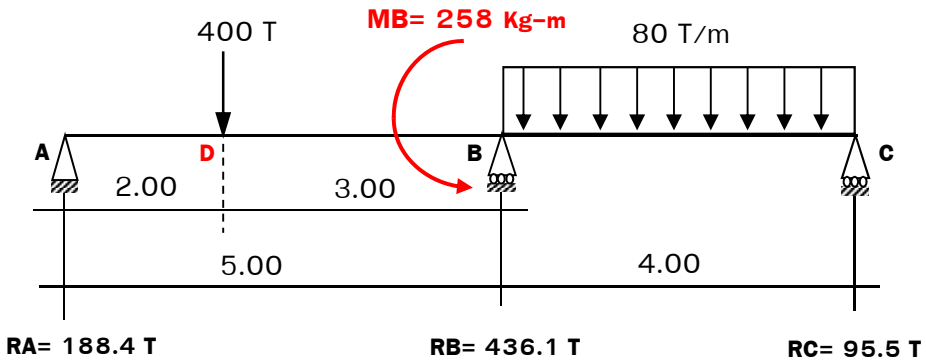
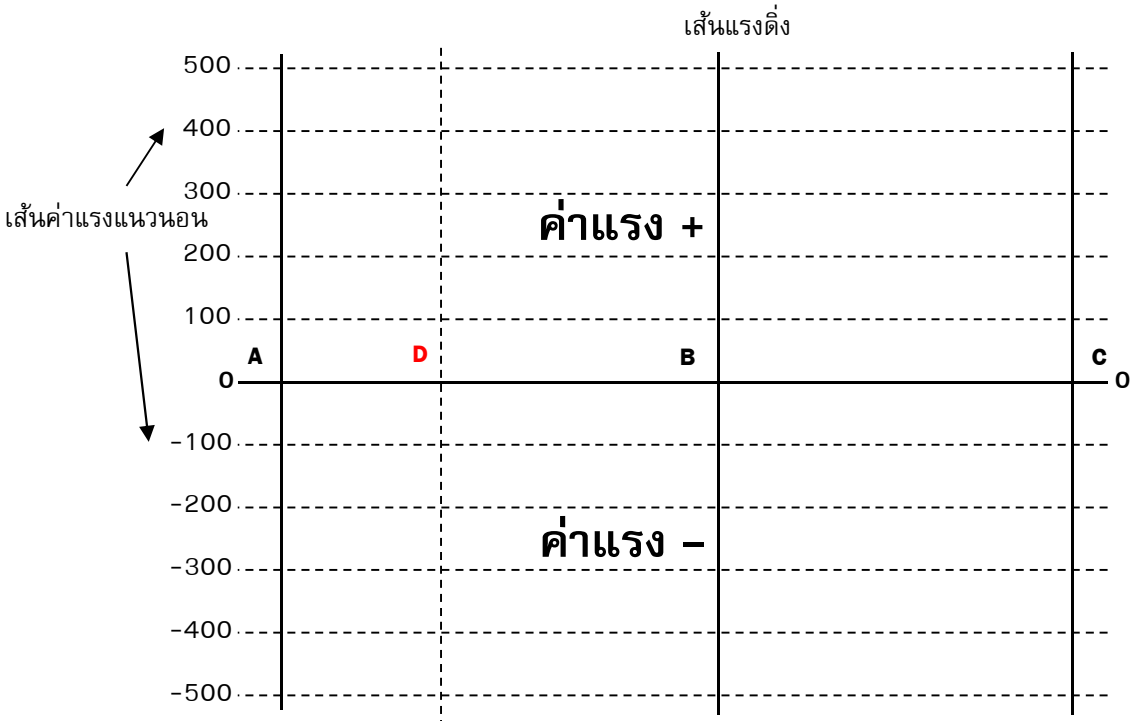
1. การหาค่าแรงเฉือน และเขียนกราฟแรงเฉือน (Shear Force Diagram)

การหาค่าแรงเฉือน และค่าโมเมนต์ดัด รูปไม่ต้องแสดงค่าแรงโมเมนต์ MB

ตย.1



1. ตารางเส้นกราฟแรงเฉือน



2. ตารางการคำนวณ SFD

จุด / ช่วงคาน	แรง หรือ น้ำหนัก	ขนาดของแรง หรือน้ำหนัก	บวก-ลบ แรงและน้ำหนัก	คงเหลือ แรง/น้ำหนัก

การคำนวณหาแรงเฉือน และเขียนกราฟแรงเฉือน (SFD) จากรูปโจทย์ตัวอย่างที่ 1 ก่อนอื่นต้องเตรียม 1. ตารางเส้นกราฟแรงเฉือน

1.1 มีเส้นแรงดิ่งตามแนวเสา A ,B และ C ส่วนเส้นแรง D เป็นเส้นแรงของน้ำหนัก Point Load : P1

1.2 มีเส้นแนวนอน 0-0 เป็นเส้นแบ่งระหว่างเส้นกราฟแนวนอน ค่าแรง + (ข้างบน) และเส้นกราฟแนวนอน ค่าแรง - (ข้างล่าง)

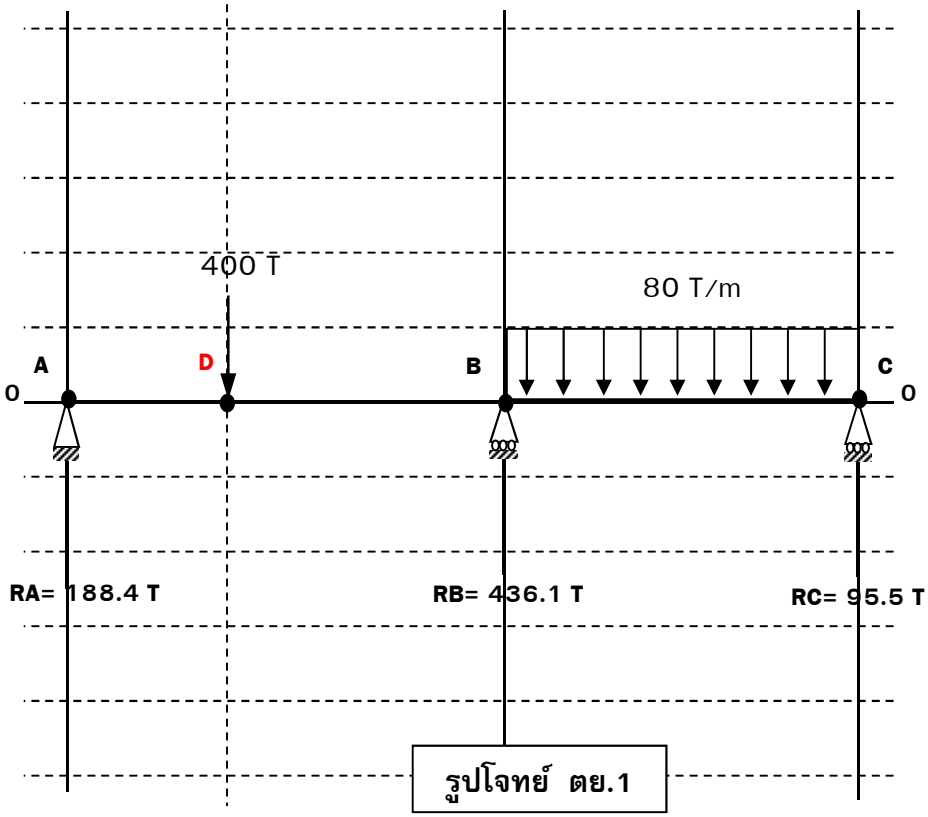
1.3 ตั้งค่าแรงตามเส้นแรงแนวนอน หากยังไม่รู้ผลการคำนวณ ให้ตั้งค่าตามค่าแรงปฏิกิริยาที่มีค่าสูงสุดไว้ก่อน ดังตัวอย่าง ค่าแรงปฏิกิริยาที่เสา RB มีค่าสูงสุด เท่ากับ 436 T เราควรใส่ค่าตัวเลขเป็นหลักร้อย ดังนี้

1.3.1 ค่าแรง + เป็น 0/100/200/300/400 และ 500

1.3.2 ค่าแรง - เป็น 0/-100/-200/-300/-400 และ -500

3. การมองและเขียนเส้นกราฟแรงเฉือน

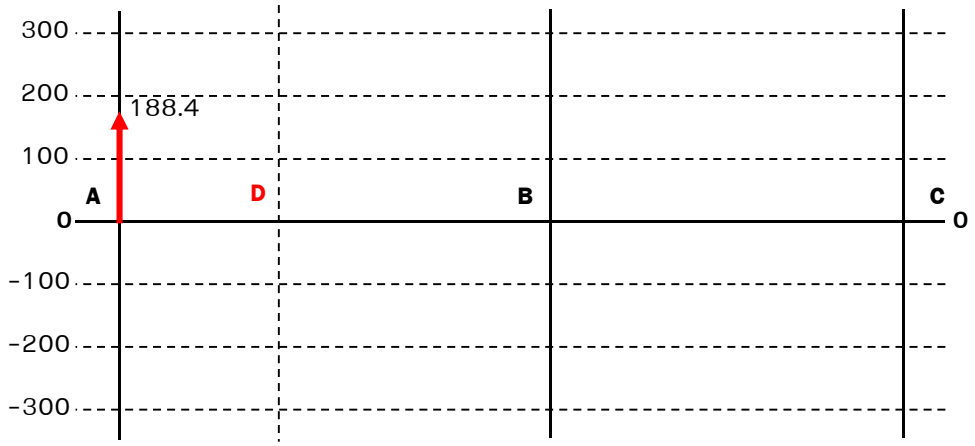
การมองรูปเพื่อคำนวณและเขียนเส้นกราฟในตาราง เราจะต้องมองรูปโจทย์และตารางกราฟให้สัมพันธ์กันดังรูปข้างล่าง โดยรูปโจทย์ และตารางกราฟจะเริ่มที่ เส้นแนวนอน 0-0 พร้อมกับเริ่มคำนวณค่าแรง ในตารางคำนวณแรงเฉือน SFD



รูปโจทย์ ตย.1

2. ตารางการคำนวณ SFD

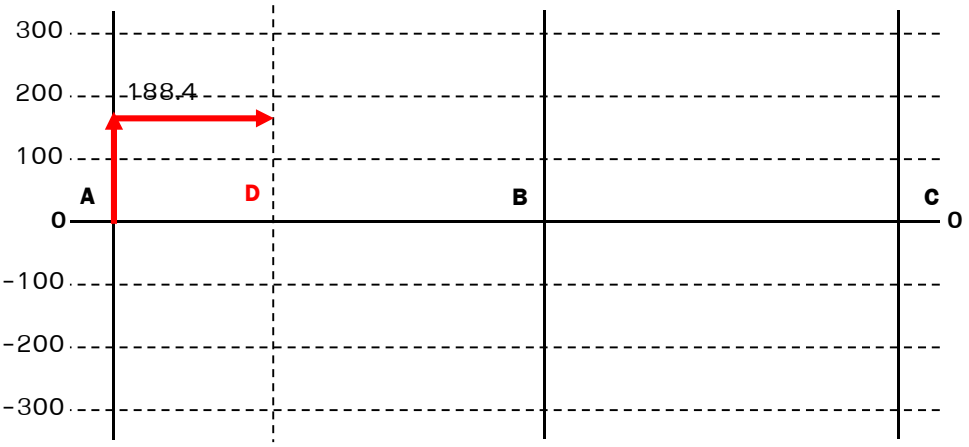
จุด / ช่วงคาน	แรง หรือ น้ำหนัก	ขนาดของแรง หรือน้ำหนัก	บวก-ลบ แรงและน้ำหนัก	คงเหลือ แรง/น้ำหนัก
ที่จุด A	RA ↑	+188.4 T	+188.4 T	+188.4 T



