 + 2(j - 2)$

$m = 2j - 3$ สมการที่ 5.1

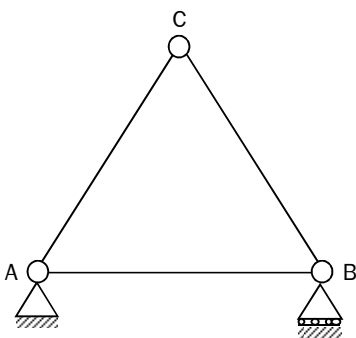
สรุป 1. โครงข้อหมุนที่มีเสถียรภาพ จะต้องมีจำนวนขององค์อาคารเป็นสองเท่าของจำนวนจุดต่อลบด้วยสามเสมอ

2. โครงข้อหมุนใดที่มีจำนวนขององค์อาคารน้อยกว่าสองเท่าของจำนวนจุดต่อลบด้วยสาม

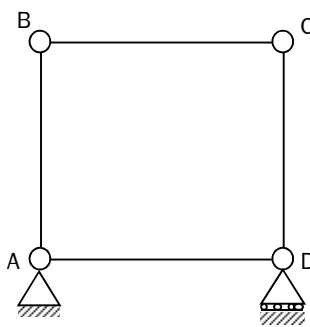
($m < 2j - 3$) แสดงว่าโครงข้อหมุนนั้น ไม่มีเสถียรภาพ

3. โครงข้อหมุนใดที่มีจำนวนขององค์อาคารมากกว่าสองเท่าของจำนวนจุดต่อลบด้วยสาม ($m > 2j - 3$)

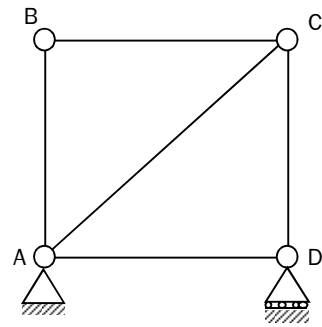
แสดงว่าโครงข้อหมุนนั้น มีเสถียรภาพเกินความจำเป็น (over stable) มีจำนวนตัวแปรมากกว่าสมการสมดุล จัดเป็นโครงสร้างแบบยาก และอาจจะเป็นผลเสียต่อองค์อาคารโดยไม่จำเป็น



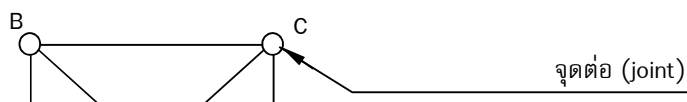
ก) Stable Frame

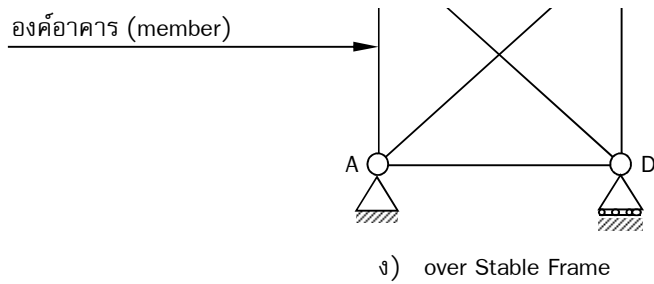


ข) Unstable Frame



ค) Stable Frame





รูปที่ 5.2

1. พิจารณารูปที่ 5.2 (ก) ซึ่งมี

จำนวนองค์อาคาร $m = 3$

จำนวนจุดต่อ $j = 3$

จากสมการที่ 5.1 $m = 2j - 3$

$3 = (2 \times 3) - 3$

ได้เท่ากับ $3 = 3$ เป็นโครงข้อหมุนแบบง่ายมีเสถียรภาพ

2. พิจารณารูปที่ 5.2 (ข) ซึ่งมี

จำนวนองค์อาคาร $m = 4$

จำนวนจุดต่อ $j = 4$

จากสมการที่ 5.1 $m = 2j - 3$

$4 = (2 \times 4) - 3$

ได้เท่ากับ $4 < 5$ ไม่เป็นโครงข้อหมุน และไม่มีเสถียรภาพ

3. พิจารณารูปที่ 5.2 (ค) ซึ่งมี

จำนวนองค์อาคาร $m = 5$

จำนวนจุดต่อ $j = 4$

จากสมการที่ 5.1 $m = 2j - 3$

$5 = (2 \times 4) - 3$

ได้เท่ากับ $5 = 5$ เป็นโครงข้อหมุนแบบง่ายมีเสถียรภาพ

4. พิจารณารูปที่ 5.2 (ง) ซึ่งมี

จำนวนองค์อาคาร $m = 6$

จำนวนจุดต่อ $j = 4$

จากสมการที่ 5.1 $m = 2j - 3$

$6 = (2 \times 4) - 3$

ได้เท่ากับ $6 > 5$ เป็นโครงข้อหมุนมีเสถียรภาพ แต่มีองค์อาคารเกินความจำเป็น

5.3 ประเภทของโครงข้หมุม

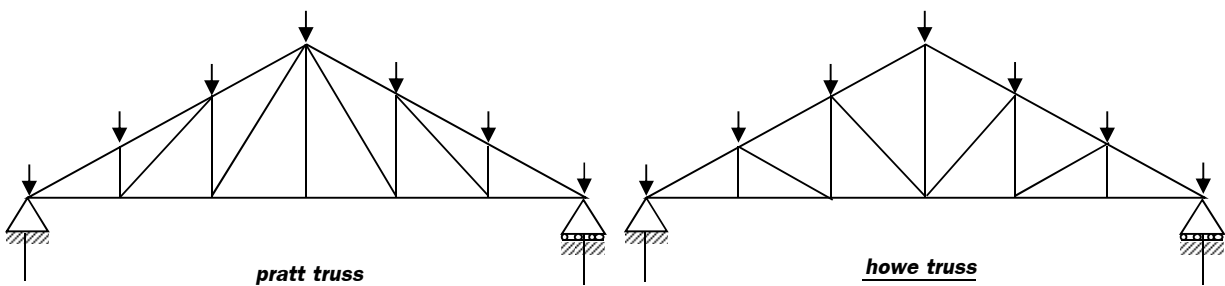
โครงข้หมุมหรือโครงถัก เป็นโครงสร้งที่นิยมใช้กันทั่วไปในงานก่อสร้างอาคาร ที่ต้องการช่วงอาคาร (span length) ที่มีช่วงยาวหรือกว้างมาก ๆ โดยไม่ต้องมีเสาระหว่างกลางช่วง ซึ่งจะเป็นการลดจำนวนเสา และใต้พื้นที่ครอบคลุมกว้างขวาง วัสดุที่ใช้ประกอบเป็นโครงข้หมุม ได้แก่ โครงไม้ (timber) และโครงเหล็ก (steel)

5.3.1 โครงหลังคา (roof truss)

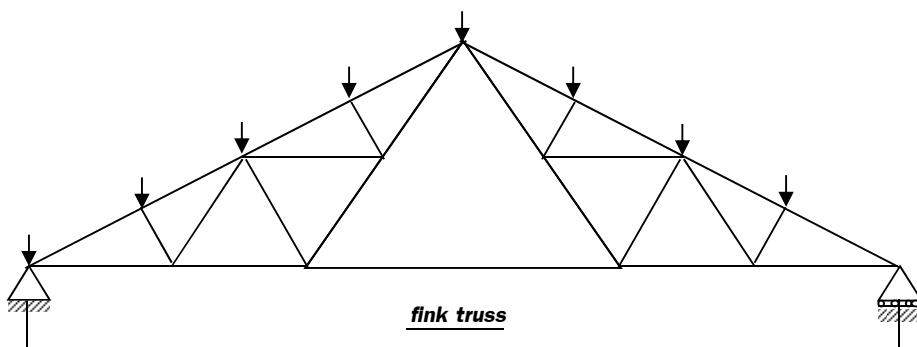
เป็นโครงสร้งที่รับน้ำหนักบรรทุกทุกของวัสดุมุง ระแนง แปะ ฝ้าเพดาน แรงลม และน้ำหนักบรรทุกจร โครงหลังคาโดยทั่วไปแบ่งได้เป็น 3 แบบ คือ

5.3.1.1 โครงหลังคาแบบโครงชัน (pitch truss) มีลักษณะต่างๆกัน คือ

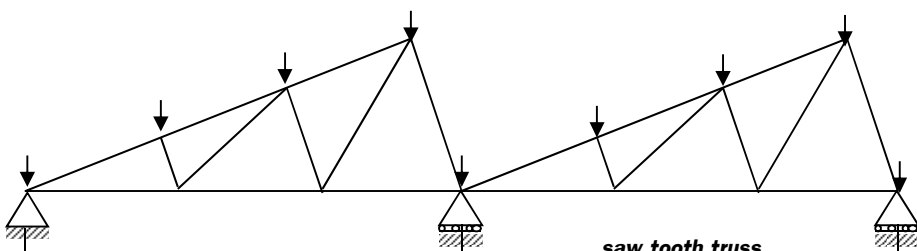
(ก) แบบแพรทท์ (pratt truss) และแบบโฮว์ (howe truss) เหมาะกับอาคารที่มีความยาวของช่วงอาคารไม่มากนัก เช่นที่พักอาศัย หรือโรงงานขนาดเล็ก



(ข) แบบฟังก์ (fink truss) เหมาะสำหรับโครงหลังคาที่มีความสูงมากๆ โดยแบ่งช่วงย่อยเท่าๆ กัน ทางด้านจันหันแล้วลากเส้นตั้งฉากออกไปพบกับข้อและองค์อาคารตั้งเฉียง



(ค) แบบฟันเลื่อย (saw tooth truss) เหมาะสำหรับหลังคาโรงงาน ที่ต้องการให้มีแสงสว่างเข้าทางปลายด้านชัน การแบ่งช่วยย่อยอาจทำได้เช่นเดียวกับแบบโฮว์ และแบบแพรทท์ ข้างต้น



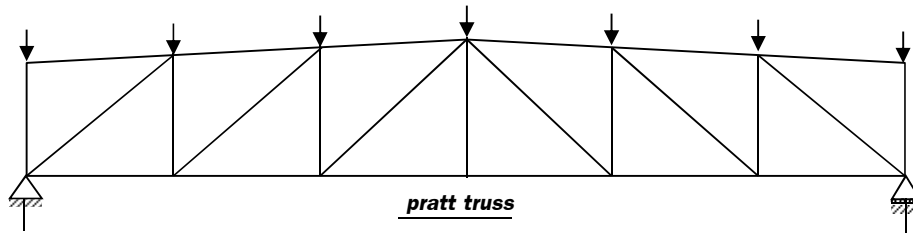
รูปที่ 5.3 โครงหลังคาแบบโครงชัน (pitch truss)

หลังคาโครงชัน ไม่เหมาะกับโครงหลังคาที่มีช่วงกว้างมากๆ และไม่เหมาะกับโครงหลังคาที่ต้องรับแรงลมมากๆ เนื่องจากโครงที่ชันทำให้ต้านลม

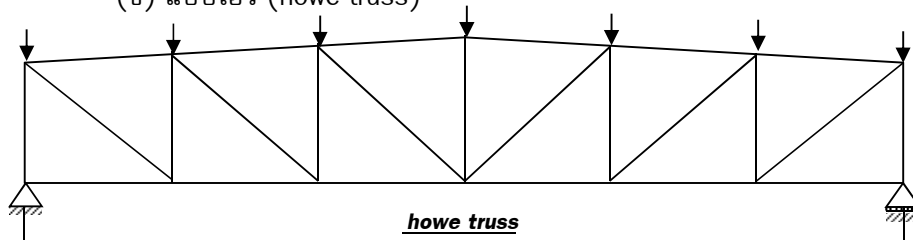
5.3.1.2 โครงหลังคาแบบโครงแบน (flat truss)

โครงหลังคาแบบนี้เหมาะสมกับโครงหลังคาที่มีช่วงกว้างมากๆ และเนื่องจากเป็น โครงหลังคาที่มีความชันไม่มาก จึงเหมาะกับการรับแรงลมได้ดี มีผลกระทบจากแรงลมน้อยกว่าหลังคาโครงชัน ซึ่งมีลักษณะ

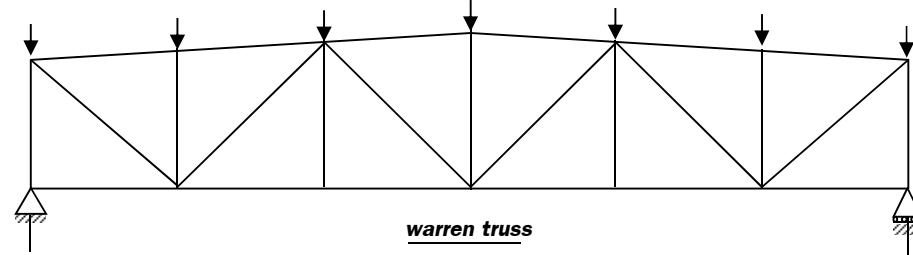
โครงสร้างที่นิยม ดังนี้ (ก) แบบแพรทท์ (pratt truss)



(ข) แบบโฮว์ (howe truss)



(ค) แบบวอร์เร็น (warren truss)

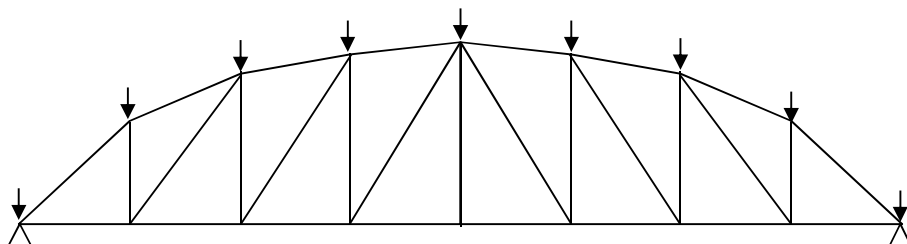


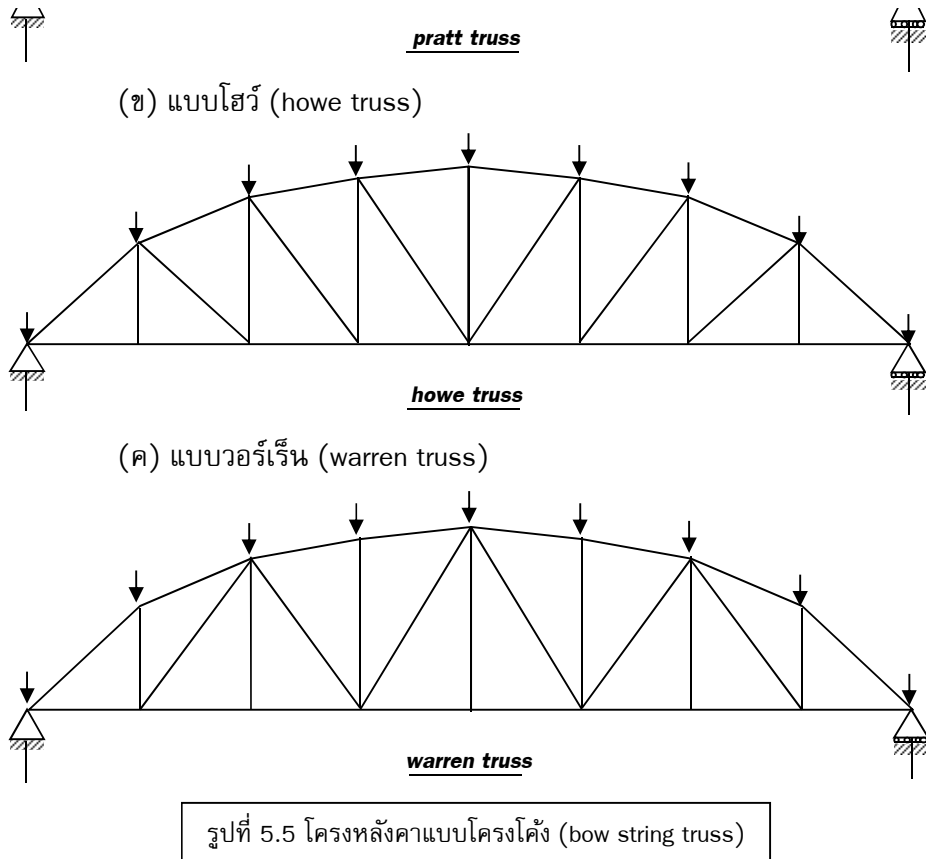
รูปที่ 5.4 โครงหลังคาแบบโครงแบน (flat truss)