1. จากรูปโจทย์ ตย.1 ที่จุด A มีแรงปฏิกิริยา RA พุ่งขึ้นแนวดิ่ง ค่าแรงเฉือนเท่ากับ 188.4 T

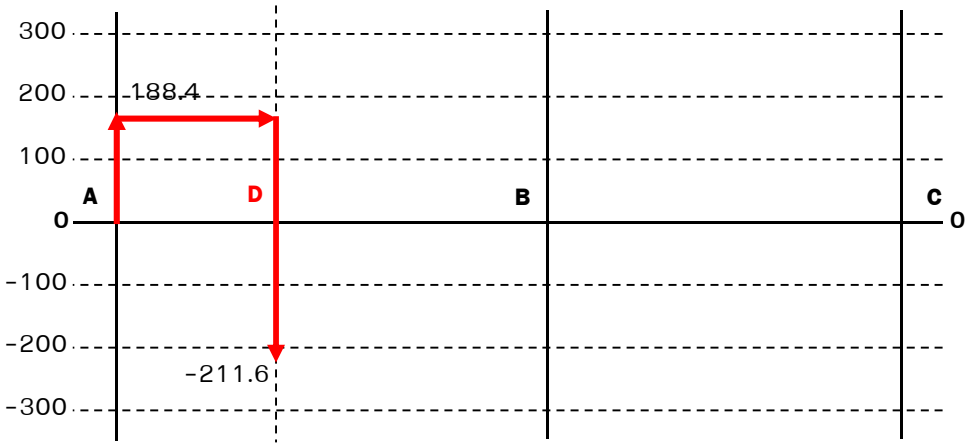
จุด / ช่วงคาน	แรง หรือ น้ำหนัก	ขนาดของแรง หรือน้ำหนัก	บวก-ลบ แรงและน้ำหนัก	คงเหลือ แรง/น้ำหนัก
ที่จุด A	RA ↑	+188.4 T	+188.4 T	+188.4 T
A - D	No.F →	0 T	+188.4 + 0	+188.4 T

2. ระหว่างช่วงคานเส้นแรงแนวดิ่ง A-เส้นแรงแนวดิ่ง D ไม่มีแรงหรือน้ำหนัก มากระทำกับคาน ดังนั้นเส้นแนวแรงเฉือน จะเดินเป็นเส้นแนวนอน ขนานกับเส้น 0-0 ไปจนถึง เส้นแรงแนวดิ่ง D ดังรูป



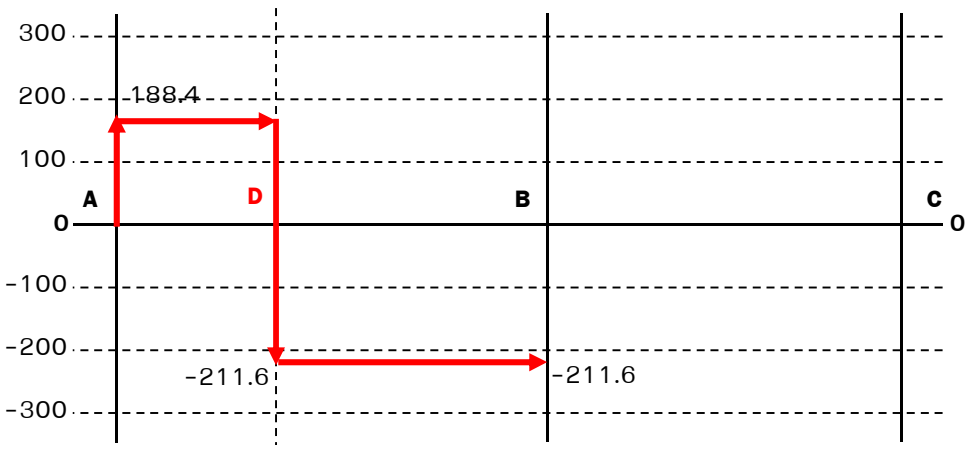
3. จากรูปโจทย์ ตย.1 ที่จุด D หรือเส้นแรงแนวดิ่ง D มีแรง Point Load พุ่งลงมากระทำ ค่าแรงเฉือนเท่ากับ -400 T

จุด / ช่วงคาน	แรง หรือ น้ำหนัก	ขนาดของแรง หรือน้ำหนัก	บวก-ลบ แรงและน้ำหนัก	คงเหลือ แรง/น้ำหนัก
ที่จุด A	RA ↑	+188.4 T	+188.4 T	+188.4 T
A - D	No.F →	0 T	+188.4 + 0	+188.4 T
D	P ↓	-400 T	+188.4 - 400	-211.6 T



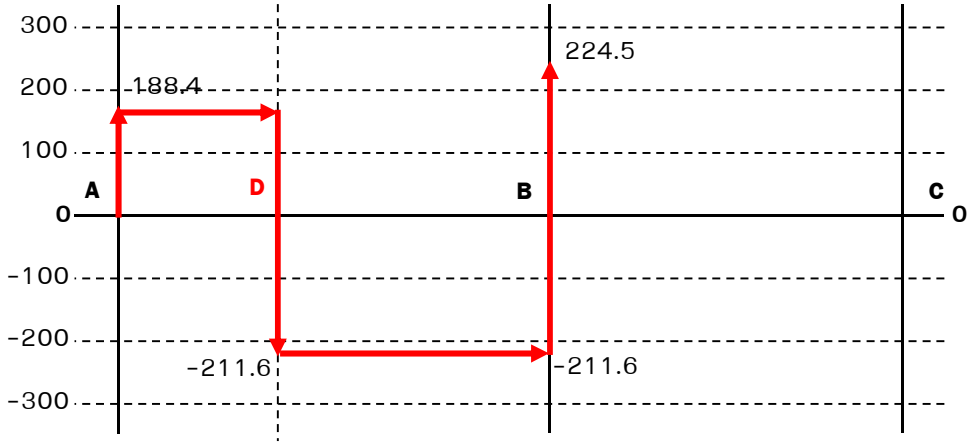
4. ระหว่างช่วงคานเส้นแรงแนวดิ่ง D-เส้นแรงแนวดิ่ง B ไม่มีแรงหรือน้ำหนัก มากระทำกับคาน ดังนั้นเส้นแนวแรงเฉือน จะเดินเป็นเส้นแนวนอน ขนานกับเส้น 0-0 ไปจนถึง เส้นแรงแนวดิ่ง B ดังรูป

จุด / ช่วงคาน	แรง หรือ น้ำหนัก	ขนาดของแรง หรือน้ำหนัก	บวก-ลบ แรงและน้ำหนัก	คงเหลือ แรง/น้ำหนัก
ที่จุด A	RA ↑	+188.4 T	+188.4 T	+188.4 T
A - D	No.F →	0 T	+188.4 + 0	+188.4 T
D	P ↓	-400 T	+188.4 - 400	-211.6 T
D-B	No.F →	0 T	-211.6 + 0	-211.6 T



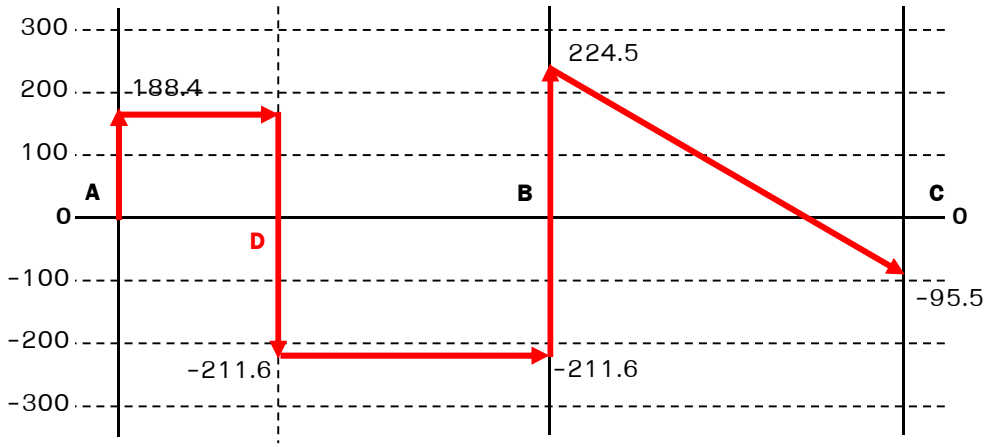
5. จากรูปโจทย์ ตย.1 ที่จุด B หรือเส้นแรงแนวดิ่ง B มีแรงปฏิกิริยา RB พุ่งขึ้นทิศเหนือ ค่าแรงเฉือนเท่ากับ +436.1 T

จุด / ช่วงคาน	แรง หรือ น้ำหนัก	ขนาดของแรง หรือน้ำหนัก	บวก-ลบ แรงและน้ำหนัก	คงเหลือ แรง/น้ำหนัก
ที่จุด A	RA ↑	+188.4 T	+188.4 T	+188.4 T
A - D	No.F →	0 T	+188.4 + 0	+188.4 T
ที่จุด D	P ↓	-400 T	+188.4 - 400	-211.6 T
D-B	No.F →	0 T	-211.6 + 0	-211.6 T
ที่จุด B	RB ↑	+436.1 T	-211.6 + 436.1	+224.5 T



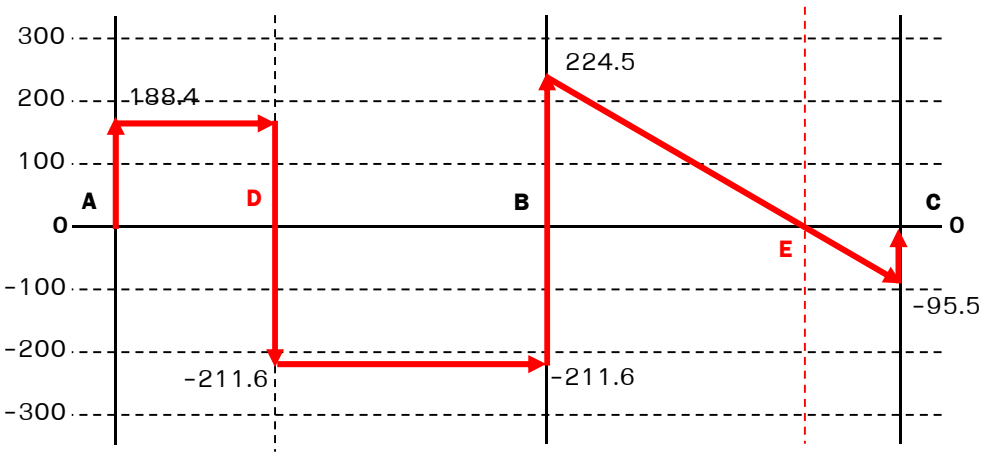
6. จากรูปโจทย์ ตย.1 ต่อไปที่ ระหว่างช่วงคานเส้นแรงแนวดิ่ง B-เส้นแรงแนวดิ่ง C มีแรงแผ่เฉลี่ย (Uniform Load) ขนาด 80 T/m กระทำเต็มความยาวคาน B-C เส้นแรงเฉือนของน้ำหนักแผ่เฉลี่ย จะเป็นเส้นแนวเฉียง จากซ้าย ลงไปขวา ดังรูป