5.3.1.3 โครงหลังคาแบบโครงโค้ง (bow string truss)

ใช้กับอาคารที่ต้องการหลังคาเป็นส่วนโค้ง การจัดลักษณะภายในจัดได้ดังนี้

(ก) แบบแพรทท์ (pratt truss)

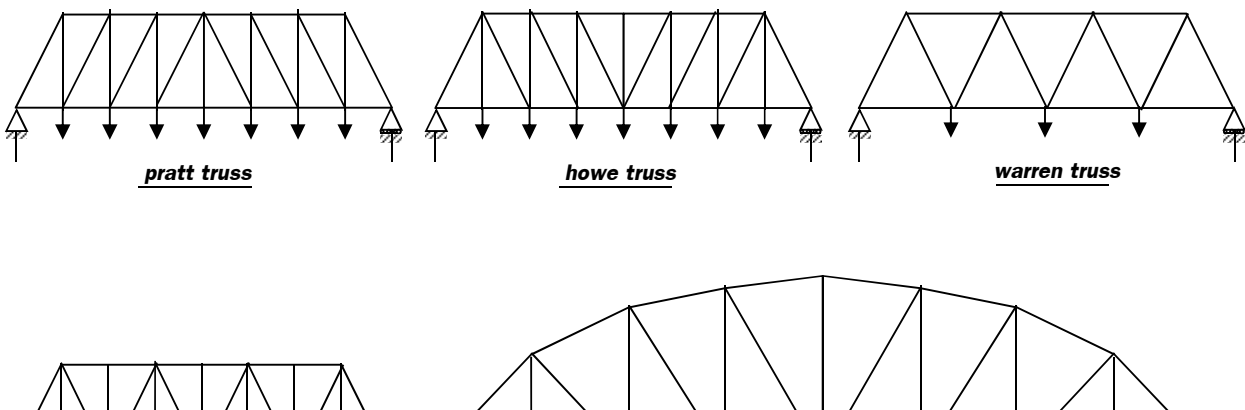


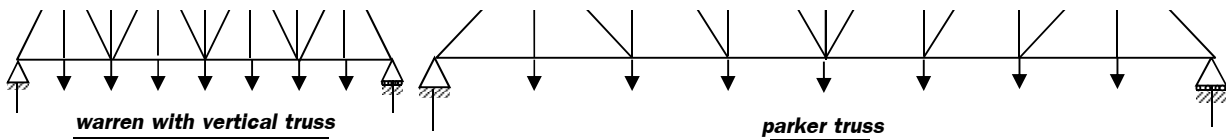


5.3.2 โครงสะพาน (bridge truss)

เป็นโครงสร้างที่รับน้ำหนักบรรทุกจากน้ำหนักของโครงสร้างสะพาน น้ำหนักของพื้นและคานรับพื้น และน้ำหนักบรรทุกจรจากยานพาหนะ ดังนั้นแรงและน้ำหนักบรรทุกที่กระทำจึงกระทำ ณ จุดต่อด้านล่าง (ข้อ) เป็นโครงสร้างที่ทำด้วยเหล็ก เพื่อให้เกิดความคงทนและรับน้ำหนักบรรทุกได้มาก เนื่องจากโครงสร้างสะพานจะเป็นโครงสร้างที่ยาวกว่าโครงหลังคา

โครงสร้างโดยทั่วไปเป็นโครงแบน (flat truss) ซึ่งมีทั้งแบบคอร์ดบนกับคอร์ดล่างขนานกัน และไม่ขนานกัน ซึ่งจะมีชื่อเรียกต่างๆ กัน ดังรูปที่ 5.6



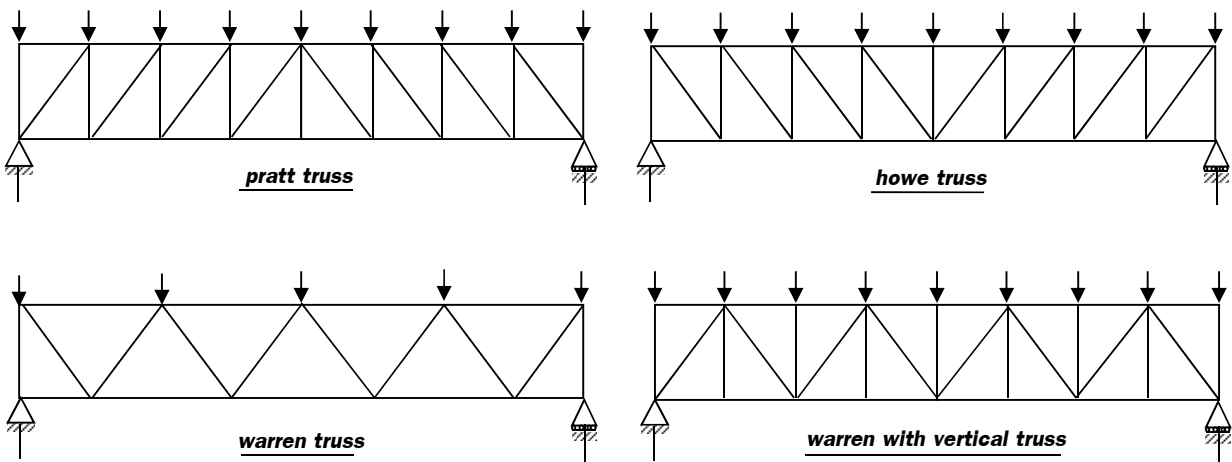


รูปที่ 5.6 โครงสะพาน (bridge truss)

5.3.3 คานโครง (truss girder)

เป็นโครงสร้างที่ใช้กับระบบพื้นรับน้ำหนักบรรทุกทุกจากน้ำหนักของคานโครง น้ำหนักของตง และพื้น น้ำหนักของฝ้าเพดาน และน้ำหนักบรรทุกจร และอาจใช้คานโครงทำหน้าที่เป็น อะเส และอกไก่ (คานหลังคา) เพื่อรับน้ำหนักบรรทุกต่างๆจากโครงหลังคา

คานโครงจะมีลักษณะแบน (flat truss) ชนิดคอร์ดบน กับคอร์ดล่างขนานกัน โดยประกอบโครงเป็นแบบแพรทท์ แบบโฮว์ หรือแบบวอร์เร็น ดังรูปที่ 5.7



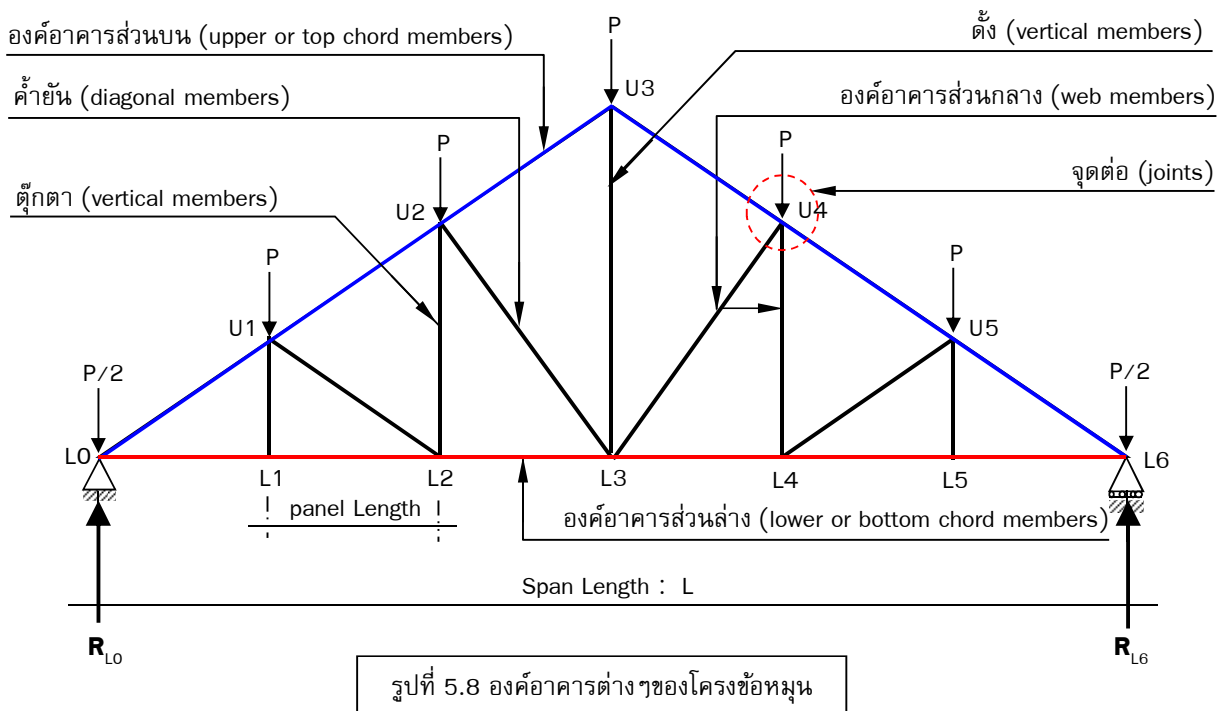
รูปที่ 5.7 คานโครง (truss girder)

อนึ่ง จะเห็นว่าโครงข้อหมุนแบบแพรทท์ (pratt truss) และโครงข้อหมุนแบบโฮว์ (howe truss) มีลักษณะคล้ายกัน จะต่างตรงที่ค้ำยัน (diagonal member) วางเฉียงกลับกัน ดดยค้ำยันถึงลักษณะการรับแรงของค้ำยันเป็นเกณฑ์ ในการกำหนดชื่อว่า แพรทท์ หรือโฮว์ คือ โครงข้อหมุนแบบแพรทท์ ค้ำยันจะเป็นองค์อาคารรับ **แรงดึง** (tensile member) แต่โครงข้อหมุนแบบโฮว์ ค้ำยันจะเป็นองค์อาคารรับ**แรงอัด** (compressive member) ดังนั้น ในโครงข้อหมุนแบบแพรทท์ หรือโฮว์ ที่จัดวางองค์อาคารเหมือนกัน แต่แรงหรือน้ำหนักบรรทุกที่กระทำต่างกัน (กระทำ ณ จุดต่อที่จันทัน กับกระทำ ณ จุดต่อที่ข้อ) จะเรียกชื่อกลับกันตามลักษณะการรับแรงดังกล่าว

5.4 ส่วนประกอบขององค์อาคารโครงข้อหมุน

องค์อาคาร (members) ต่างๆ ที่นำมาประกอบเป็นโครงข้อหมุน โดยมีจุดต่อ (joint) เป็นตัวเชื่อมองค์อาคารเหล่านั้นเข้าด้วยกัน มีชื่อเรียกต่างๆ กันออกไปตามลักษณะขององค์อาคาร ดังรูปที่ 5.8 ดังนี้

- 1) องค์กรส่วนบน (upper or top chord members) หมายถึง องค์กรที่อยู่ส่วนบนสุด ริมนอกของโครงข้อหมุน ซึ่งได้แก่ จันทัน
- 2) องค์กรส่วนล่าง (lower or bottom chord members) หมายถึง องค์กรที่อยู่ส่วนล่างสุด ริมนอกของโครงข้อหมุน ซึ่งได้แก่ ช่อ
- 3) องค์กรส่วนกลาง หรือส่วนประกอบอยู่ในโครงข้อหมุน (web members) หมายถึง องค์กรที่เป็นตัวยึดระหว่างจุดต่อขององค์กรส่วนบน กับจุดต่อขององค์กรส่วนล่าง ถ้าอยู่ในแนวตั้ง เรียกว่า vertical members ซึ่งได้แก่ ตั่ง และตุ๊กตา และถ้าอยู่ในแนวเอียงหรือทะแยง เรียกว่า diagonal members ซึ่งได้แก่ ค้ำยัน



- จากรูป 5.8 1) $L_0, L_1, L_2, L_3, U_1, U_2, U_3, \dots$ คือจุดต่อ (joints)
 2) $L_0, L_1, L_2, U_1, U_2, U_3, \dots$ คือ องค์กร (members)

5.5 การวิเคราะห์หาแรงในองค์กรโครงข้อหมุน

เมื่อมีแรงหรือน้ำหนักบรรทุกจากภายนอกกระทำต่อโครงข้อหมุน จะทำให้เกิดแรงต่อต้านขึ้นภายในโครงข้อหมุนนั้น โดยผ่านองค์กรต่างๆ ที่ประกอบเป็นโครงข้อหมุนในลักษณะของแรงต้านทานตามแนวแกน (axial stress) ประกอบด้วย

- 1) องค์กรที่รับแรงอัด (compressive members)
 - 2) องค์กรที่รับแรงดึง (tensile members)
- แรงต้านทานดังกล่าวนี้เรียกรวมๆ ว่า **แรงเค้นในองค์กร** (stress in members)

5.5.1 สมมติฐานการวิเคราะห์

การคำนวณหาแรงที่เกิดขึ้นในองค์อาคารของโครงข้อหมุน จะต้องอยู่ในสมมติฐาน (assumptions) ดังนี้

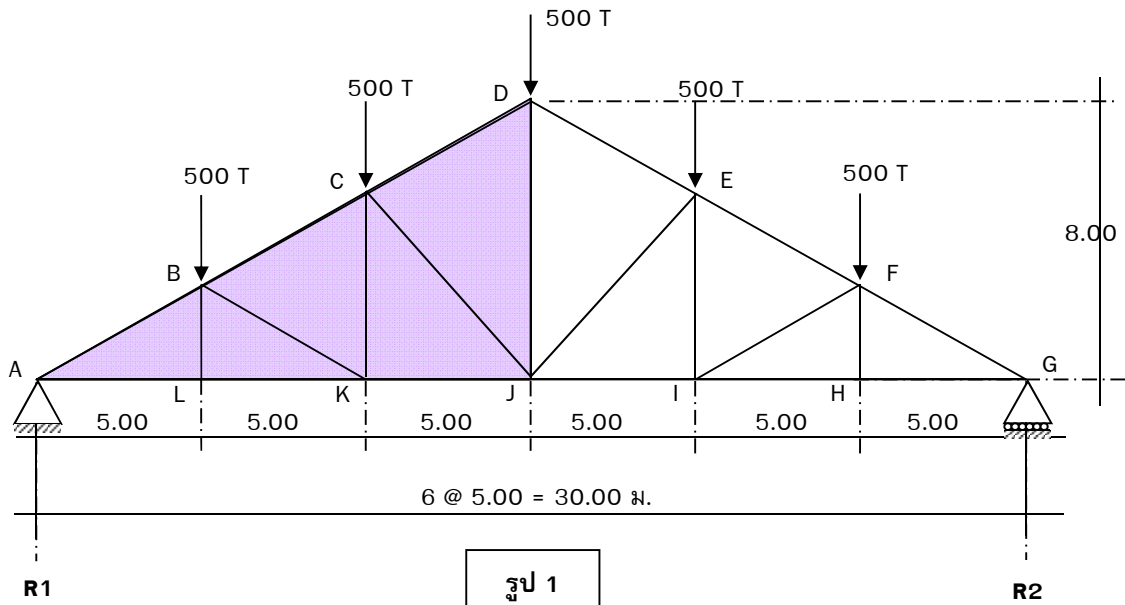
- 1) แนวแกนกลางขององค์อาคารต่างๆ จะต้องพบกันที่จุดต่อ คือ จะไม่เกิดแรงเยื้องศูนย์กลางที่จุดต่อ
- 2) จุดต่อหรือข้อต่อของโครงข้อหมุน ให้เป็นจุดต่อแบบยึดหมุน (pin joint) ถือว่าหมุนได้ ไม่มีความฝืด
- 3) แรงหรือน้ำหนักบรรทุกทุก ที่กระทำต่อโครงข้อหมุน จะต้องกระทำตรงจุดต่อเท่านั้น จึงไม่มีโมเมนต์ดัด เกิดขึ้นในองค์อาคารต่างๆ ของโครงข้อหมุนเลย
- 4) ความยาวขององค์อาคารในโครงข้อหมุน จะไม่เกิดการเปลี่ยนแปลงทั้งก่อนและหลังรับน้ำหนัก

5.5.2 หลักการวิเคราะห์

หลักการวิเคราะห์หาแรงในองค์อาคารของโครงข้อหมุน มีหลักการวิเคราะห์ ดังนี้

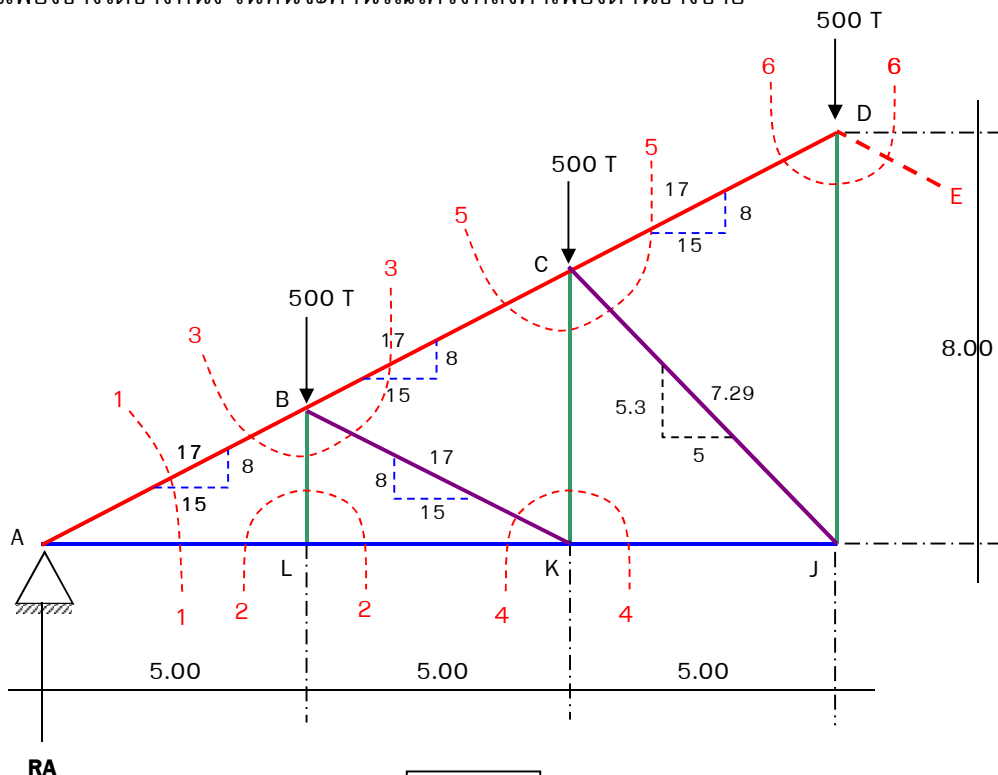
- 1) แรงหรือน้ำหนักบรรทุกทุกจากภายนอกที่กระทำต่อโครงข้อหมุน จะสมดุลได้ด้วยแรงปฏิกิริยาต่างๆ ที่ฐานรองรับของโครงข้อหมุนนั้น
- 2) องค์อาคารใดๆ ในโครงข้อหมุนจะแทนได้ด้วยแรง 2 แรง ที่มีขนาดเท่ากัน แต่มีทิศทางตรงกันข้ามกระทำที่ปลายทั้งสองขององค์อาคารนั้น
- 3) แรงดึง หรือแรงอัด ที่เกิดขึ้นในองค์อาคารต่างๆ ของโครงข้อหมุน ณ จุดต่อใดๆ (joint) รวมทั้งแรงหรือน้ำหนักบรรทุกทุกจากภายนอกที่กระทำตรงจุดต่อนั้นด้วย จะมีผลทำให้จุดต่อนั้นอยู่ในภาวะสมดุล
- 4) เมื่อแยกส่วนใดส่วนหนึ่งของโครงข้อหมุน (section) มาพิจารณา จะสมดุลได้ด้วยแรงหรือน้ำหนักบรรทุกทุกจากภายนอกที่กระทำ ณ จุดต่อ แรงปฏิกิริยาที่กระทำ ณ จุดรองรับ และแรงภายในที่เกิดขึ้นในองค์อาคารของโครงข้อหมุนส่วนที่นำมาพิจารณานั้น

ตัวอย่างที่ 2 จงคำนวณหาแรงภายในชิ้นส่วนต่างๆ ของโครงหลังคาแบบ (Howe Truss) ซึ่งรับน้ำหนักตามรูป โดย วิธีตัดรอบจุดต่อ (Method of joints)



รูป 1

หมายเหตุ เนื่องจากหลังคาเป็นแบบสมดุลย์ ชิ้นส่วนของหลังคาจากกึ่งกลางจึงเท่ากัน ดังนั้น จึงคำนวณหาแรงภายในชิ้นส่วนเพียงข้างใดข้างหนึ่ง ในที่นี้จะคำนวณโครงหลังคาเพียงด้านข้างซ้าย



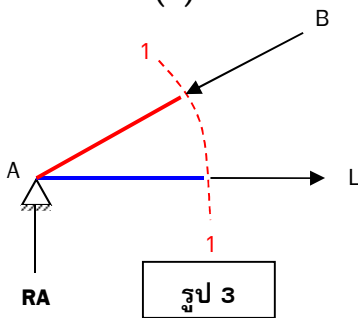
รูป 2

จากรูปที่ 2 เราจะได้ชิ้นส่วนของหลังคา ที่จะต้องคำนวณหาแรง ดังนี้

2.1 ชิ้นส่วนจันทัน	AB	BC	CD	3
2.2 ชิ้นส่วนชื้อ	AL	LK	KJ	3
2.3 ชิ้นส่วนตั้ง	BL	CK	DJ	3
2.4 ชิ้นส่วนค้ำยัน	BK	CJ		2
			รวม	11

โดยมี ลำดับชั้นการคำนวณรอบจุดต่อ ดังนี้

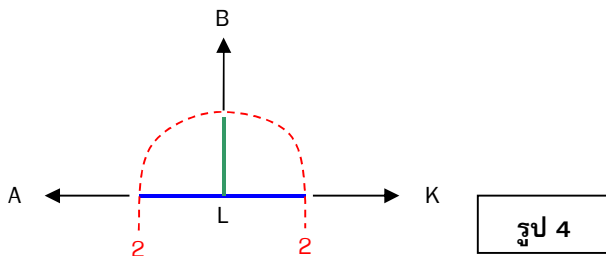
1. รอบจุดต่อที่ 1 - 1 (A)



ชิ้นส่วนที่หาแรงได้ คือ

1. ชิ้นส่วนจันทัน AB
2. ชิ้นส่วนชื้อ AL

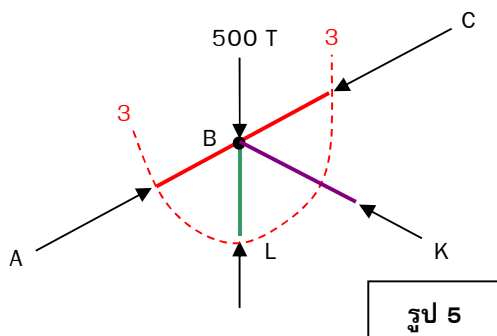
2. รอบจุดต่อที่ 2 - 2 (L)



ชิ้นส่วนที่หาแรงได้ คือ

1. ชิ้นส่วนชื้อ LK
2. ชิ้นส่วนตั้ง BL

3. รอบจุดต่อที่ 3 - 3 (B)

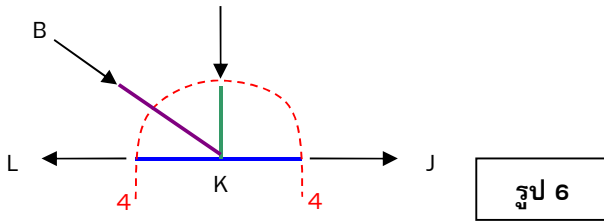


ชิ้นส่วนที่หาแรงได้ คือ

1. ชิ้นส่วนจันทัน BC
2. ชิ้นส่วนค้ำยัน BK

4. รอบจุดต่อที่ 4 - 4 (K)

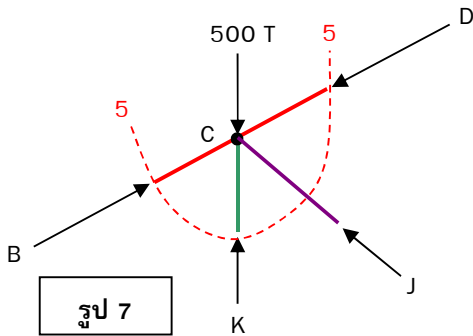
C



ชิ้นส่วนที่หาแรงได้ คือ

1. ชิ้นส่วนตั้ง CK
2. ชิ้นส่วนชั้ KJ

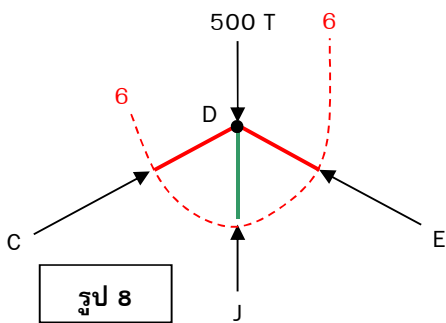
5. รอบจุดต่อที่ 5 - 5 (C)



ชิ้นส่วนที่หาแรงได้ คือ

1. ชิ้นส่วนจันหัน CD
2. ชิ้นส่วนค้ำยัน CJ

6. รอบจุดต่อที่ 6 - 6 (D)



ชิ้นส่วนที่หาแรงได้ คือ

1. ชิ้นส่วนจันหัน DE
2. ชิ้นส่วนตั้ง DJ

วิธีการคำนวณ

1. คำนวณหาแรงปฏิกิริยาที่จุดรองรับ **RA** และ **RG** โดยใช้สมการสมดุลย์

จากรูปที่ $\sum MG = 0$ $\curvearrowright +$

$$30 RA = (500 \times 25) + (500 \times 20) + (500 \times 15) + (500 \times 10) + (500 \times 5)$$

$$30 RA = 12500 + 10000 + 7500 + 5000 + 2500$$

$$30 RA = 37500$$

$$RA = \frac{37500}{30}$$

RA = 1250 T เนื่องจากเป็นโครงสร้างสมดุลย์ ดังนั้น

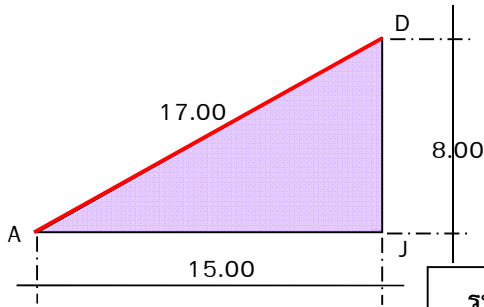
$$\mathbf{RG} = 1250 T$$

2. คำนวณหาแรงภายในชิ้นส่วนต่างๆ ของโครงหลังคา โดยวิธีตัดรอบจุดต่อ

อนึ่ง ก่อนการหาแรงภายในชิ้นส่วน เราต้อง หาสามเหลี่ยมแตกแรงของชิ้นส่วนในแนวเส้นเอียง ได้แก่

ชิ้นส่วน **จันทัน** และ **ค้ำยัน** ก่อน

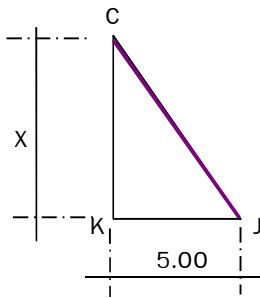
2.1 หาสามเหลี่ยมแตกแรง จันทัน AD



รูป 9

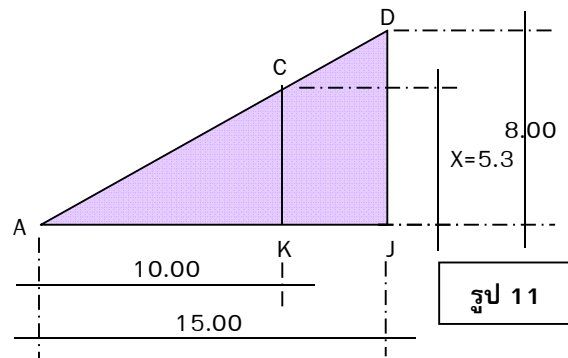
จาก ทบ.29 ของ พีทาโกรัส จะได้
 ความยาวจันทัน AD $\sqrt{8^2 + 15^2}$
 AD = 17.00 ม.

2.2 หาสามเหลี่ยมแตกแรง ค้ำยัน CJ



รูป 10

จากรูป 10 เราทราบ ความยาว KJ = 5.00 ม. แต่ความยาว KC เรา
 ไม่ทราบค่า แต่สามารถหาได้จาก ทฤษฎีสามเหลี่ยมคล้าย ในรูปที่ 11

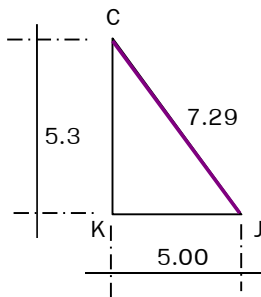


รูป 11

จาก ทฤษฎีสามเหลี่ยมคล้าย

$$\frac{\text{ความยาวสูงรูปเล็ก}}{\text{ความยาวฐานรูปเล็ก}} = \frac{\text{ความยาวสูงรูปใหญ่}}{\text{ความยาวฐานรูปใหญ่}}$$

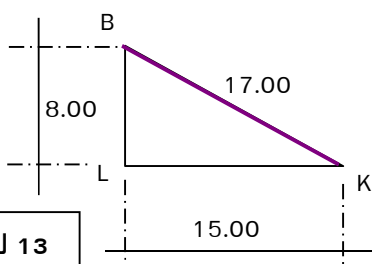
$$\frac{X}{10.00} = \frac{8.00}{15.00}, \quad X = \frac{8.00 \times 10.00}{15.00}, \quad CK = 5.3 \text{ ม.}$$



รูป 12

จาก ทบ.29 ของ พีทาโกรัส จะได้
 ความยาวจันทัน CJ $\sqrt{5^2 + 5.3^2}$
 CJ = 7.29 ม.

2.3 หาสามเหลี่ยมแตกแรง ค้ำยัน BK

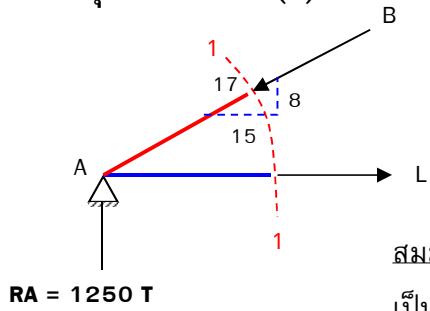


รูป 13

จากรูปที่ 1 เนื่องจากความเอียงลาดระหว่าง จันทัน AB
 และค้ำยัน BK มีความเอียงลาดเท่ากัน ดังนั้น สามารถใช้
 สามเหลี่ยมแตกแรงเหมือนกันได้

3. คำนวณหาแรงในชิ้นส่วนโครงหลังคา รอบจุดต่อ โดยวิธี Method of Joints

3.1 รอบจุดต่อที่ 1 - 1 (A)



ชิ้นส่วนที่หาแรงได้ คือ

1. ชิ้นส่วนจันทัน AB
2. ชิ้นส่วนช่อ AL

สมมติ ให้ แรงชิ้นส่วน AB เป็นแรงอัด (C), แรงชิ้นส่วน AL เป็นแรงดึง(T)

$$\sum FV = 0, \downarrow +$$

$$\left[\frac{AB \times 8}{17} \right] - 1250 = 0$$

$$AB = \frac{1250 \times 17}{8}$$

$$\mathbf{AB = 2656.25 \text{ T [C]}}$$

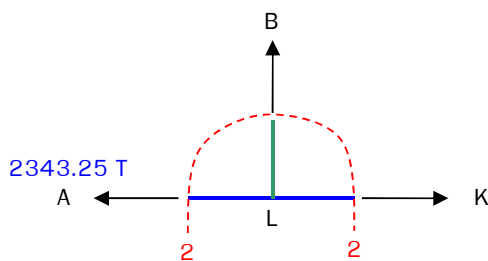
$$\sum FH = 0, \rightarrow +$$

$$AL - \left[\frac{2656.25 \times 15}{17} \right] = 0$$

$$AL = \frac{2656.25 \times 15}{17}$$

$$\mathbf{AL = 2343.75 \text{ T [T]}}$$

3.2 รอบจุดต่อที่ 2 - 2 (L)



ชิ้นส่วนที่หาแรงได้ คือ

1. ชิ้นส่วนช่อ LK
2. ชิ้นส่วนตั้ง BL

สมมติ ให้ แรงชิ้นส่วน LK เป็นแรงดึง (T)