จุด / ช่วงคาน	แรง หรือ น้ำหนัก	ขนาดของแรง หรือน้ำหนัก	บวก-ลบ แรงและน้ำหนัก	คงเหลือ แรง/น้ำหนัก
ที่จุด A	RA ↑	+188.4 T	+188.4 T	+188.4 T
A - D	No.F →	0 T	+188.4 + 0	+188.4 T
ที่จุด D	P ↓	-400 T	+188.4 - 400	-211.6 T
D-B	No.F →	0 T	-211.6 + 0	-211.6 T
ที่จุด B	RB ↑	+436.1 T	-211.6 + 436.1	+224.5 T
B-C	W ↘	(-80 x 4) = -320 T	224.5 - 320	-95.5 T



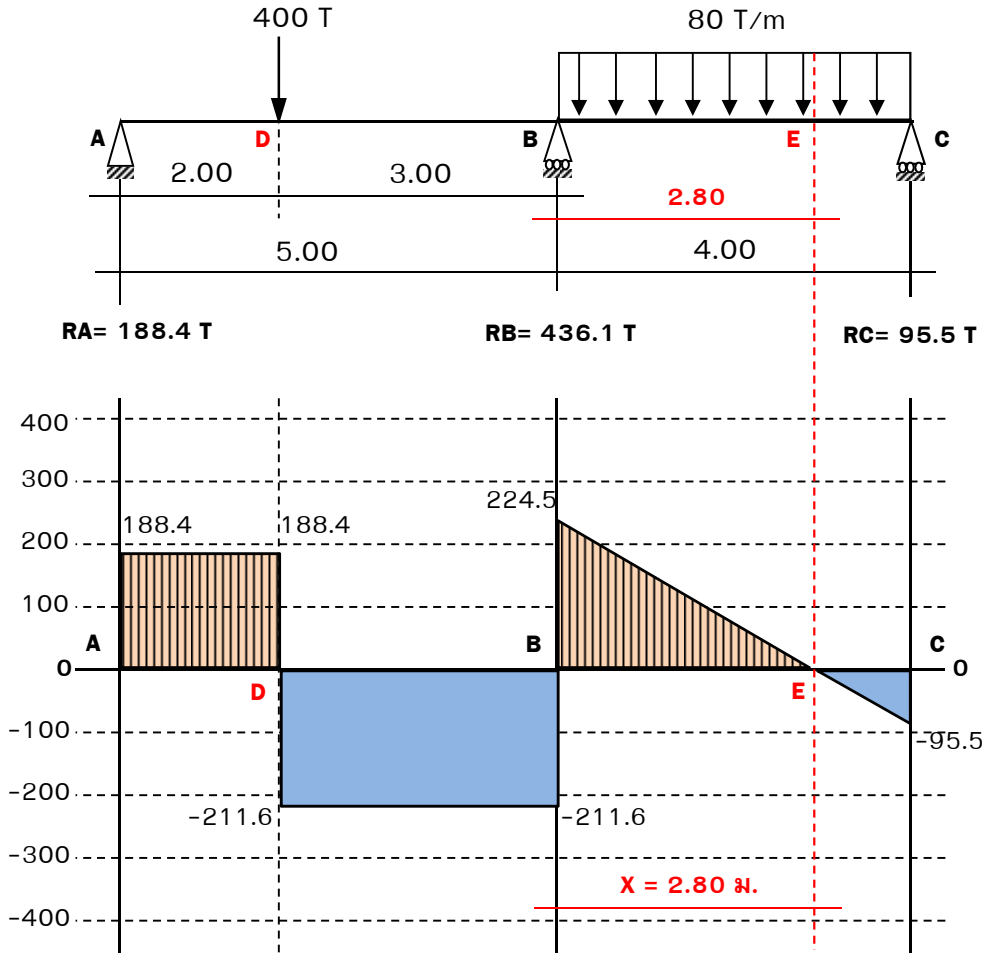
7. จากรูปโจทย์ ตย.1 ที่จุด C หรือเส้นแรงแนวดิ่ง C มีแรงปฏิกิริยา RC พุ่งขึ้นทิศเหนือ ค่าแรงเฉือนเท่ากับ +95.5 T

จุด / ช่วงคาน	แรง หรือ น้ำหนัก	ขนาดของแรง หรือน้ำหนัก	บวก-ลบ แรงและน้ำหนัก	คงเหลือ แรง/น้ำหนัก
ที่จุด A	RA ↑	+188.4 T	+188.4 T	+188.4 T
A - D	No.F →	0 T	+188.4 + 0	+188.4 T
ที่จุด D	P ↓	-400 T	+188.4 - 400	-211.6 T
D-B	No.F →	0 T	-211.6 + 0	-211.6 T
ที่จุด B	RB ↑	+436.1 T	-211.6 + 436.1	+224.5 T
B-C	W ↘	(-80 x 4) = -320 T	224.5 - 320	-95.5 T
ที่จุด C	RC ↑	+95.5 T	-95.5 + 95.5	0 T



สังเกตที่ช่วงคาน B-C เส้นแรงเฉือนแบบแผ่เฉลี่ยจะวิ่งเฉียงลง ไปตัด เส้น 0-0 ที่จุดตัด สมมติให้ชื่อว่าจุดตัด E ซึ่งจุดตัดนี้ มีความสำคัญ และจะต้องหาระยะความยาว เพื่อใช้ในการเขียนเส้นกราฟ "แรงโมเมนต์ดัด" ต่อไป

เราสามารถเขียนรูปกราฟแรงเฉือนใหม่ได้ดังรูปข้างล่างนี้



ที่จุดตัด E เป็น จุดตัดที่เส้นแรงเฉือนน้ำหนักแผ่เฉลี่ย ตัดผ่านเส้น 0-0 เราจะต้องกำหนดเส้นแรงแนวดิ่ง ขึ้นมาอีกหนึ่งเส้น ชื่อเส้นแรงแนวดิ่งจุดตัด E และลากเส้นขึ้นไปจนถึงรูปโจทย์ ดังรูปข้างบน ที่สำคัญ จะต้องคำนวณหาความยาวจุดตัด ในที่นี้ สมมติให้เป็น ระยะ X โดยมีสูตรคำนวณหา ดังนี้

X = V/w

V = ค่าแรงเฉือนที่อยู่ใกล้จุดตัด

w = ค่าน้ำหนักแผ่เฉลี่ย ที่อยู่ในช่วงคานที่เกิดจุดตัดนั้น

ในที่นี้ใช้ค่าแรงเฉือนทางด้านซ้ายของจุดตัด E คือ +224.5 T

ค่าน้ำหนักแผ่เฉลี่ยในช่วงคานจุดตัด คือ 80 T/m จะได้

X = 224.5/80

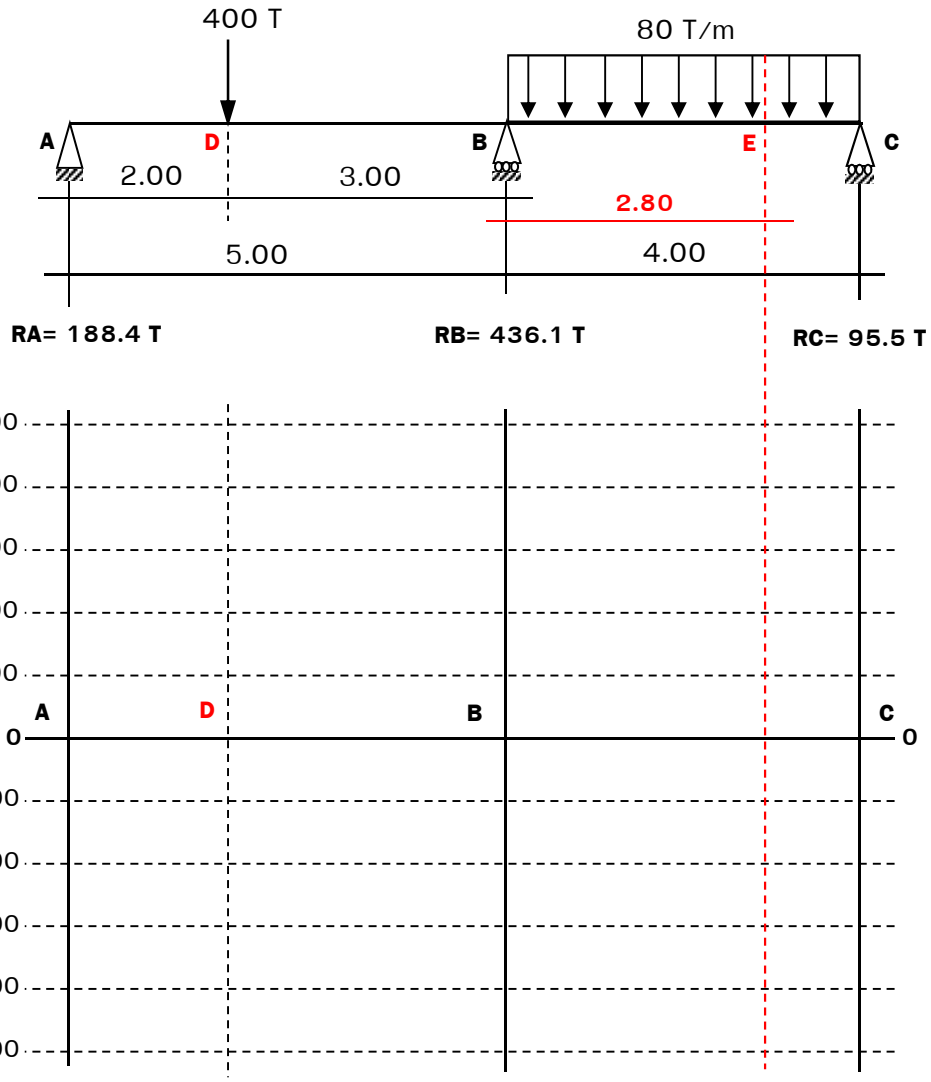
= 2.80 ม. (จากเส้นแรงดิ่ง B)