แรงชิ้นส่วน BL เป็นแรงดึง (T)

$$\sum FV = 0, \uparrow +$$

$$BL = 0 \text{ (เพราะ ไม่มีแรงต้านในแนว ตั้ง เป็นองค์อาคารส่วนเกิน)}$$

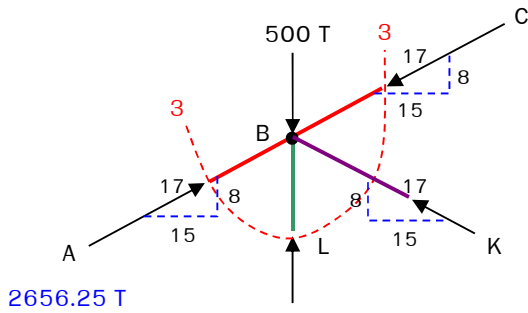
$$\mathbf{BL = 0}$$

$$\sum FH = 0, \rightarrow +$$

$$LK - 2343.25 = 0$$

$$\mathbf{LK = 2343.25 \text{ T [T]}}$$

3.3 รอบจุดต่อที่ 3 - 3 (B)



ชิ้นส่วนที่หาแรงได้ คือ

1. ชิ้นส่วนจันทัน BC
2. ชิ้นส่วนค้ำยัน BK

สมมติ ให้ แรงชิ้นส่วน BC เป็นแรงอัด (C)

แรงชิ้นส่วน BK เป็นแรงอัด (C)

$$\sum FV = 0, \downarrow +$$

$$\left[\frac{BC \times 8}{17} \right] + 500 + 0 \left[- \frac{2656.25}{17} \right] \times 8 \left[- \frac{BK}{17} \right] \times 8 = 0$$

เอา 17 คูณ ตลอด

$$\frac{8}{8} \left[\frac{17}{17} \frac{BC \times 8}{17} \right] + \frac{(17 \times 500)}{8} + \frac{(17 \times 0)}{8} \left[- \frac{17}{8} \frac{2656.25}{17} \right] \times \frac{8}{8} \left[- \frac{17}{17} \frac{BK}{17} \right] = 0$$

$$BC + 1062.5 - 2656.25 - BK = 0$$

$$BC = BK + 2656.25 - 1062.5$$

$$BC = BK + 1593.75 \dots\dots\dots (1)$$

$$\sum FH = 0, \leftarrow +$$

$$\left[\frac{BC \times 15}{17} \right] \left[\frac{2656.25 \times 15}{17} \right] + \left[\frac{BK \times 15}{17} \right] = 0$$

เอา 17 คูณ ตลอด

$$\frac{15}{15} \left[\frac{17}{17} \frac{BC \times 15}{17} \right] - \frac{17}{15} \left[\frac{2656.25 \times 15}{17} \right] + \frac{17}{15} \left[\frac{17}{17} \frac{BK \times 15}{17} \right] = 0$$

$$BC - 2656.25 + BK = 0$$

$$BC = 2656.25 - BK \dots\dots\dots (2)$$

ให้ สมการที่ (1) = (2)

$$BK + 1593.75 = 2656.25 - BK$$

$$BK + BK = 2656.25 - 1593.75$$

$$2 BK = 1062.5$$

$$\mathbf{BK = 531.25 T [C]}$$

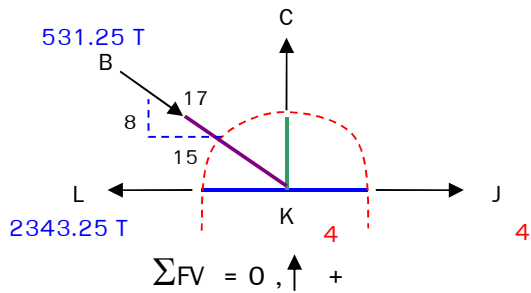
แทนค่า BK ในสมการที่ (1)

$$BC = BK + 1593.75 \dots\dots\dots (1)$$

$$BC = 531.25 + 1593.75$$

$$\mathbf{BC = 2125 T [C]}$$

3.4 รอบจุดต่อที่ 4 - 4 (K)



ชิ้นส่วนที่หาแรงได้ คือ

1. ชิ้นส่วนตั้ง CK
2. ชิ้นส่วนซื่อ KJ

สมมติ ให้ แรงชิ้นส่วน CK เป็นแรงดึง (T)

แรงชิ้นส่วน KJ เป็นแรงดึง (T)

$$CK - \left[\frac{531.25 \times 8}{17} \right] = 0$$

$$CK = \frac{531.25 \times 8}{17}$$

$$CK = 250 \text{ T [T]}$$

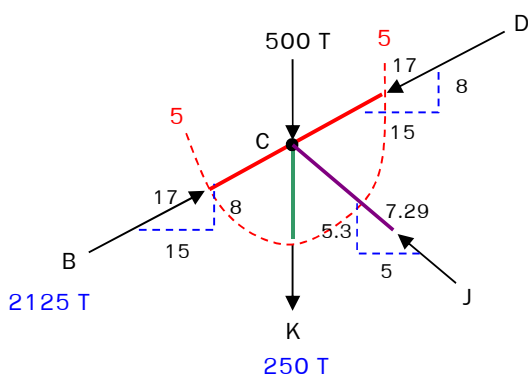
$$\Sigma FH = 0, \rightarrow +$$

$$KJ - 2343.25 + \left[\frac{531.25 \times 15}{17} \right] = 0$$

$$KJ = 2343.25 - \left[\frac{531.25 \times 15}{17} \right]$$

$$KJ = 1874.5 \text{ T [T]}$$

3.5 รอบจุดต่อที่ 5 - 5 (C)



ชิ้นส่วนที่หาแรงได้ คือ

1. ชิ้นส่วนจันทัน CD
2. ชิ้นส่วนค้ำยัน CJ

สมมติ ให้ แรงชิ้นส่วน CD เป็นแรงอัด (C)

แรงชิ้นส่วน CJ เป็นแรงอัด (C)

$$\Sigma FV = 0, \downarrow +$$

$$\frac{8}{17} CD + 500 + 250 - \left[\frac{2125 \times 8}{17} \right] - \frac{5.3}{7.29} CJ = 0$$

$$\frac{8}{17} CD + 750 - 1000 - \frac{5.3}{7.29} CJ = 0$$

$$\frac{8}{17} CD = \frac{5.3}{7.29} CJ + 1000 - 750$$

$$\frac{8}{17} CD = \frac{5.3}{7.29} CJ + 250$$

$$0.47 CD = 0.73 CJ + 250$$

$$CD = \frac{0.73 CJ + 250}{0.47} \dots\dots\dots(1)$$

$$\Sigma FH = 0, \leftarrow +$$

$$\frac{15}{17} CD + \frac{5}{7.29} CJ \left[\frac{2125}{17} \times 15 \right] = 0$$

$$\frac{15}{17} CD + \frac{5}{7.29} CJ - 1875 = 0$$

$$0.88 CD + 0.69 CJ - 1875 = 0$$

$$0.88 CD = 1875 - 0.69 CJ$$

$$CD = \frac{1875 - 0.69 CJ}{0.88} \dots\dots\dots(2)$$

ให้ สมการที่ (1) = (2)

$$\frac{0.73 CJ + 250}{0.47} = \frac{1875 - 0.69 CJ}{0.88}$$

$$0.88 (0.73 CJ + 250) = 0.47 (1875 - 0.69 CJ)$$

$$0.64 CJ + 220 = 881.25 - 0.32 CJ$$

$$0.64 CJ + 0.32 CJ = 881.25 - 220$$

$$0.96 CJ = 661.25$$

$$CJ = \frac{661.25}{0.96}$$

CJ = 688.8 T [C]

แทนค่า CJ ในสมการที่ (1)

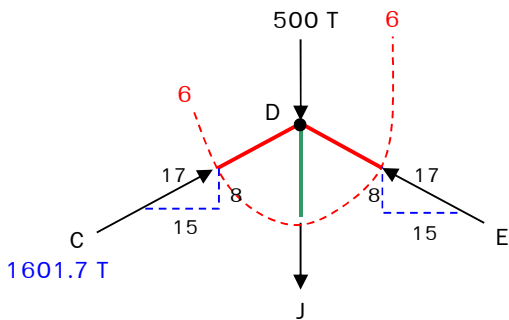
$$CD = \frac{0.73 CJ + 250}{0.47} \dots\dots\dots(1)$$

$$CD = \frac{(0.73 \times 688.8) + 250}{0.47}$$

$$CD = \frac{502.8 + 250}{0.47}$$

$$CD = 1601.7 \text{ T} \quad [C]$$

3.6 รอบจุดต่อที่ 6 - 6 (D)



ชิ้นส่วนที่หาแรงได้ คือ

1. ชิ้นส่วนจันทัน DE
2. ชิ้นส่วนตั้ง DJ

สมมติ ให้ แรงชิ้นส่วน DE เป็นแรงอัด (C)

แรงชิ้นส่วน DJ เป็นแรงดึง (T)

$$\begin{aligned} \sum F_H = 0, \quad \leftarrow + \\ \frac{15}{17} DE - \left[\frac{1601.7 \times 15}{17} \right] &= 0 \\ \frac{15}{17} DE &= 1601.7 \times \frac{15}{17} \\ DE &= 1601.7 \times \frac{15}{17} \times \frac{17}{15} \end{aligned}$$

$$DE = 1601.7 \text{ T} \quad [C]$$

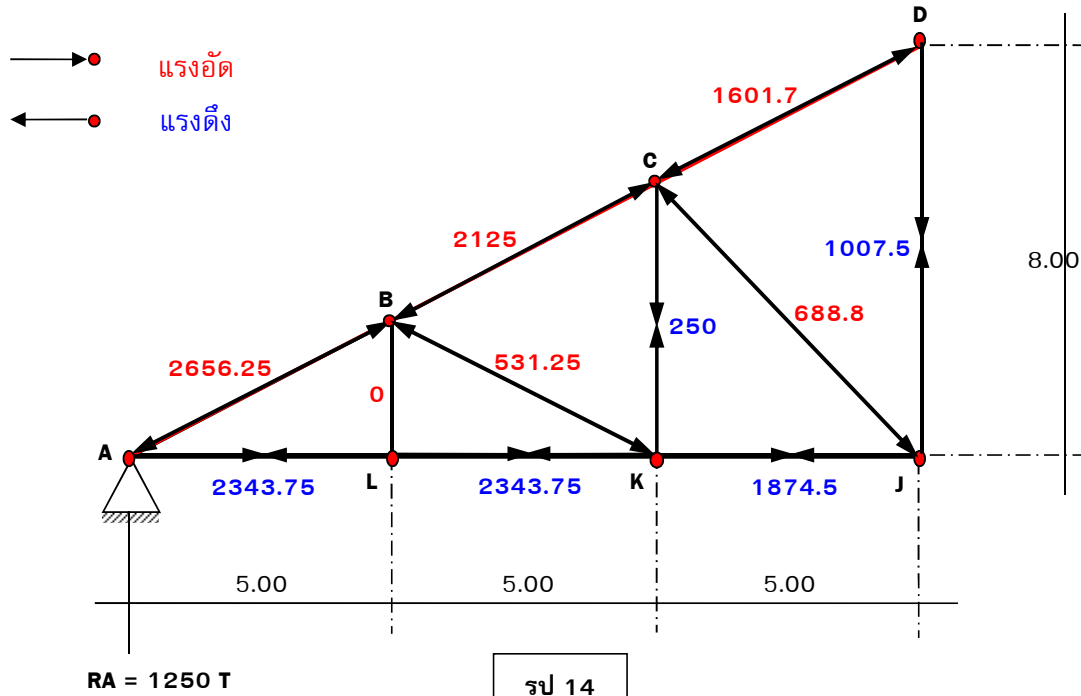
$$\begin{aligned} \sum F_V = 0, \quad \downarrow + \\ DJ - \left[\frac{1601.7 \times 8}{17} \right] - \left[\frac{1601.7 \times 8}{17} \right] + 500 &= 0 \\ DJ - 753.74 - 753.74 + 500 &= 0 \\ DJ &= 753.74 + 753.74 - 500 \\ DJ &= 1007.5 \text{ T} \quad [T] \end{aligned}$$

สรุปการหาแรงในชิ้นส่วนโครงหลังคา

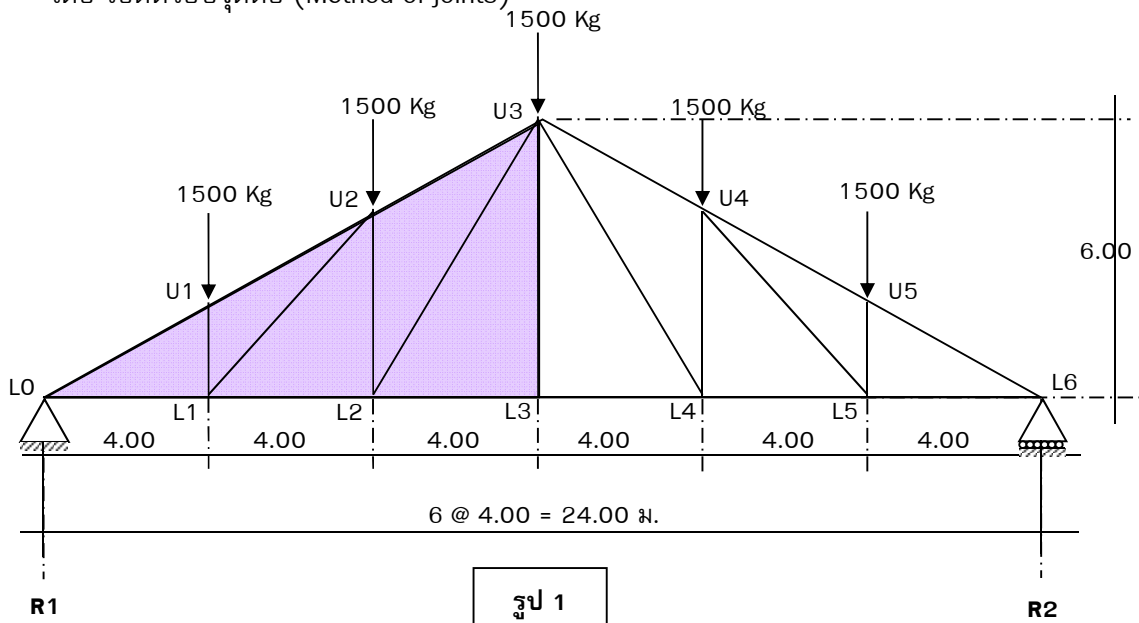
ชิ้นส่วน	ขนาดของแรง	ชนิดของแรง	ชิ้นส่วน	ขนาดของแรง	ชนิดของแรง
จันทัน			ข้อ		
AB	2656.25 T	แรงอัด [C]	AL	2343.75 T	แรงดึง [T]
BC	2125.00 T	แรงอัด [C]	LK	2343.75 T	แรงดึง [T]

CD	1601.70 T	แรงอัด [C]	KJ	1874.50 T	แรงดึง [T]
ค้ำยัน			ค้ำยัน		
BL	0	-	BK	531.25 T	แรงดึง [C]
CK	250.00 T	แรงอัด [T]	CJ	688.80 T	แรงดึง [C]
DJ	1007.50 T	แรงอัด [T]			

รูปแสดง แรงในชิ้นส่วนโครงหลังคาจากการคำนวณ

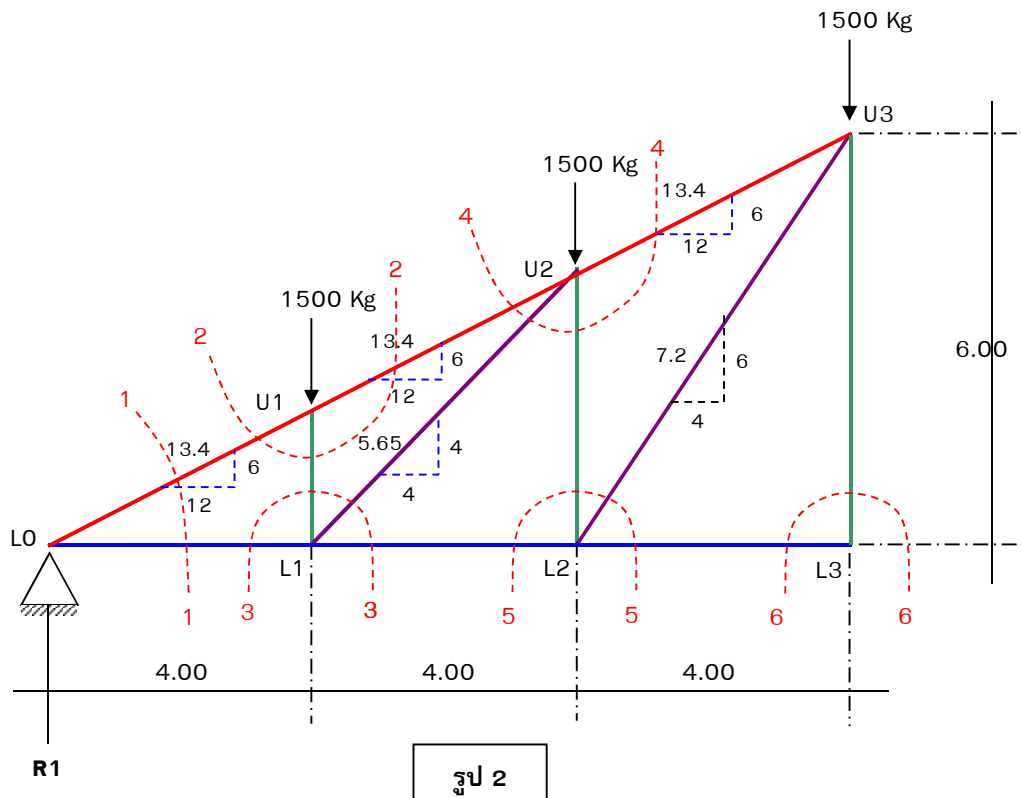


ตัวอย่างที่ 1 จงคำนวณหาแรงภายในชิ้นส่วนต่างๆ ของโครงหลังคาแบบ (Pratt Truss) ซึ่งรับน้ำหนักตามรูป โดย วิธีตัดรอบจุดต่อ (Method of joints)



รูป 1

หมายเหตุ เนื่องจากหลังคาเป็นแบบสมดุลย์ ชิ้นส่วนของหลังคาจากกึ่งกลางจึงเท่ากัน ดังนั้น จึงคำนวณหาแรงภายในชิ้นส่วนเพียงข้างใดข้างหนึ่ง ในที่นี้จะคำนวณโครงหลังคาเพียงด้านข้างซ้าย



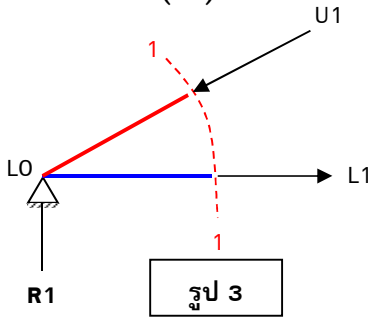
รูป 2

จากรูปที่ 2 เราจะได้ชิ้นส่วนของหลังคา ที่จะต้องคำนวณหาแรง ดังนี้

2.1 ชั้นส่วนจันทัน	LOU1	U1U2	U2U3	3
2.2 ชั้นส่วนชื้อ	LOL1	L1L2	L2L3	3
2.3 ชั้นส่วนตั้ง	L1U1	L2U2	L3U3	3
2.4 ชั้นส่วนค้ำยัน	L1U2	L2U3		2
		รวม		11

โดยมี ลำดับชั้นการคำนวณรอบจุดต่อ ดังนี้

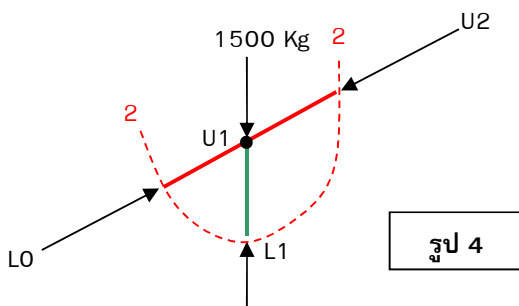
1. รอบจุดต่อที่ 1 - 1 (L0)



ชั้นส่วนที่หาแรงได้ คือ

1. ชั้นส่วนจันทัน LOU1
2. ชั้นส่วนชื้อ LOL1

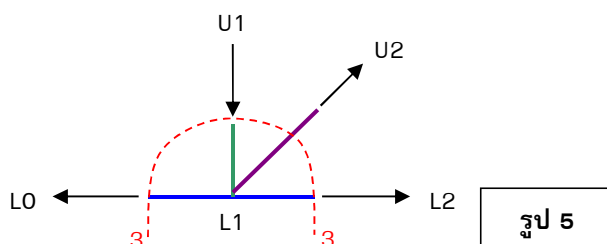
2. รอบจุดต่อที่ 2 - 2 (U1)



ชั้นส่วนที่หาแรงได้ คือ

1. ชั้นส่วนจันทัน U1U2
2. ชั้นส่วนตั้ง L1U1

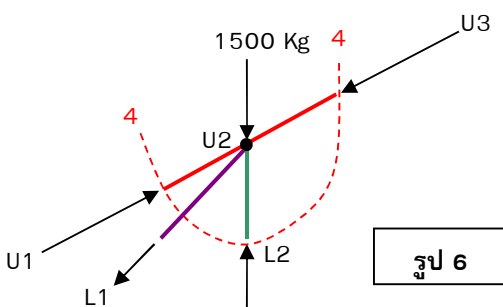
3. รอบจุดต่อที่ 3 - 3 (L1)



ชั้นส่วนที่หาแรงได้ คือ

1. ชั้นส่วนค้ำยัน L1U2
2. ชั้นส่วนชื้อ L1L2

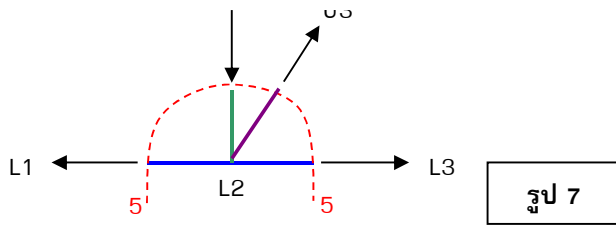
4. รอบจุดต่อที่ 4 - 4 (U2)



ชั้นส่วนที่หาแรงได้ คือ

1. ชั้นส่วนจันทัน U2U3
2. ชั้นส่วนตั้ง L2U2

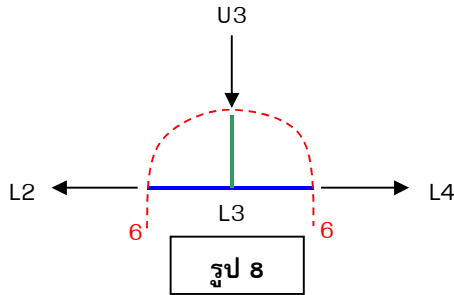
5. รอบจุดต่อที่ 5 - 5 (L2)



- ชั้นส่วนที่หาแรงได้ คือ
1. ชั้นส่วนค้ำยัน L2U3
 2. ชั้นส่วนช่อ L2L3

รูป 7

6. รอบจุดต่อที่ 6 - 6 (L3)



- ชั้นส่วนที่หาแรงได้ คือ
1. ชั้นส่วนช่อ L3L4
 2. ชั้นส่วนตั้ง L3U3

รูป 8

วิธีการคำนวณ

1. คำนวณหาแรงปฏิกิริยาที่จุดรองรับ R1 และ R2 โดยใช้สมการสมดุลย์

จากรูปที่ $\sum M L6 = 0 \curvearrowright +$

$$24 R1 = (1500 \times 20) + (1500 \times 16) + (1500 \times 12) + (1500 \times 8) + (1500 \times 4)$$

$$24 R1 = 30000 + 24000 + 18000 + 12000 + 6000$$

$$24 R1 = 90000$$

$$R1 = \frac{90000}{24}$$

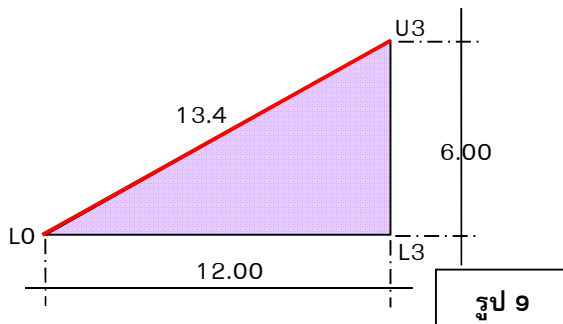
R1 = 3750 Kg เนื่องจากเป็นโครงสร้างสมดุลย์ ดังนั้น

$$R2 = 3750 \text{ Kg}$$

2. คำนวณหาแรงภายในชั้นส่วนต่างๆ ของโครงหลังคา โดยวิธีตัดรอบจุดต่อ

อนึ่ง ก่อนการหาแรงภายในชั้นส่วน เราต้อง หาสามเหลี่ยมแตกแรงของชั้นส่วนในแนวเส้นเอียง ได้แก่ ชั้นส่วน **จันทัน** และ **ค้ำยัน** ก่อน

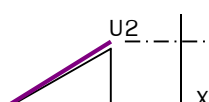
2.1 หาสามเหลี่ยมแตกแรง จันทัน LOU3



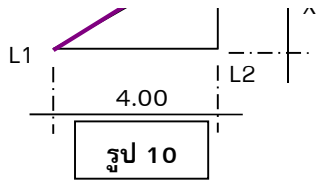
จาก ทบ.29 ของ ปิธากอรัส จะได้
ความยาวจันทัน LOU3 $\sqrt{6^2 + 12^2}$
LOU3 = 13.40 ม.

รูป 9

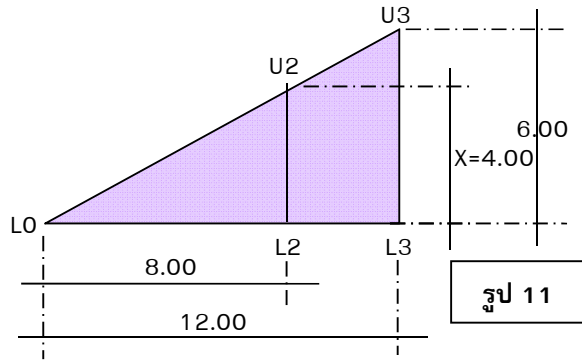
2.2 หาสามเหลี่ยมแตกแรง ค้ำยัน L1U2



จากรูป 10 เราทราบ ความยาว L1L2 = 4.00 ม. แต่ความยาว L2U2 เราไม่ทราบค่า แต่สามารถหาได้จาก ทฤษฎีสามเหลี่ยมคล้าย



ในรูปที่ 11



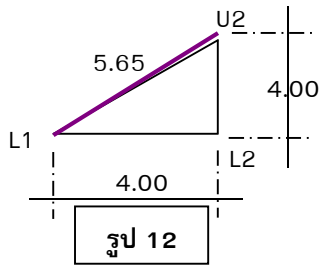
จาก ทฤษฎีสามเหลี่ยมคล้าย

$$\frac{\text{ความยาวสูงรูปเล็ก}}{\text{ความยาวฐานรูปเล็ก}} = \frac{\text{ความยาวสูงรูปใหญ่}}{\text{ความยาวฐานรูปใหญ่}}$$

$$\frac{X}{8.00} = \frac{6.00}{12.00}$$

$$X = \frac{6.00 \times 8.00}{12.00}$$

$$L2U2 = 4.00 \text{ ม.}$$

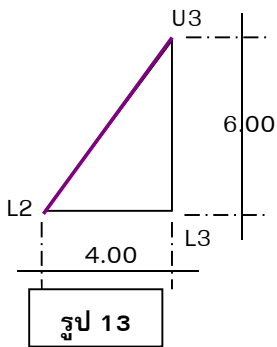


จาก ทบ.29 ของ พีทาโกรัส จะได้

$$\text{ความยาวจันทัน L1U2} = \sqrt{4^2 + 4^2}$$

$$L1U2 = 5.65 \text{ ม.}$$

2.3 หาสามเหลี่ยมแตกแรง ค้ำยัน L2U3



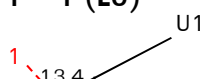
จาก ทบ.29 ของ พีทาโกรัส จะได้

$$\text{ความยาวจันทัน L2U3} = \sqrt{4^2 + 6^2}$$

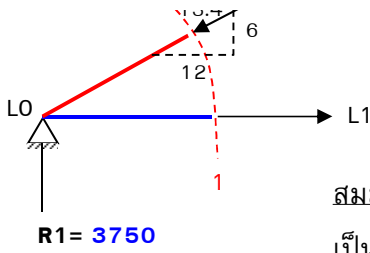
$$L2U3 = 7.2 \text{ ม.}$$

3. คำนวณหาแรงในชิ้นส่วนโครงหลังคา รอบจุดต่อ โดยวิธี Method of Joints

3.1 รอบจุดต่อที่ 1 - 1 (L0)



ชิ้นส่วนที่หาแรงได้ คือ



1. ชิ้นส่วนจันทัน LOU1
2. ชิ้นส่วนชื้อ LOL1

สมมติ ให้ แรงชิ้นส่วน LOU1 เป็นแรงอัด (C), แรงชิ้นส่วน LOL1 เป็นแรงดึง(T) แรง R1 = 3,750 Kg

$$\sum FV = 0, \downarrow +$$

$$\left[\frac{LOU1 \times 6}{13.4} \right] - 3750 = 0$$

$$LOU1 = \frac{3750 \times 13.4}{6}$$

$$LOU1 = 8375 \text{ Kg [C]}$$

$$\sum FH = 0, \rightarrow +$$

$$LOL1 - \left[\frac{8375 \times 12}{13.4} \right] = 0$$

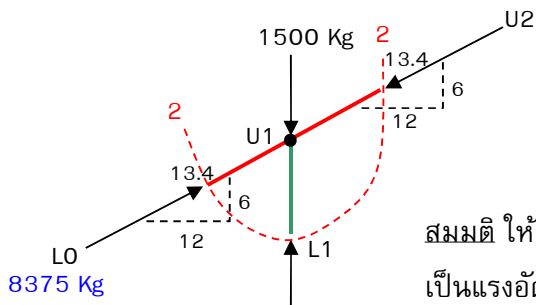
$$LOL1 = \left[\frac{12}{13.4} \right] \times 8375$$

$$LOL1 = \frac{8375 \times 12}{13.4}$$

$$LOL1 = \left[\frac{12}{13.4} \right] \times 8375$$

$$LOL1 = 7500 \text{ Kg [T]}$$

3.2 รอบจุดต่อที่ 2 - 2 (U1)



ชิ้นส่วนที่หาแรงได้ คือ

1. ชิ้นส่วนจันทัน U1U2
2. ชิ้นส่วนตั้ง L1U1

สมมติ ให้ แรงชิ้นส่วน U1U2 เป็นแรงอัด (C), แรงชิ้นส่วน L1U1 เป็นแรงอัด(C) แรง LOU1 = 8,375 Kg

$$\sum FH = 0, \leftarrow +$$

$$\left[\frac{U1U2 \times 12}{13.4} \right] - \left[\frac{8375 \times 12}{13.4} \right] = 0$$

$$U1U2 = \left[\frac{8375 \times 12}{13.4} \right] \times \frac{13.4}{12}$$

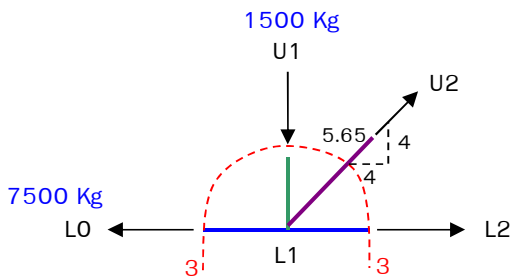
$$U1U2 = 8375 \text{ Kg [C]}$$

$$\sum FV = 0, \uparrow +$$

$$L1U1 - 1500 + \left[\frac{8375 \times 6}{13.4} \right] - \left[\frac{8375 \times 6}{13.4} \right] = 0$$

$$L1U1 = 1500 \text{ Kg [C]}$$

3.3 รอบจุดต่อที่ 3 - 3 (L1)