NOTE : ค่าความยาว X ที่ได้ ต้องไม่เกิน ความยาวช่วงคานของน้ำหนักแผ่เฉลี่ยนั้น ๆ

2. การหาค่าแรงโมเมนต์ดัด และเขียนกราฟแรงโมเมนต์ดัด (Bending Moment Diagram)

การหาค่าแรงเฉือน และค่าโมเมนต์ดัด รูปไม่ต้องแสดงค่าแรงโมเมนต์ MB

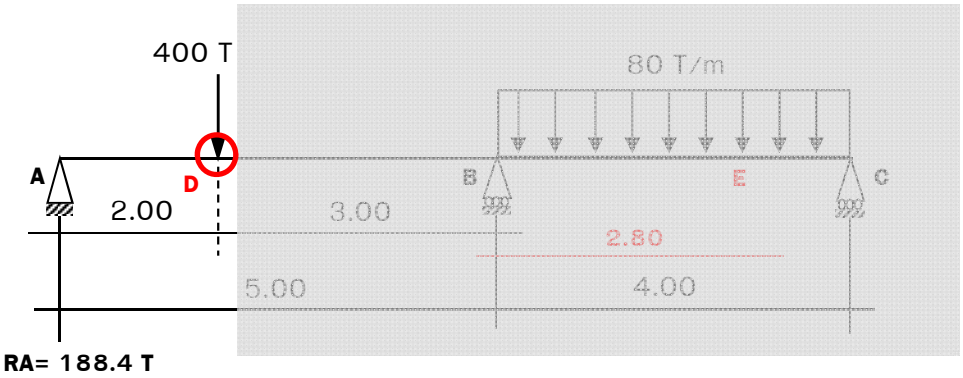
ตย.1



ตารางคำนวณ BMD

ช่วงคาน	ระยะทาง (เมตร)	ชื่อแรงโมเมนต์	ขนาดแรงโมเมนต์	ผลรวมแรงโมเมนต์
				0

การเตรียมตารางเขียนกราฟแรงโมเมนต์ เตรียมเหมือนกับ ตารางกราฟแรงเฉือน การตั้งค่าแรงโมเมนต์ในแนวนอน ก็ใช้ค่าของแรงเฉือนได้ ยกเว้นที่คำนวณแล้วมีค่าเพิ่มเติมที่ต้องเพิ่มเส้นแรงเท่านั้น ส่วนตารางคำนวณมีตารางคำนวณแรงโมเมนต์โดยเฉพาะ ดังรูปข้างบน



1. จากรูปตัวอย่างโจทย์ ตย.1 เราจะเริ่มคำนวณแรงโมเมนต์จาก ซ้าย ไป ขวา ดังนี้ ที่จุดเริ่มต้น จุด A ดังที่เราทราบว่า เสาริมที่ไม่มีคานยื่น ค่าแรงโมเมนต์ เท่ากับ 0 ดังนั้นที่จุด A จุดเส้นกราฟเป็น 0

ตารางคำนวณ BMD

ช่วงคาน	ระยะทาง (เมตร)	ชื่อแรงโมเมนต์	ขนาดแรงโมเมนต์	ผลรวมแรงโมเมนต์
ที่จุด A	0.00	MA	0	0
A - D	2.00	MD	(188.4 x 2)	376.8

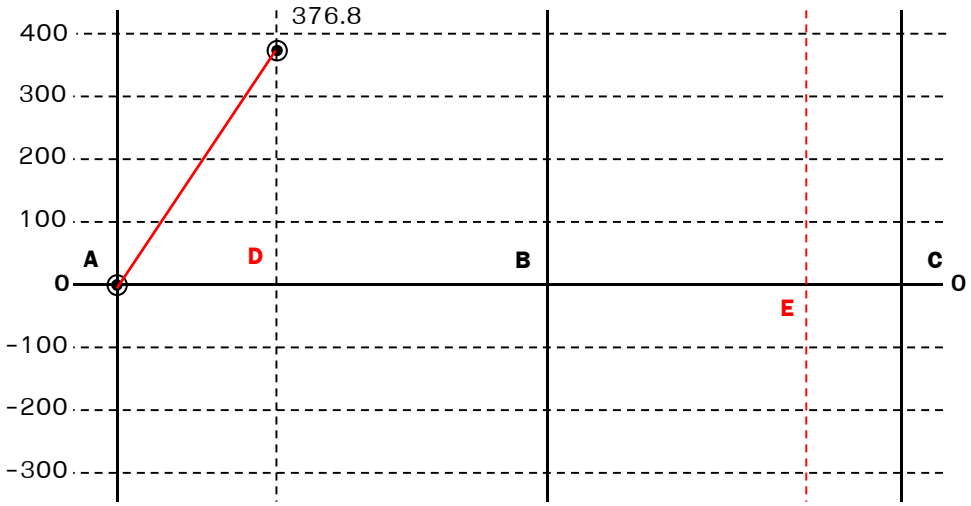
ช่วงคาน A-D ดูรูปโจทย์ข้างบน วิธีการคำนวณ ดังนี้

หาค่าแรงโมเมนต์ที่จุด D เรียกว่าแรงโมเมนต์ MD โดยกำหนดดังนี้

1.1 ให้จุด D เป็นจุดหมุน แล้วใช้สมการ ΣMD = 0 ในการคำนวณหาแรงโมเมนต์ MD

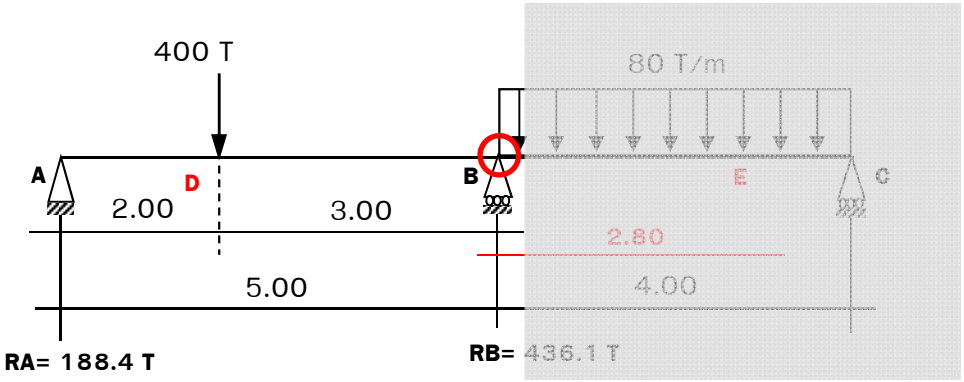
1.2 ให้แรงที่หมุนตามเข็มเป็น + และแรงที่หมุนทวนเข็มเป็น - โดยควรให้แรงตามเข็มขึ้นก่อน

1.3 จากรูปมีแรง RA ที่คำนวณเพียงค่าเดียว เพราะน้ำหนัก P-400 T วิ่งผ่านจุดหมุน



เนื่องจากแรงโมเมนต์ของน้ำหนักแบบ Point Load เป็นแบบ Linear Scale เส้นกราฟของแรงจึงเป็นแบบเส้นตรง ดังรูป ลากจากค่าระดับแรง 0 T ที่เส้นแรง A ไปถึงค่าระดับแรง 376.8 T ที่เส้นแรง D

2. เมื่อคำนวณค่าแรงโมเมนต์ MD ที่จุด D เสร็จแล้ว จะคำนวณหาแรงโมเมนต์ในจุดต่อไป ในที่นี้คือ จุด B



ช่วงคาน	ระยะทาง (เมตร)	ชื่อแรงโมเมนต์	ขนาดแรงโมเมนต์	ผลรวมแรงโมเมนต์
ที่จุด A	0.00	MA	0	0
A - D	2.00	MD	(188.4 x 2)	376.8
A - B	5.00	MB	(188.4 x 5)-(400 x 3)	-258.0

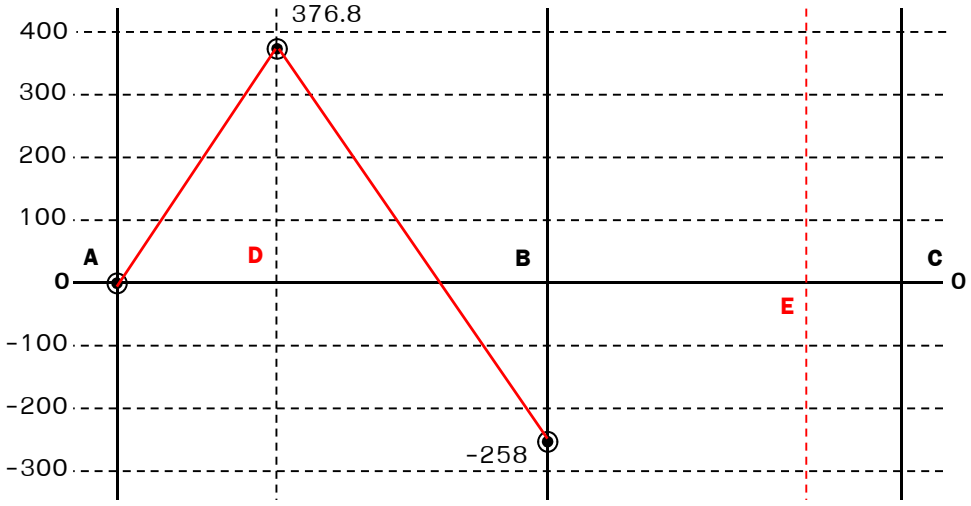
ช่วงคาน A-B ดูรูปโจทย์ข้างบน วิธีการคำนวณ ดังนี้

หาค่าแรงโมเมนต์ที่จุด B เรียกว่าแรงโมเมนต์ MB โดยกำหนดดังนี้

2.1 ให้จุด B เป็นจุดหมุน แล้วใช้สมการ $\Sigma MB = 0$ ในการคำนวณหาแรงโมเมนต์ MB

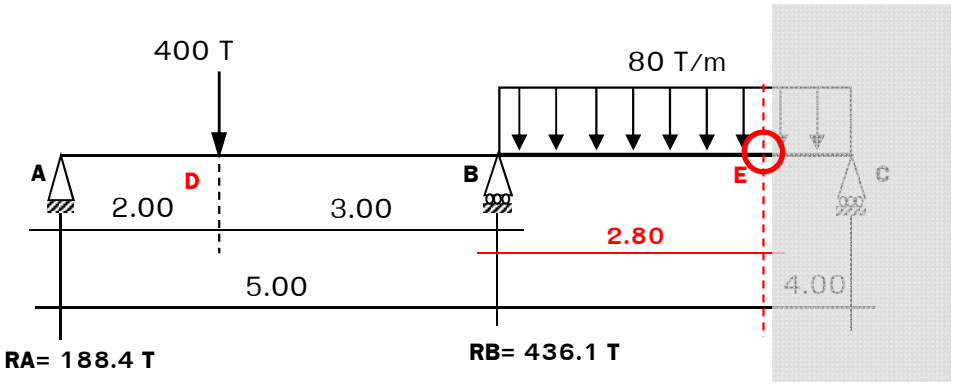
2.2 ให้แรงที่หมุนตามเข็มเป็น + และแรงที่หมุนทวนเข็มเป็น - โดยควรให้แรงตามเข็มขึ้นก่อน

2.3 จากรูปมีแรงที่เกี่ยวข้องในการคำนวณคือ -แรงปฏิกิริยา RA มีค่าเป็นบวก -น้ำหนัก P-400 T มีค่าเป็นลบ ส่วนแรงปฏิกิริยา RB ไม่เกี่ยวข้อง เพราะวิ่งผ่านจุดหมุน



แรงโมเมนต์ MB ยังถือว่าอยู่ใขช่วงคานของน้ำหนักแบบ Point Load ซึ่งเป็น Linear Scale เส้นกราฟของแรงจึงเป็นเส้นตรง ลากต่อจากค่าระดับแรง 376.8 T ที่เส้นแรง D มายังค่าระดับแรงที่ -258 T ที่เส้นแรง B ดังรูป

3. เมื่อคำนวณค่าแรงโมเมนต์ MB ที่จุด B เสร็จแล้ว จะคำนวณหาแรงโมเมนต์ในจุดต่อไป ในที่นี้คือ จุด E



ช่วงคาน	ระยะทาง (เมตร)	ชื่อแรงโมเมนต์	ขนาดแรงโมเมนต์	ผลรวมแรงโมเมนต์
ที่จุด A	0.00	MA	0	0
A - D	2.00	MD	(188.4 x 2)	376.8
A - B	5.00	MB	(188.4 x 5)-(400 x 3)	-258.0
A - E	7.80	ME	(188.4 x 7.8)+(436.1 x 2.8)-(80 x 2.8 x 1.4)-(400 x 5.8)	57.0

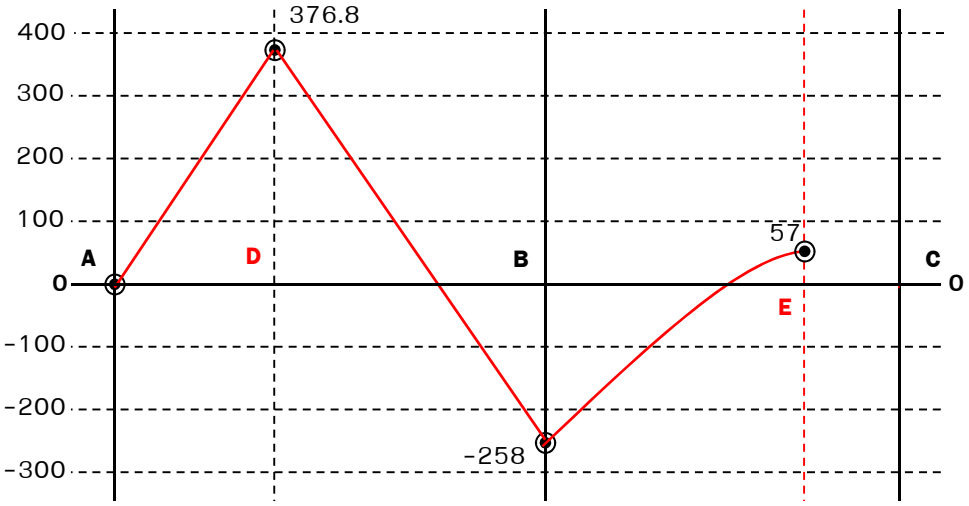
ช่วงคาน A-E ดูรูปโจทย์ข้างบน วิธีการคำนวณ ดังนี้

หาค่าแรงโมเมนต์ที่จุด E เรียกว่าแรงโมเมนต์ ME โดยกำหนดดังนี้

3.1 ให้จุด E เป็นจุดหมุน แล้วใช้สมการ $\Sigma ME = 0$ ในการคำนวณหาแรงโมเมนต์ ME

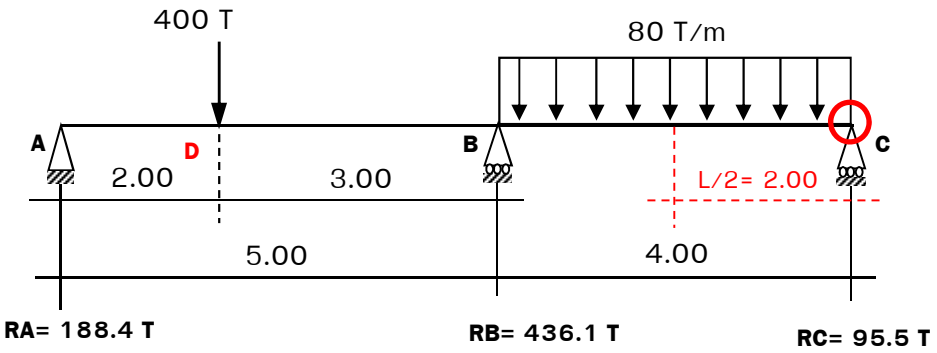
3.2 ให้แรงที่หมุนตามเข็มเป็น + และแรงที่หมุนทวนเข็มเป็น - โดยควรให้แรงตามเข็มขึ้นก่อน

3.3 จากรูปมีแรงเกี่ยวข้องในการคำนวณคือ -แรงปฏิกิริยา RA มีค่าเป็นบวก -แรงปฏิกิริยา RB มีค่าเป็นบวก -น้ำหนัก -400 T มีค่าเป็นลบ และน้ำหนักแผ่เฉลี่ย 80 T/m เฉพาะช่วงคานยาว 2.80 เมตร เท่านั้นที่ใช้ในการคำนวณ



เนื่องจากแรงโมเมนต์ ME เป็นแรงโมเมนต์ของน้ำหนักแผ่เฉลี่ย แรงจึงเป็นเส้นกราฟแบบยกกำลัง เส้นกราฟจึงมีรูปร่างแบบ Curve Parabola โดยลากเส้นกราฟต่อจากระดับค่าแรง -258 ที่เส้นแรง B เป็นเส้น Curve ไปยังค่าระดับแรง บวก 57 ที่เส้นแรง E ดังรูป

4. เมื่อคำนวณค่าแรงโมเมนต์ ME ที่จุด E เสร็จแล้ว จะคำนวณหาแรงโมเมนต์ในจุดต่อไป ในที่นี้คือ จุด C ซึ่งเป็นจุดสุดท้าย



ช่วงคาน	ระยะทาง (เมตร)	ชื่อแรงโมเมนต์	ขนาดแรงโมเมนต์	ผลรวมแรงโมเมนต์
ที่จุด A	0.00	MA	0	0
A - D	2.00	MD	(188.4 x 2)	376.8
A - B	5.00	MB	(188.4 x 5)-(400 x 3)	-258.0
A - E	7.80	ME	(188.4 x 7.8)+(436.1 x 2.8)-(80 x 2.8 x 1.4)-(400 x 5.8)	57.0
A - C	9.00	MC	(188.4 x 9)+(436.1 x 4)-(80 x 4 x 2)-(400 x 7)	0

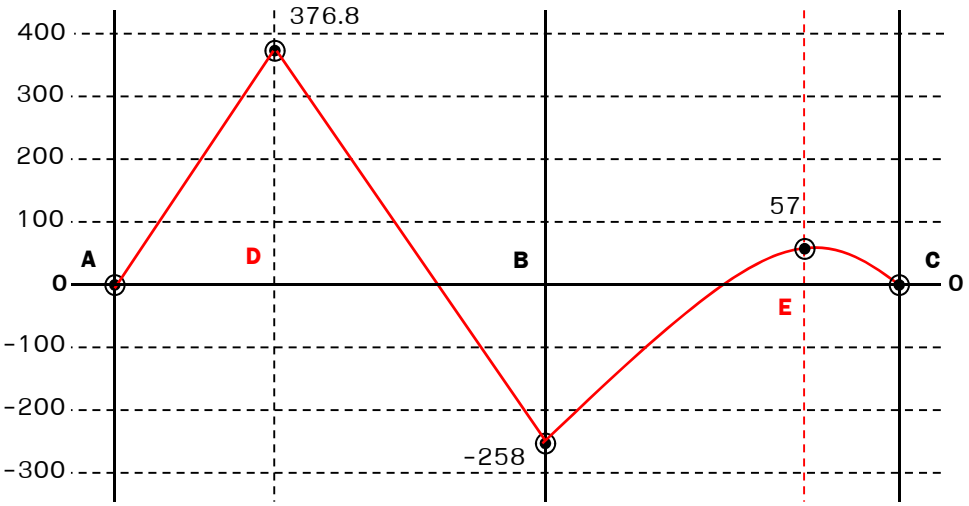
ช่วงคาน A-C ดูรูปโจทย์ข้างบน วิธีการคำนวณ ดังนี้

หาค่าแรงโมเมนต์ที่จุด C เรียกว่าแรงโมเมนต์ MC โดยกำหนดดังนี้

4.1 ให้จุด C เป็นจุดหมุน แล้วใช้สมการ $\Sigma MC = 0$ ในการคำนวณหาแรงโมเมนต์ MC

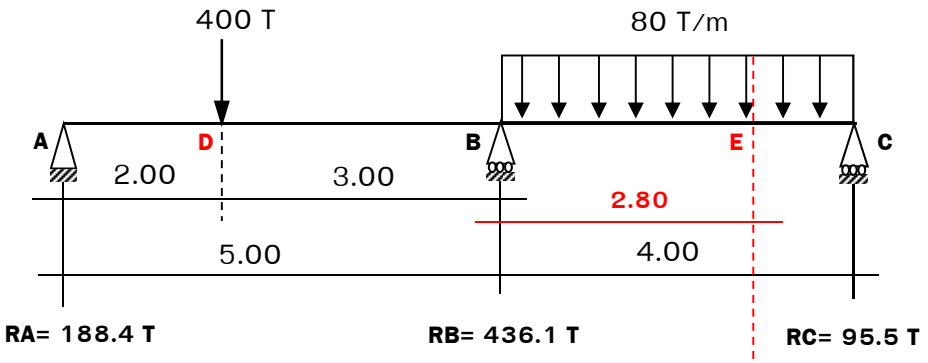
4.2 ให้แรงที่หมุนตามเข็มเป็น + และแรงที่หมุนทวนเข็มเป็น - โดยควรให้แรงตามเข็มขึ้นก่อน