ชิ้นส่วนที่หาแรงได้ คือ

1. ชิ้นส่วนค้ำยัน L1U2

2. ชิ้นส่วนชื้อ L1L2

สมมติ ให้ แรงชิ้นส่วน L1U2 เป็นแรงดึง (T),

แรงชิ้นส่วน L1L2 เป็นแรงดึง (T)

$$\sum FV = 0, \uparrow +$$

$$\left[\frac{L1U2 \times 4}{5.65} \right] - 1500 = 0$$

$$L1U2 = \frac{1500 \times 5.65}{4}$$

$$\mathbf{L1U2 = 2118.75 \text{ Kg [T]}}$$

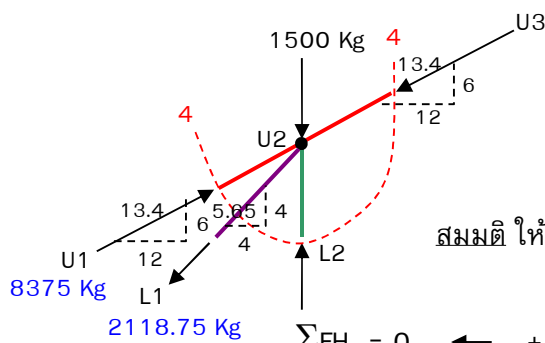
$$\sum FH = 0, \rightarrow +$$

$$L1L2 - 7500 \left[\frac{2118.75 \times 4}{5.65} \right] = 0$$

$$L1L2 = 7500 \left[\frac{2118.75 \times 4}{5.65} \right]$$

$$\mathbf{L1L2 = 6000 \text{ Kg [T]}}$$

3.4 รอบจุดต่อที่ 4 - 4 (U2)



ชิ้นส่วนที่หาแรงได้ คือ

1. ชิ้นส่วนจันทัน U2U3

2. ชิ้นส่วนตั้ง L2U2

สมมติ ให้ แรงชิ้นส่วน U2U3 เป็นแรงอัด [C]

แรงชิ้นส่วน L2U2 เป็นแรงอัด (C)

$$\sum FH = 0, \leftarrow +$$

$$\left[\frac{U2U3 \times 12}{13.4} \right] - \left[\frac{8375 \times 12}{13.4} \right] + \left[\frac{2118.75}{5.65} \right] = 0$$

$$U2U3 = \left[7500 - 1500 \right] \times \frac{13.4}{12}$$

$$\mathbf{U2U3 = 6700 \text{ Kg [C]}}$$

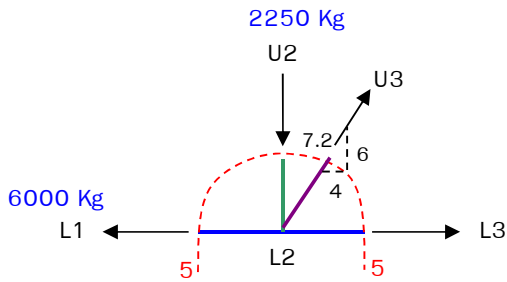
$$\sum FV = 0, \uparrow +$$

$$L2U2 - 1500 \left[\frac{8375 \times 6}{13.4} \right] - \left[\frac{2118.75}{5.65} \right] \times 4 - \left[\frac{6700 \times 6}{13.4} \right]$$

$$L2U2 = 1500 \left[\frac{8375 \times 6}{13.4} \right] + \left[\frac{2118.75}{5.65} \right] \times 4 + \left[\frac{6700 \times 6}{13.4} \right]$$

$$\mathbf{L2U2 = 2250 \text{ Kg [C]}}$$

3.5 รอบจุดต่อที่ 5 - 5 (L2)



ชิ้นส่วนที่หาแรงได้ คือ

1. ชิ้นส่วนค้ำยัน L2U3
2. ชิ้นส่วนข้อ L2L3

สมมติ ให้ แรงชิ้นส่วน L2U3 เป็นแรงดึง (T)

แรงชิ้นส่วน L2L3 เป็นแรงดึง (T)

$$\Sigma FV = 0, \uparrow +$$

$$\left[\frac{L2U3 \times 6}{7.2} \right] - 2250 = 0$$

$$L2U3 = \frac{2250 \times 7.2}{6}$$

$$\mathbf{L2U3 = 2700 \text{ Kg [T]}}$$

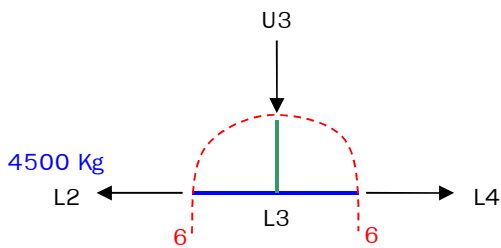
$$\Sigma FH = 0, \rightarrow +$$

$$L2L3 - 6000 + \left[\frac{2700 \times 4}{7.2} \right] = 0$$

$$L2L3 = 6000 - \left[\frac{2700 \times 4}{7.2} \right]$$

$$\mathbf{L2L3 = 4500 \text{ Kg [T]}}$$

3.6 รอบจุดต่อที่ 6 - 6 (L3)



ชิ้นส่วนที่หาแรงได้ คือ

1. ชิ้นส่วนข้อ L3L4
2. ชิ้นส่วนตั้ง L3U3

สมมติ ให้ แรงชิ้นส่วน L3U3 เป็นแรงอัด (C)

แรงชิ้นส่วน L3L4 เป็นแรงดึง (T)

$$\Sigma FV = 0, \uparrow +$$

$$L3U3 = 0 \text{ (เพราะ ไม่มีแรงต้านในแนว ตั้ง เป็นองค์อาคารส่วนเกิน)}$$

$$\mathbf{L3U3 = 0}$$

$$\Sigma FH = 0, \rightarrow +$$

$$L3L4 - 4500 = 0$$

$$\mathbf{L3L4 = 4500 \text{ Kg [T]}}$$

สรุปการหาแรงในชิ้นส่วนโครงหลังคา

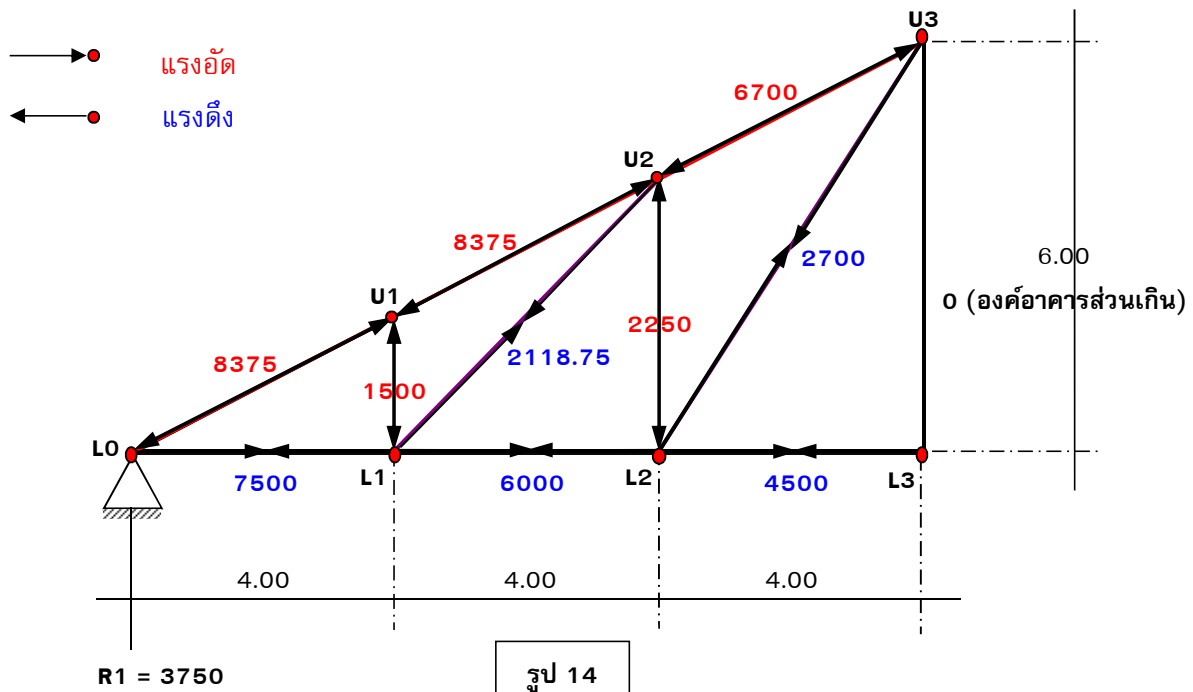
ชิ้นส่วน	ขนาด	ชนิด
----------	------	------

ชิ้นส่วน	ขนาด	ชนิด
----------	------	------

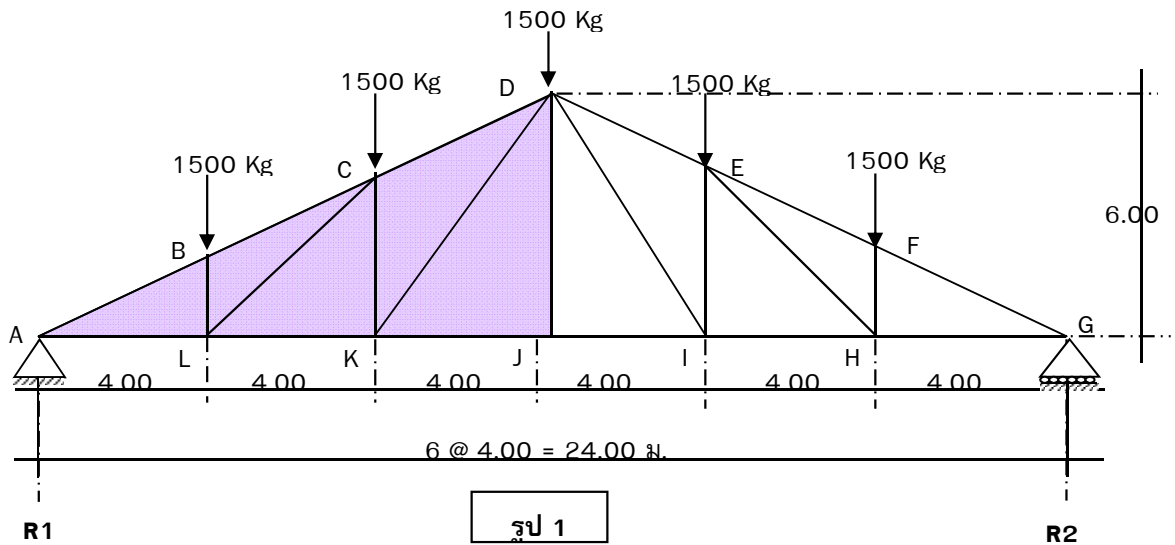
	ของแรง	ของแรง
จันทัน		
LOU1	8375 Kg	แรงอัด [C]
U1U2	8375 Kg	แรงอัด [C]
U2U3	6700 Kg	แรงอัด [C]
ดิ่ง		
L1U1	1500 Kg	แรงอัด [C]
L2U2	2250 Kg	แรงอัด [C]
L3U3	0	-

	ของแรง	ของแรง
ข้อ		
LOL1	7500 Kg	แรงดึง [T]
L1L2	6000 Kg	แรงดึง [T]
L2L3	4500 Kg	แรงดึง [T]
ค้ำยัน		
L1U2	2118.75 Kg	แรงดึง [T]
L2U3	2700 Kg	แรงดึง [T]

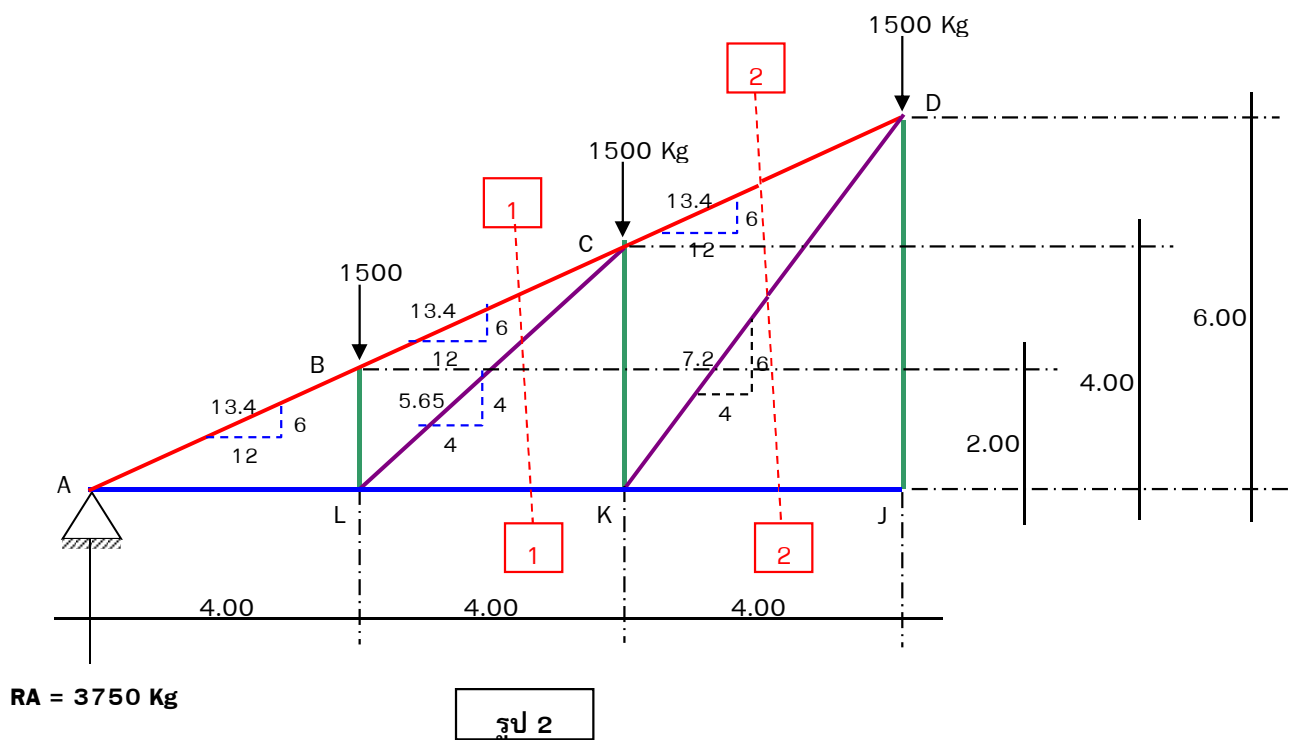
รูปแสดง แรงในชิ้นส่วนโครงหลังคาจากการคำนวณ



ตัวอย่างที่ 1 จงคำนวณหาแรงภายในชิ้นส่วนต่างๆ ของโครงหลังคาแบบ (Pratt Truss) ซึ่งรับน้ำหนักตามรูป โดย วิธีตัดส่วนโครงสร้าง (Section Method)



หมายเหตุ เนื่องจากหลังคาเป็นแบบสมดุลย์ ชิ้นส่วนของหลังคาจากกึ่งกลางจึงเท่ากัน ดังนั้น จึงคำนวณหาแรงภายในชิ้นส่วนเพียงข้างใดข้างหนึ่ง ในที่นี้จะคำนวณโครงหลังคาเพียงด้านข้างซ้าย