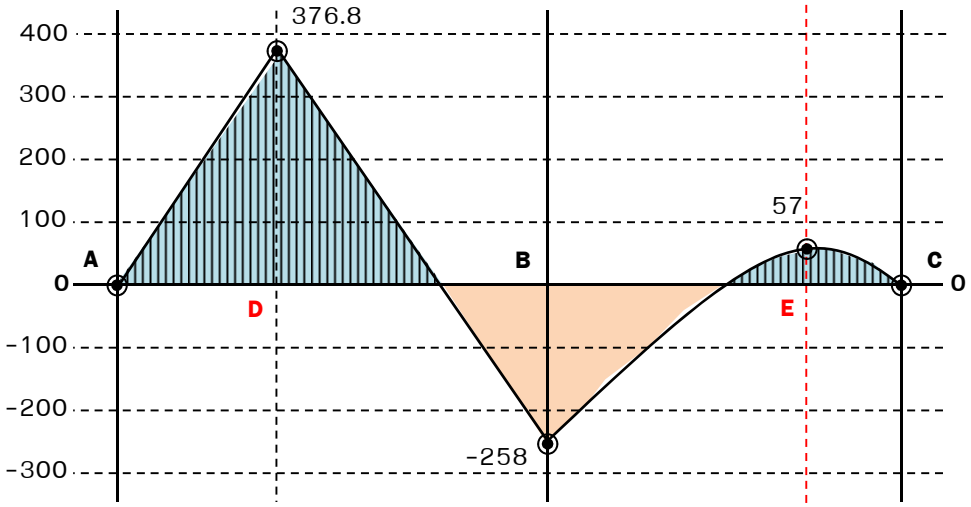
4.3 จากรูปมีแรงเกี่ยวข้องในการคำนวณคือ -แรงปฏิกิริยา RA มีค่าเป็นบวก -แรงปฏิกิริยา RB มีค่าเป็นบวก -น้ำหนัก -400 T มีค่าเป็นลบ และน้ำหนักแผ่เฉลี่ย 80 T/m มีค่าเป็น ลบ ส่วนแรงปฏิกิริยา RC ไม่เกี่ยวข้อง เพราะวิ่งผ่านจุดหมุน



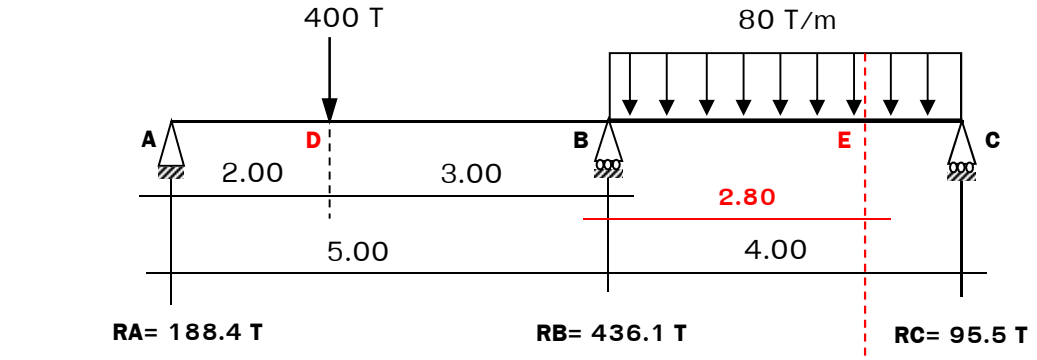
แรงโมเมนต์ MC เป็นแรงโมเมนต์ของน้ำหนักแผ่เฉลี่ย แรงจึงเป็นเส้นกราฟแบบยกกำลัง เส้นกราฟจึงมีรูปร่างแบบ Curve Parabola โดยลากเส้นกราฟต่อจากระดับค่าแรง +57 ที่เส้นแรง E เป็นเส้น Curve ลงไปยังค่าระดับแรง 0 ที่เส้นแรง C ดังรูป

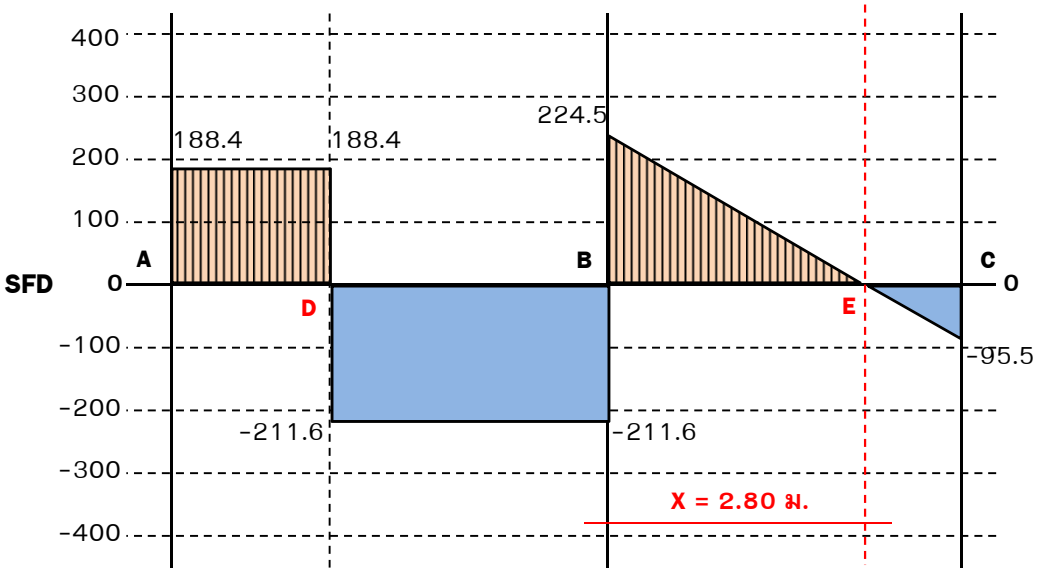
เราสามารถเขียนรูปกราฟแรงเฉือนใหม่ได้ดังรูปข้างล่างนี้

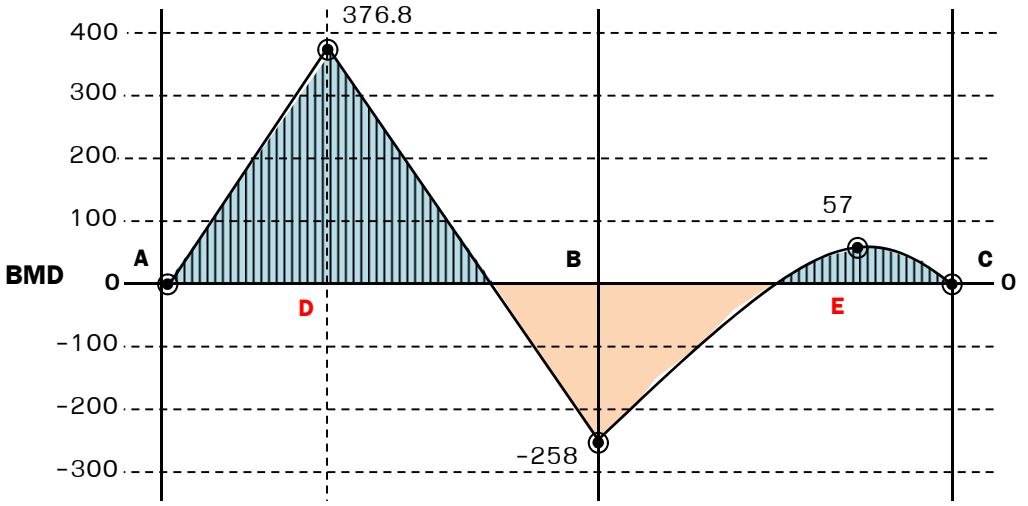




สรุปเส้นกราฟแรงเฉือน (SFD) และกราฟแรงโมเมนต์ดัด (BMD) ดังนี้







1. สรุป ค่าแรงเฉือนสูงสุด Vmax = 224.50 T

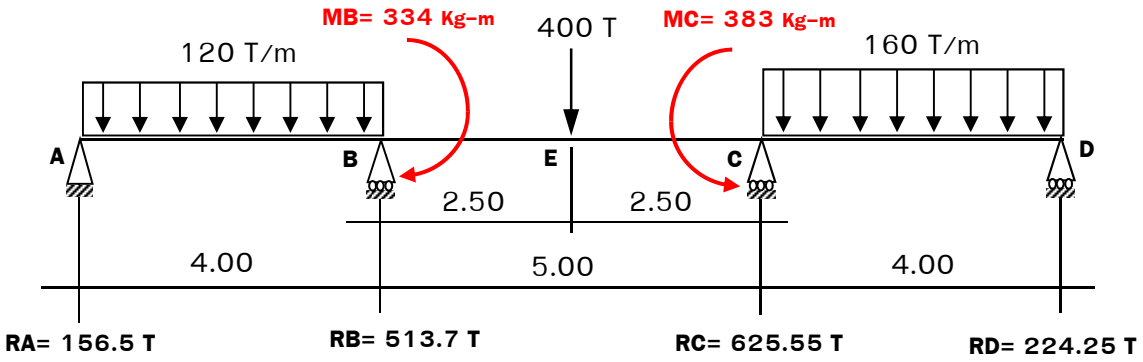
2. สรุป ค่าแรงโมเมนต์ดัดบวก สูงสุด M+max = 376.80 T-m

3. สรุป ค่าแรงโมเมนต์ดัดลบ สูงสุด M-max = 258.00 T-m

1. การหาค่าแรงเฉือน และเขียนกราฟแรงเฉือน (Shear Force Diagram)

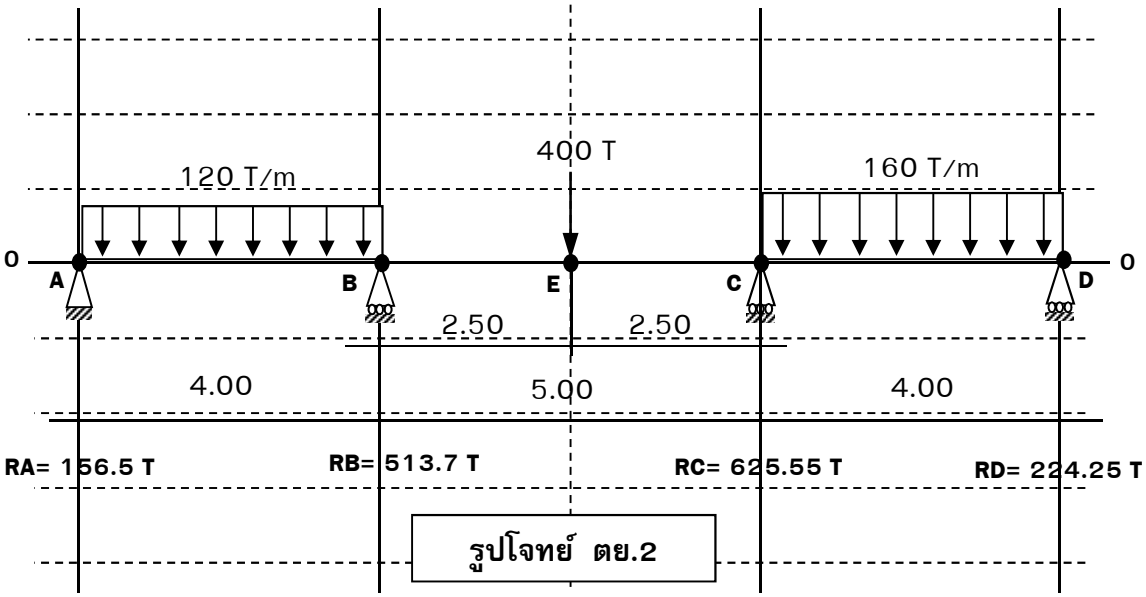
การหาค่าแรงเฉือน และค่าโมเมนต์ดัด รูปไม่ต้องแสดงค่าแรงโมเมนต์ MB