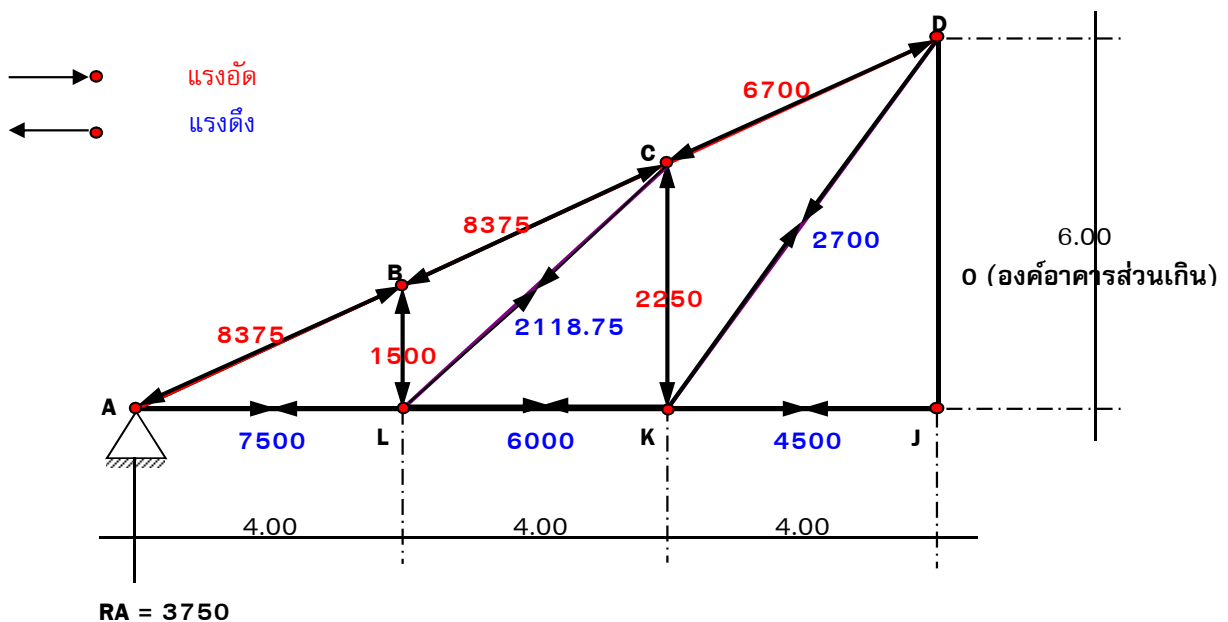


สรุปการหาแรงในชิ้นส่วนโครงหลังคา

ชิ้นส่วน	ขนาดของแรง	ชนิดของแรง
จันทัน		
AB	8375 Kg	แรงอัด [C]
BC	8375 Kg	แรงอัด [C]
CD	6700 Kg	แรงอัด [C]
ดิ่ง		
BL	1500 Kg	แรงอัด [C]
CK	2250 Kg	แรงอัด [C]
DL	0	-

ชิ้นส่วน	ขนาดของแรง	ชนิดของแรง
ช่อ		
AL	7500 Kg	แรงดึง [T]
LK	6000 Kg	แรงดึง [T]
KJ	4500 Kg	แรงดึง [T]
ค้ำยัน		
LC	2118.75 Kg	แรงดึง [T]
KD	2700 Kg	แรงดึง [T]

รูปแสดง แรงในชิ้นส่วนโครงหลังคาจากการคำนวณ

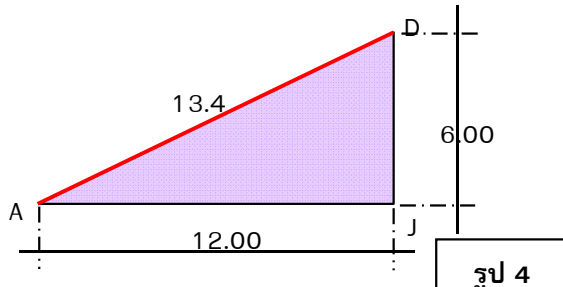


รูป 3

2. คำนวณหาแรงสามเหลี่ยมแตกแรงของชิ้นส่วนในแนวเส้นเอียง

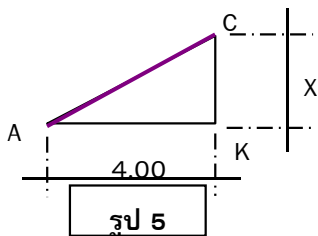
อนึ่ง ก่อนการหาแรงภายในชิ้นส่วน เราต้อง หาสามเหลี่ยมแตกแรงของชิ้นส่วนในแนวเส้นเอียง ได้แก่ ชิ้นส่วน **จันทัน** และ **ค้ำยัน** ก่อน

2.1 หาสามเหลี่ยมแตกแรง จันทัน AD

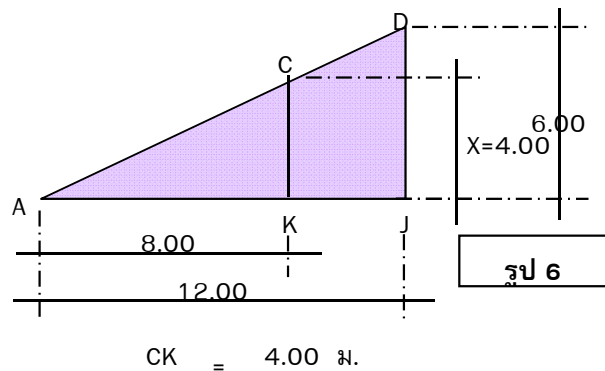


จาก ทบ.29 ของ พีทาโกรัส จะได้
 ความยาวจันทัน AD = $\sqrt{12^2 + 6^2}$
 AD = 13.40 ม.

2.2 หาสามเหลี่ยมแตกแรง ค้ำยัน AC



จากรูป 10 เราทราบ ความยาว AK = 4.00 ม. แต่ความยาว CK เราไม่ทราบค่า แต่สามารถหาได้จาก ทฤษฎีสามเหลี่ยมคล้าย ในรูปที่ 11

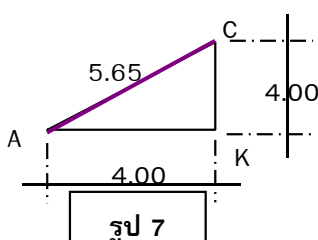


จาก ทฤษฎีสามเหลี่ยมคล้าย

$$\frac{\text{ความยาวสูงรูปเล็ก}}{\text{ความยาวฐานรูปเล็ก}} = \frac{\text{ความยาวสูงรูปใหญ่}}{\text{ความยาวฐานรูปใหญ่}}$$

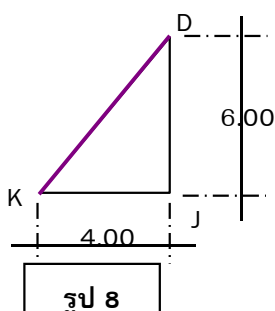
$$\frac{X}{8.00} = \frac{6.00}{12.00}, \quad X = \frac{6.00 \times 8.00}{12.00}$$

CK = 4.00 ม.



จาก ทบ.29 ของ พีทาโกรัส จะได้
 ความยาวค้ำยัน AC = $\sqrt{4^2 + 4^2}$
 AC = 5.65 ม.

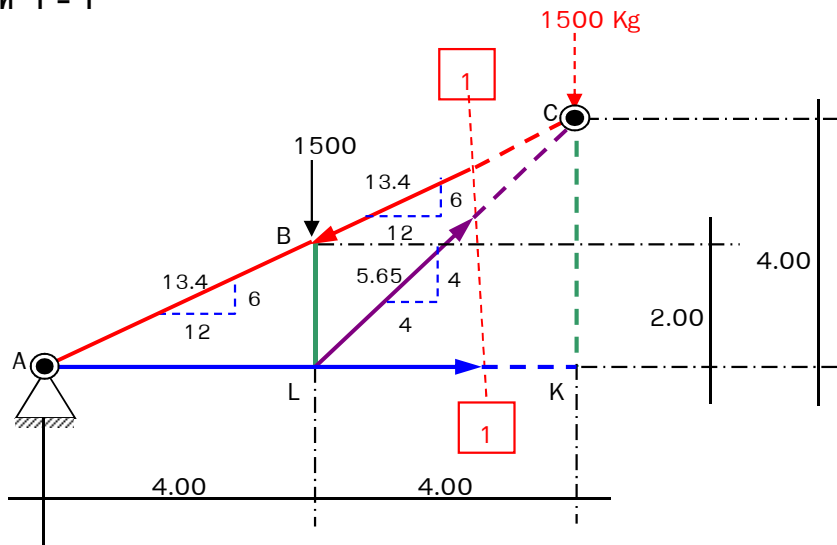
2.3 หาสามเหลี่ยมแตกแรง ค้ำยัน DK



จาก ทบ.29 ของ พีทาโกรัส จะได้
 ความยาวจันทัน DK = $\sqrt{4^2 + 6^2}$
 DK = 7.2 ม.

3. คำนวณหาแรงในชิ้นส่วนโครงหลังคา โดย วิธีตัดส่วนโครงสร้าง (Section Method)

3.1 ส่วนโครงตัดที่ 1 - 1



$RA = 3750 \text{ Kg}$

รูป 9

$\sum MC = 0, \curvearrowright +$

$$4 \text{ LK} + (1500 \times 4) - (3750 \times 8) = 0$$

$$4 \text{ LK} = 30000 - 6000$$

$$\text{LK} = \frac{24000}{4}$$

LK = 6000 Kg (T)

$\sum MA = 0, \curvearrowleft +$

$$\left[\frac{4 \text{ LC} \times 4}{5.65} \right] - (1500 \times 4) = 0$$

$$\frac{16 \text{ LC}}{5.65} = 6000$$

$$5.65$$

$$\text{LC} = \frac{6000 \times 5.65}{16}$$

LC = 2118.75 Kg (T)

$\sum FV = 0, \downarrow +$

$$\frac{6 \text{ BC}}{13.4} + 1500 - \left[\frac{2118.75 \times 4}{5.65} \right] - 3750 = 0$$

$$\frac{6 \text{ BC}}{13.4} = 1500 + 3750 - 1500$$

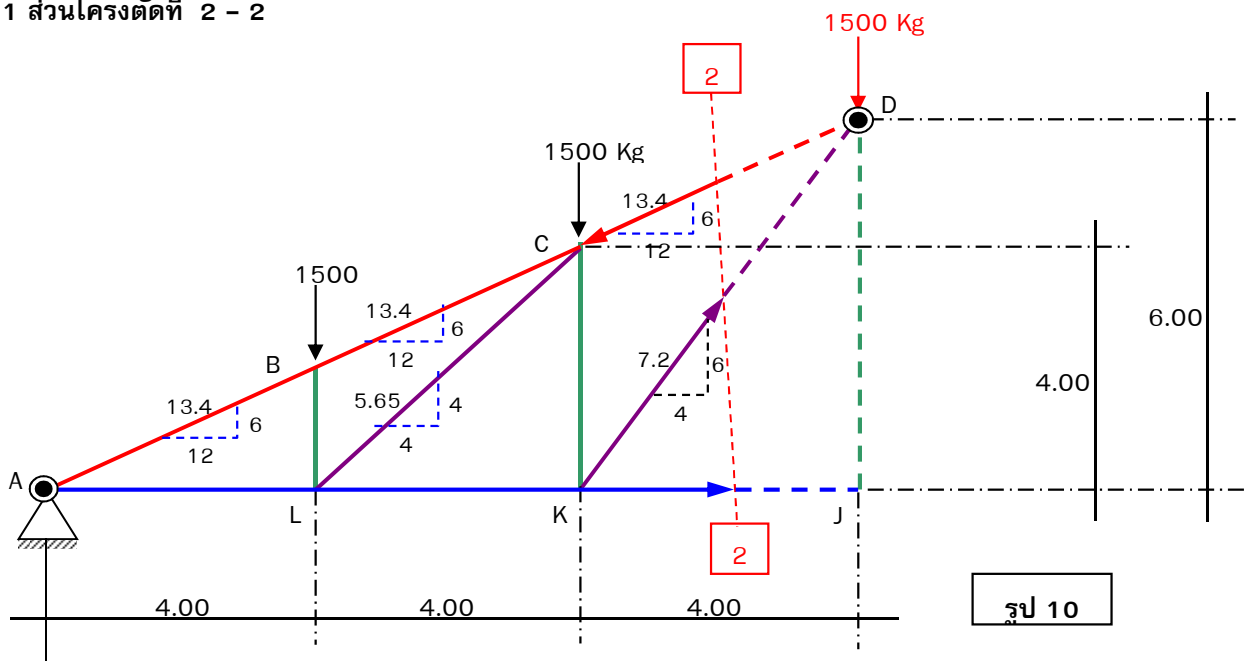
$$13.4$$

$$\text{BC} = \frac{3750 \times 13.4}{6}$$

$$6$$

BC = 8375 Kg (C)

3.1 ส่วนโครงตัดที่ 2 - 2



$RA = 3750 \text{ Kg}$

$\sum MD = 0, \curvearrowright +$

$$6 \text{ KJ} + (1500 \times 4) + (1500 \times 8) - (3750 \times 12) = 0$$

$$6 \text{ KJ} = 45000 - 6000 - 12000$$

$$\text{LK} = \frac{27000}{6}$$

6

LK = 4500 Kg (T)

$\sum MA = 0, \curvearrowleft +$

$$\left[\frac{6 \text{ KD} \times 8}{7.2} \right] - (1500 \times 8) - (1500 \times 4) = 0$$

$$\frac{48 \text{ KD}}{7.2} = 12000 + 6000$$

7.2

$$\text{KD} = \frac{18000 \times 7.2}{48}$$

48

KD = 2700 Kg (T)

$\sum FV = 0, \downarrow +$

$$\frac{6 \text{ CD} + 1500 + 1500 - \left[\frac{2700 \times 6}{7.2} \right] - 3750}{13.4} = 0$$

$$\frac{6 \text{ CD}}{13.4} = 2250 + 3750 - 1500 - 1500$$

13.4

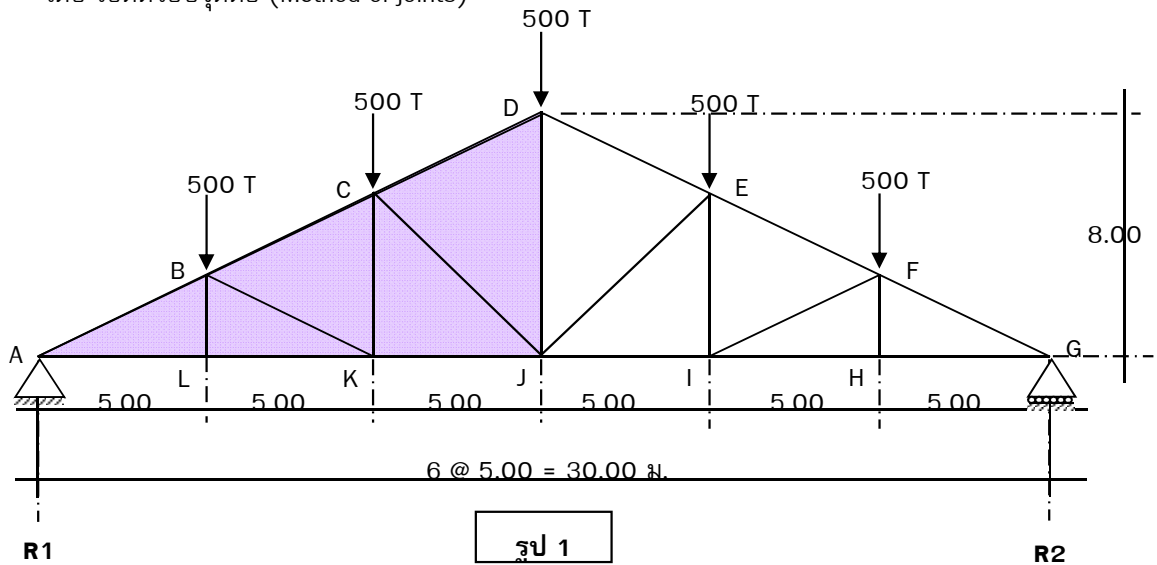
$$\text{CD} = \frac{3000 \times 13.4}{6}$$

6

CD = 6700 Kg (C)

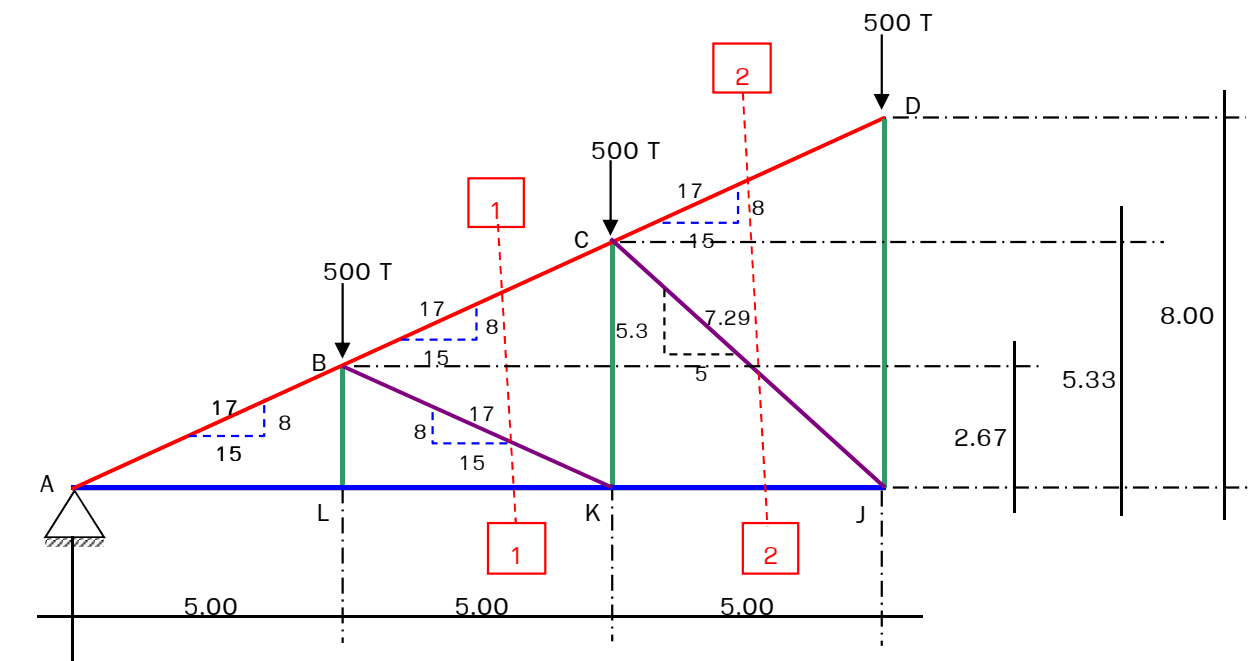
ตัวอย่างที่ 2 จงคำนวณหาแรงภายในชิ้นส่วนต่างๆ ของโครงหลังคาแบบ (Howe Truss) ซึ่งรับน้ำหนักตามรูป