ตย.2



3. การมองและเขียนเส้นกราฟแรงเฉือน

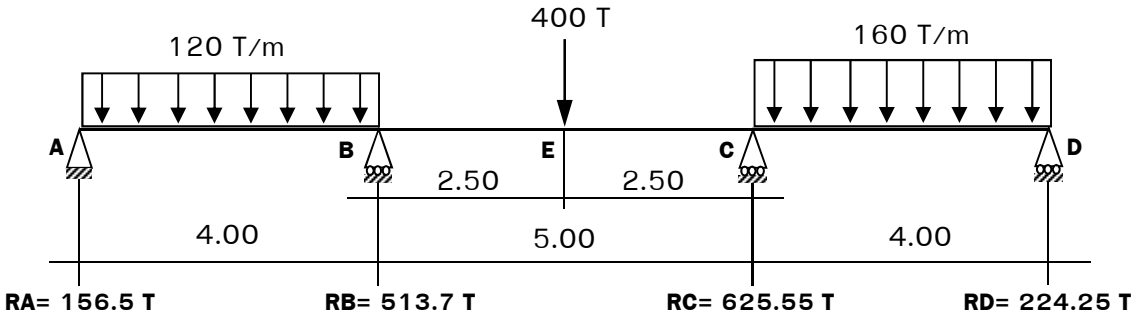
การมองรูปเพื่อคำนวณและเขียนเส้นกราฟในตาราง เราจะต้องมองรูปโจทย์และตารางกราฟให้สัมพันธ์กันดังรูปข้างล่าง โดยรูปโจทย์ และตารางกราฟจะเริ่มที่ เส้นแนวนอน 0-0 พร้อมกับเริ่มคำนวณค่าแรง ในตารางคำนวณแรงเฉือน SFD

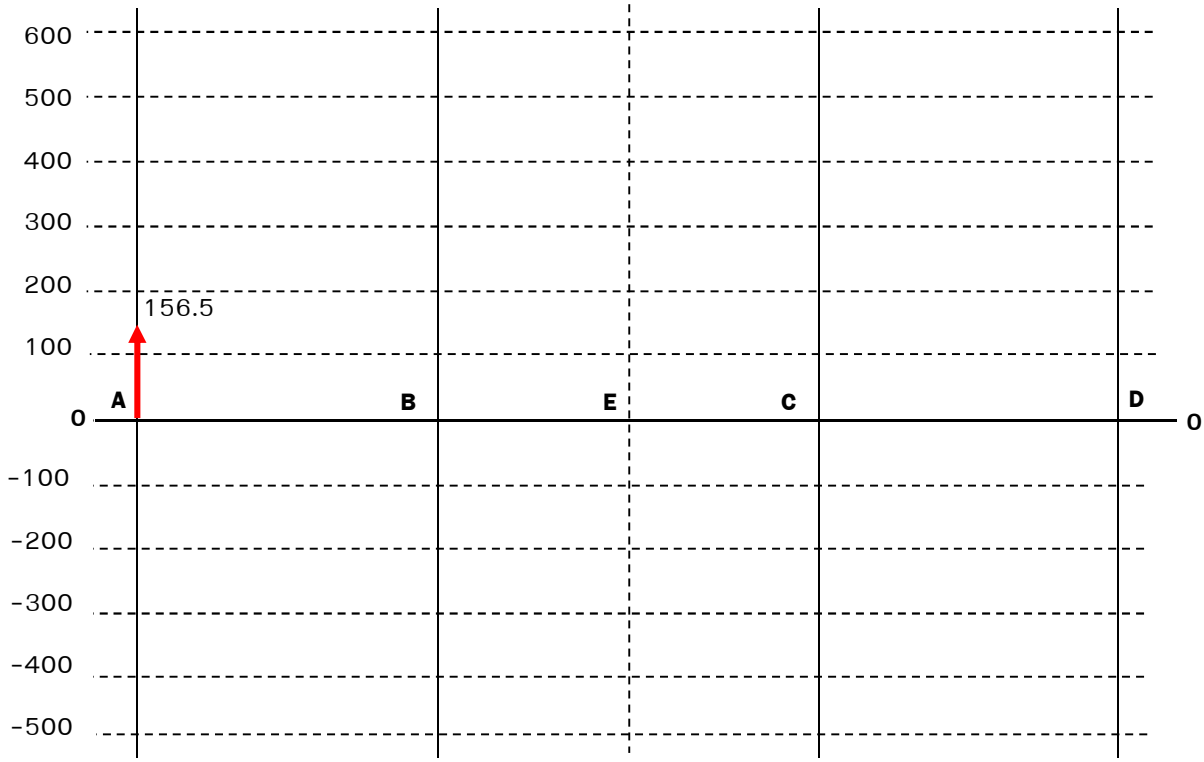


1. จากรูปโจทย์ ตย.2 เราตั้งค่าระดับแรงแนวนอน โดยดูที่แรงปฏิกิริยาสูงสุด คือ RC= 625.55 T โดยตั้งค่าระดับแรง 0-600 T และ 0-(-600 T)

2. เริ่มคำนวณ จากรูปโจทย์ ตย.2 ที่จุด A มีแรงปฏิกิริยา RA พุ่งขึ้นแนวดิ่ง ค่าแรงเฉือนเท่ากับ 156.5 T

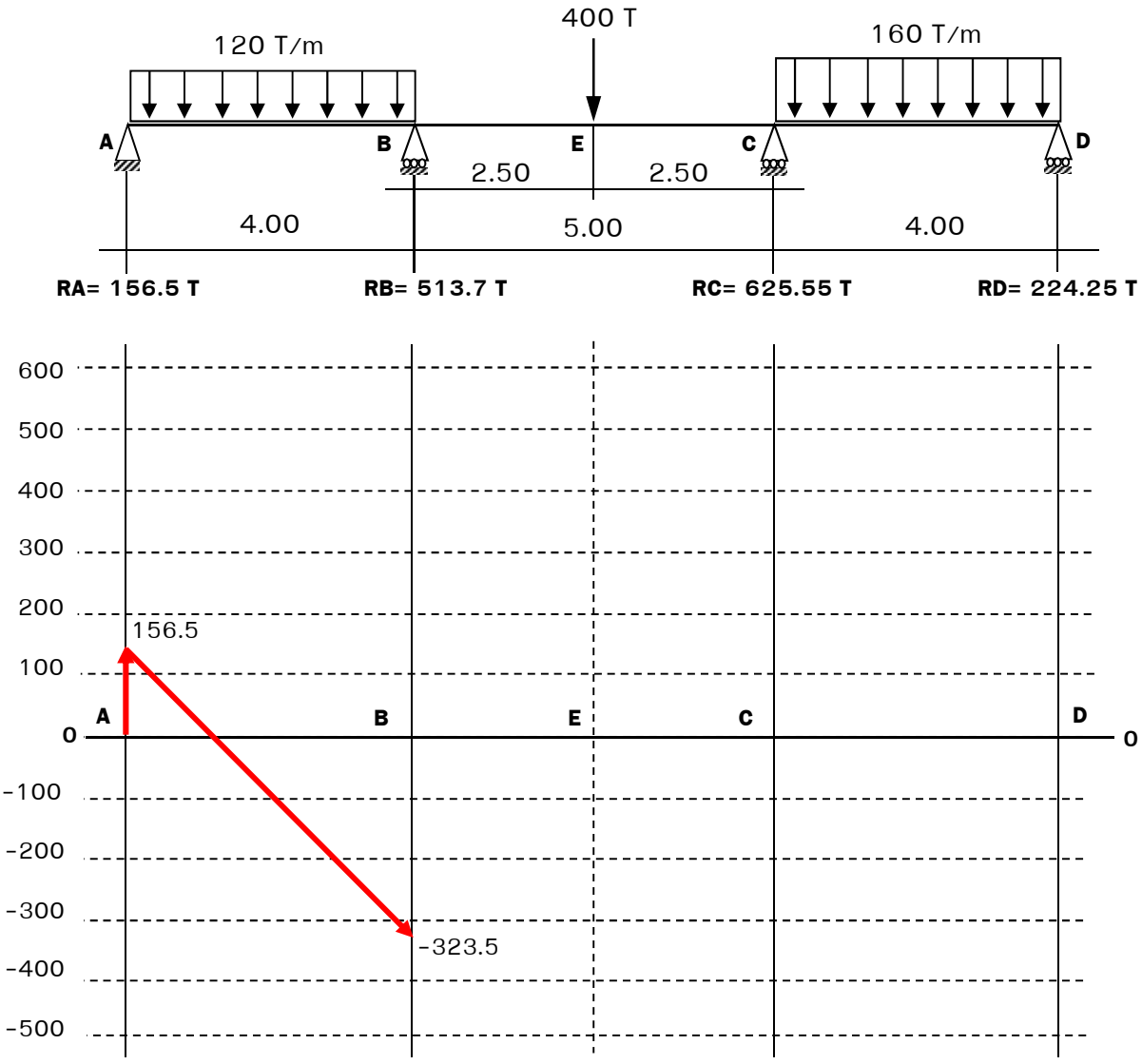
จุด / ช่วงคาน	แรง หรือ น้ำหนัก	ขนาดของแรง หรือน้ำหนัก	บวก-ลบ แรงและน้ำหนัก	คงเหลือ แรง/น้ำหนัก
ที่จุด A	RA ↑	+156.5 T	+156.5 T	+156.5 T