โดย วิธีตัดรอบจุดต่อ (Method of joints)



รูป 1

หมายเหตุ เนื่องจากหลังคาเป็นแบบสมมาตร ชิ้นส่วนของหลังคาจากกึ่งกลางจึงเท่ากัน ดังนั้น จึงคำนวณหาแรงภายในชิ้นส่วนเพียงข้างใดข้างหนึ่ง ในที่นี้จะคำนวณโครงหลังคาเพียงด้านข้างซ้าย



RA = 1250 T

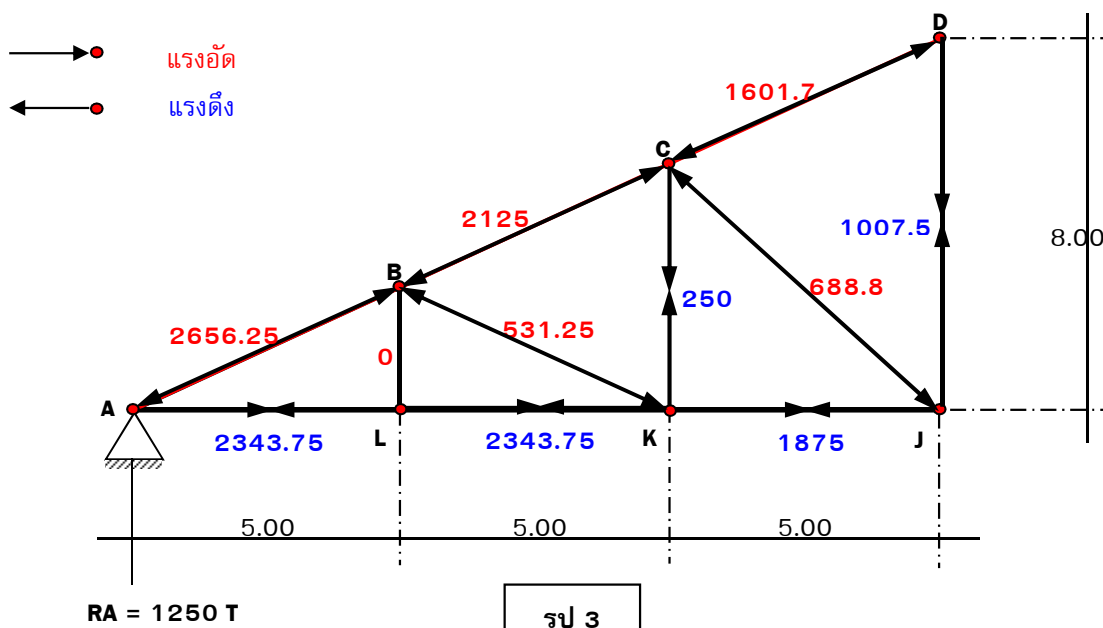
รูป 2

สรุปการหาแรงในชิ้นส่วนโครงหลังคา

ชิ้นส่วน	ขนาดของแรง	ชนิดของแรง
จันทัน		
AB	2656.25 T	แรงอัด [C]
BC	2125.00 T	แรงอัด [C]
CD	1601.70 T	แรงอัด [C]
ดิ่ง		
BL	0	-
CK	250.00 T	แรงอัด [T]
DJ	1007.50 T	แรงอัด [T]

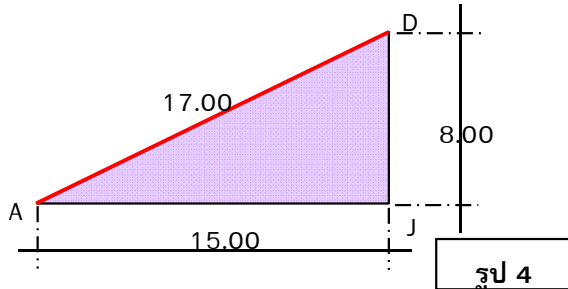
ชิ้นส่วน	ขนาดของแรง	ชนิดของแรง
ข้อ		
AL	2343.75 T	แรงดึง [T]
LK	2343.75 T	แรงดึง [T]
KJ	1875.00 T	แรงดึง [T]
ค้ำยัน		
BK	531.25 T	แรงดึง [C]
CJ	688.80 T	แรงดึง [C]

รูปแสดง แรงในชิ้นส่วนโครงหลังคาจากการคำนวณ



2. คำนวณหาแรงสามเหลี่ยมแตกแรงของชิ้นส่วนในแนวเส้นเอียง

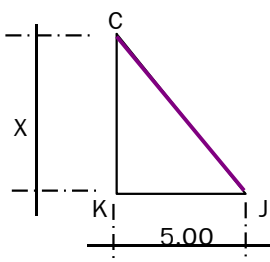
2.1 หาสามเหลี่ยมแตกแรง จันทัน AD



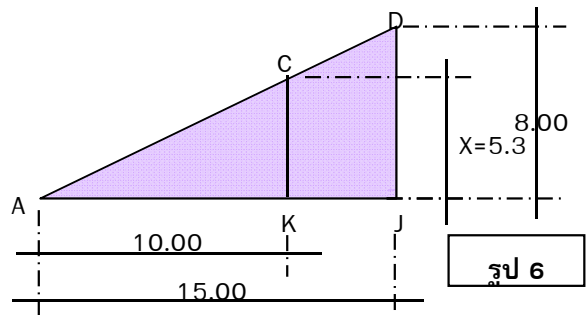
จาก ทบ.29 ของ พีทาโกรัส จะได้
 ความยาวจันทัน $AD = \sqrt{8^2 + 15^2}$
 $AD = 17.00$ ม.

รูป 4

2.2 หาสามเหลี่ยมแตกแรง ค้ำยัน CJ



จากรูป 10 เราทราบ ความยาว KJ = 5.00 ม. แต่ความยาว KC เราไม่ทราบค่า แต่สามารถหาได้จาก ทฤษฎีสามเหลี่ยมคล้าย ในรูปที่ 11



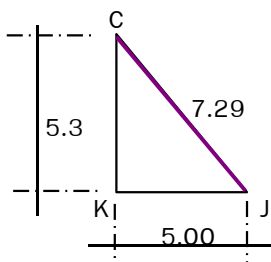
รูป 6

จาก ทฤษฎีสามเหลี่ยมคล้าย

$$\frac{\text{ความยาวสูงรูปเล็ก}}{\text{ความยาวฐานรูปเล็ก}} = \frac{\text{ความยาวสูงรูปใหญ่}}{\text{ความยาวฐานรูปใหญ่}}$$

$$\frac{X}{10.00} = \frac{8.00}{15.00}, \quad X = \frac{8.00 \times 10.00}{15.00}$$

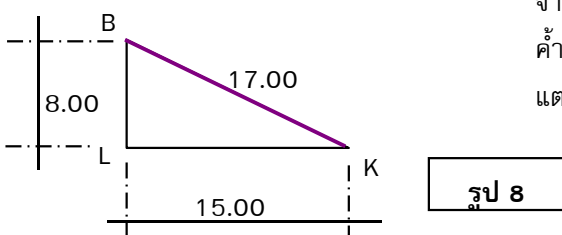
CK = 5.333 ม.



รูป 7

จาก ทบ.29 ของ พีทาโกรัส จะได้
 ความยาวจันทัน $CJ = \sqrt{5^2 + 5.3^2}$
 $CJ = 7.29$ ม.

2.3 หาสามเหลี่ยมแตกแรง ค้ำยัน BK



รูป 8

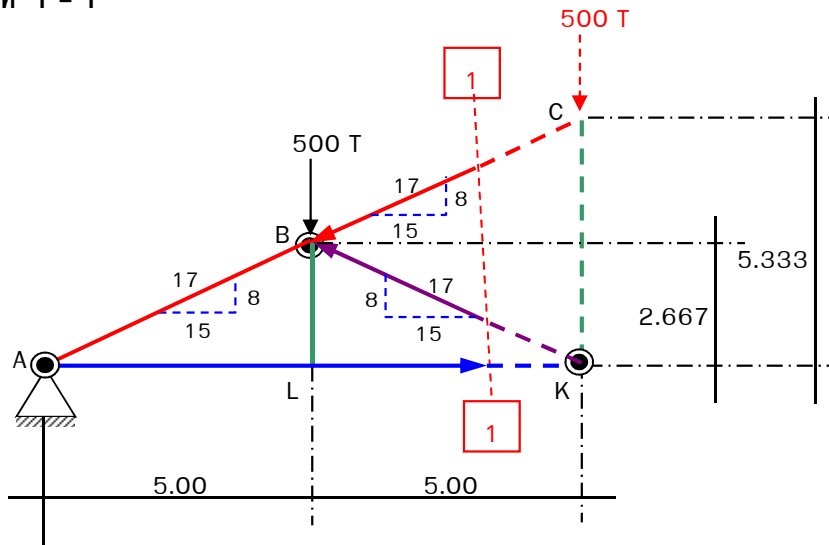
จากรูปที่ 1 เนื่องจากความเอียงลาดระหว่าง จันทัน AB และ ค้ำยัน BK มีความเอียงลาดเท่ากัน ดังนั้น สามารถใช้สามเหลี่ยมแตกแรงเหมือนกันได้

2.4 หาความสูง BL

$$\frac{BL}{5.00} = \frac{8.00}{15.00}, \quad BL = \frac{5.00 \times 8.00}{15.00}, \quad BL = 2.667 \text{ ม.}$$

3. คำนวณหาแรงในชิ้นส่วนโครงหลังคา โดย วิธีตัดส่วนโครงสร้าง (Section Method)

3.1 ส่วนโครงตัดที่ 1 - 1



$RA = 1250 \text{ T}$

รูป 9

$$\sum MK = 0, \quad \curvearrowright +$$

$$\left[\frac{8 \text{ BC} \times 5}{17} \right] + \left[\frac{15 \text{ BC} \times 2.667}{17} \right] + (500 \times 5) - (1250 \times 10) = 0$$

$$\frac{40 \text{ BC}}{17} + \frac{40 \text{ BC}}{17} = 12500 - 2500$$

เอา 17 คูณตลอด

$$40 \frac{\cancel{17} \times 40 \text{ BC}}{\cancel{40} \cancel{17}} + \frac{\cancel{17} \times 40 \text{ BC}}{\cancel{40} \cancel{17}} = 10000 \times \frac{17}{40}$$

$$2 \text{ BC} = 4250$$

BC = 2125 T (c)

$$\sum MA = 0, \quad \curvearrowright +$$

$$\left[\frac{8 \text{ BK} \times 10}{17} \right] - (500 \times 5) = 0$$

$$\frac{80 \text{ BK}}{17} = 2500$$

$$\text{BK} = \frac{2500 \times 17}{80}$$

BK = 531.25 T (c)

$$\sum MB = 0, \quad \curvearrowright +$$

$$2.667 \text{ LK} - (1250 \times 5) = 0$$

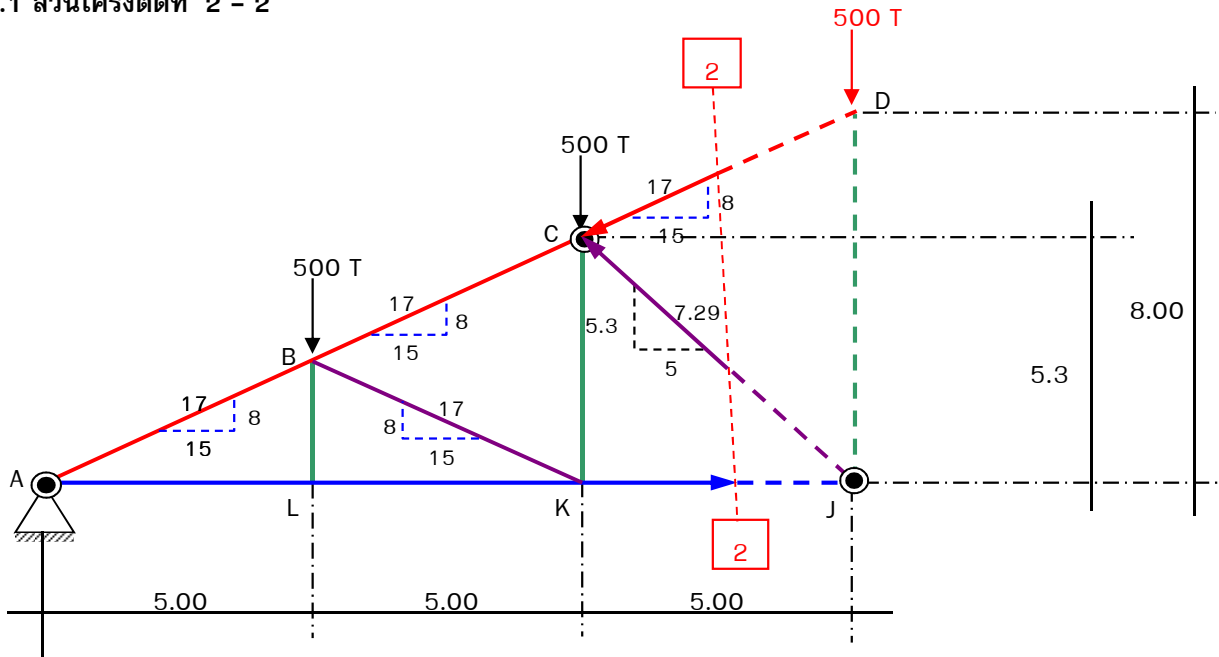
$$2.667 \text{ LK} = 6250$$

$$\text{LK} = \underline{6250}$$

2.66667

LK = 2343.75 T (T)

3.1 ส่วนโครงตัดที่ 2 - 2



RA = 1250 T

รูป 10

$$\sum M_J = 0, \quad \left[\frac{8 \text{ CD} \times 5}{17} \right] + \left[\frac{15 \text{ CD} \times 5.3}{17} \right] + (500 \times 5) + (500 \times 10) - (1250 \times 15) = 0$$

$$2.353 \text{ CD} + 4.676 \text{ CD} = 18750 - 2500 - 5000$$

$$7.029 \text{ CD} = 11250$$

$$\text{CD} = \frac{11250}{7.029}$$

$$\text{CD} = 1601 \text{ T (c)}$$

CD = 1601 T (c)

$$\sum M_A = 0, \quad \left[\frac{5.3 \text{ CJ} \times 10}{7.29} \right] + \left[\frac{5 \text{ CJ} \times 5.3}{7.29} \right] - (500 \times 5) - (500 \times 10) = 0$$

$$7.27 \text{ CJ} + 3.635 \text{ CJ} = 2500 + 5000$$

$$10.905 \text{ CJ} = 7500$$

$$\text{CJ} = \frac{7500}{10.905}$$

$$\text{CJ} = 688 \text{ T (c)}$$

CJ = 688 T (c)

$$\sum M_C = 0, \quad 5.333 \text{ KJ} + (500 \times 5) - (1250 \times 10) = 0$$

$$5.333 \text{ KJ} = 12500 - 2500$$

$$\text{KJ} = \frac{10000}{5.333}$$

5.333

KJ = 1875 T (T)