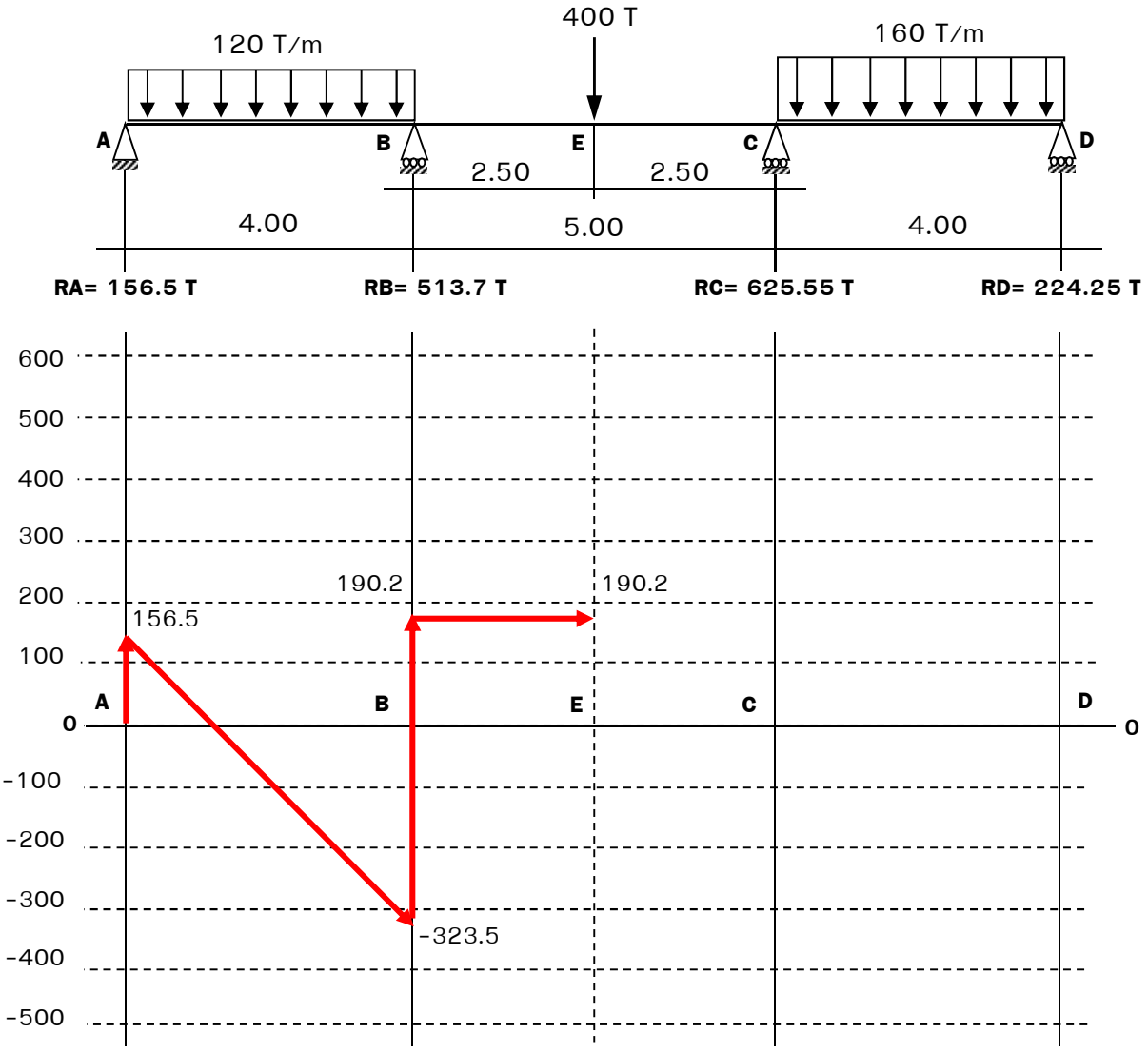
3. คำนวณต่อไปที่ ระหว่างช่วงคานเส้นแรงแนวดิ่ง A ถึงเส้นแรงแนวดิ่ง B มีแรงแผ่เฉลี่ย (Uniform Load) ขนาด 120 T/m กระทำเต็มความยาวคาน A-B เส้นแรงเฉือนของน้ำหนักแผ่เฉลี่ย จะเป็นเส้นแนวเฉียงจากซ้าย ลงไปขวา

จุด / ช่วงคาน	แรง หรือ น้ำหนัก	ขนาดของแรง หรือน้ำหนัก	บวก-ลบ แรงและน้ำหนัก	คงเหลือ แรง/น้ำหนัก
ที่จุด A	RA ↑	+156.5 T	+156.5 T	156.50
A-B	W1 ↘	(-120 x 4) = -480 T	+156.5 - 480	-323.50



4. คำนวณต่อไปที่ จุด B หรือเส้นแรงแนวดิ่ง B มีแรงปฏิกิริยา RB พุ่งขึ้นทิศเหนือ ค่าแรงปฏิกิริยาเท่ากับ +513.7 T

จุด / ช่วงคาน	แรง หรือ น้ำหนัก	ขนาดของแรง หรือน้ำหนัก	บวก-ลบ แรงและน้ำหนัก	คงเหลือ แรง/น้ำหนัก
ที่จุด A	RA ↑	+156.5 T	+156.5 T	156.50
A-B	W1 ↘	(-120 x 4) = -480 T	+156.5 - 480	-323.50
B	RB ↑	+513.7 T	-323.5 + 513.7	190.20

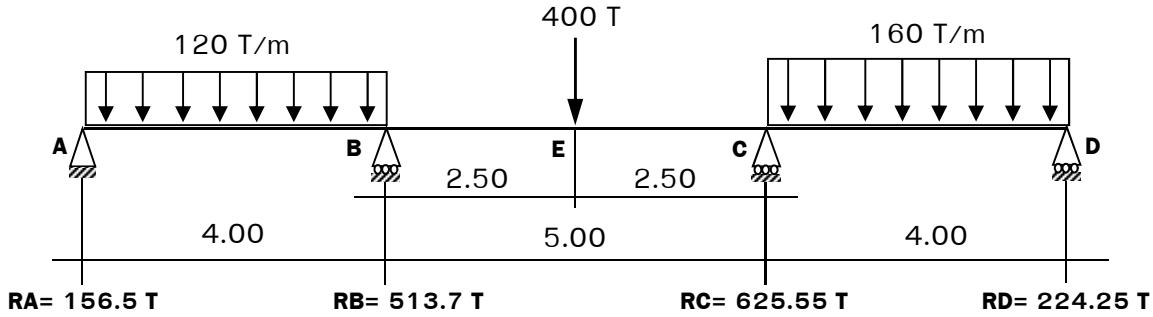


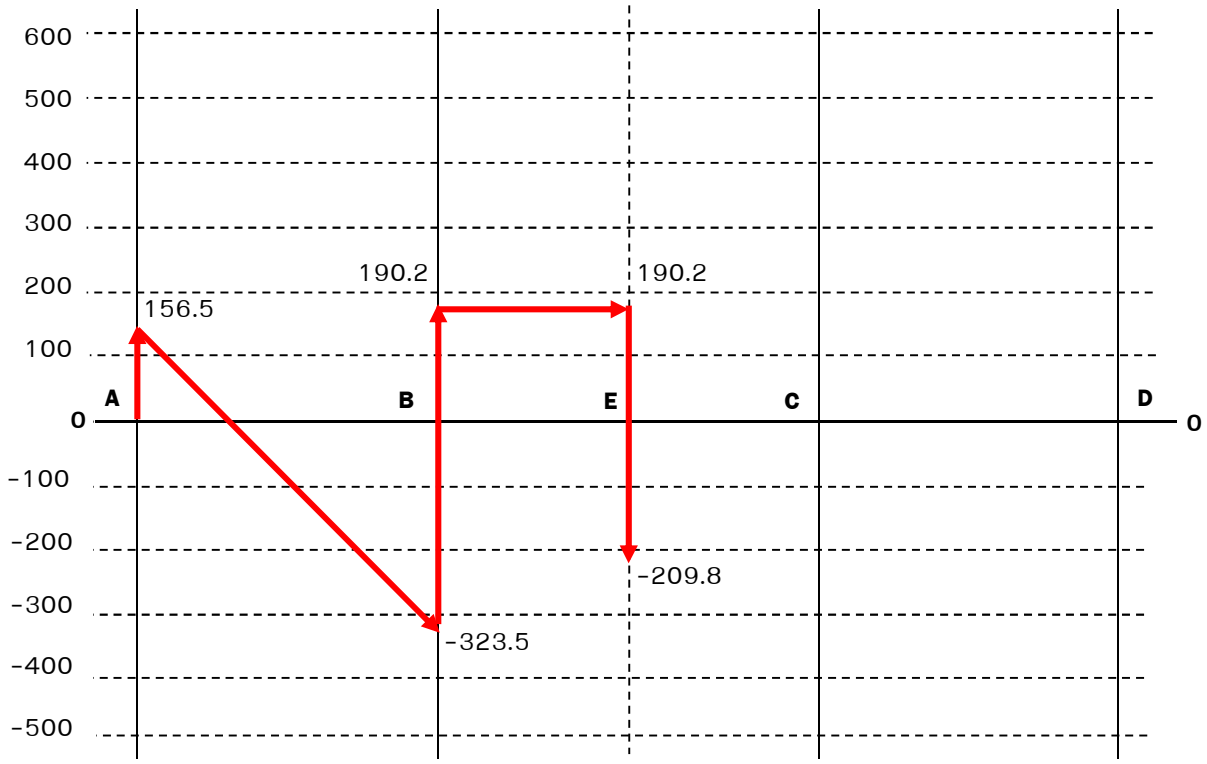
5. คำนวณต่อไปที่ ช่วงคาน B-E ไม่มีน้ำหนักมากระทำกับคาน ดังนั้นแรงเฉือนจะเคลื่อนไปทางด้านขวาขนานกับเส้น 0-0 ค่าระดับแรงคงเดิม (190.2 T) ไปจนถึงเส้นแรงดิ่ง E ดังรูปด้านบน

จุด / ช่วงคาน	แรง หรือ น้ำหนัก	ขนาดของแรง หรือน้ำหนัก	บวก-ลบ แรงและน้ำหนัก	คงเหลือ แรง/น้ำหนัก
ที่จุด A	RA ↑	+156.5 T	+156.5 T	156.50
A-B	W1 ↘	(-120 x 4) = -480 T	+156.5 - 480	-323.50
B	RB ↑	+513.7 T	-323.5 + 513.7	190.20
B-E	No.F →	0	+190.20 + 0	190.20

6. คำนวณต่อไปที่ จุด E มีน้ำหนัก Point Load 400 T พุ่งลงมากระทำกับคาน เส้นแรงเฉือนจะพุ่งลงไปด้านล่างขนาดของแรงเท่ากับ +190.2 - 400 = - 209.8 T

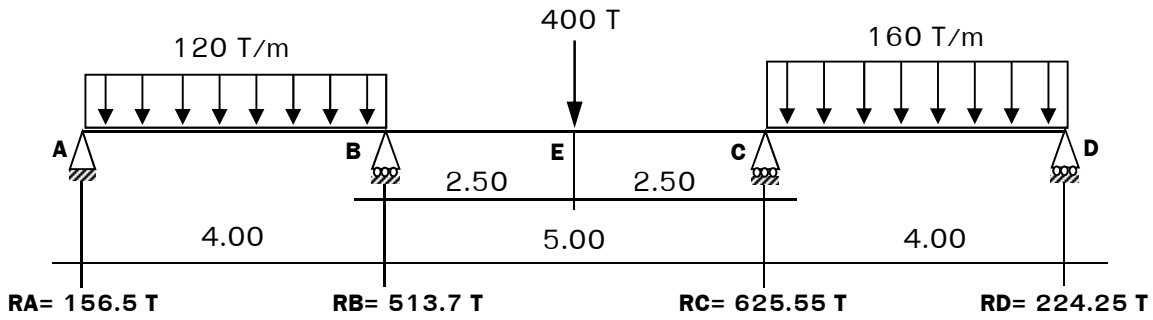
จุด / ช่วงคาน	แรง หรือ น้ำหนัก	ขนาดของแรง หรือน้ำหนัก	บวก-ลบ แรงและน้ำหนัก	คงเหลือ แรง/น้ำหนัก
ที่จุด A	RA ↑	+156.5 T	+156.5 T	156.50
A-B	W1 ↘	(-120 x 4) = -480 T	+156.5 - 480	-323.50
B	RB ↑	+513.7 T	-323.5 + 513.7	190.20
B-E	No.F →	0	+190.20 + 0	190.20
E	P1 ↓	-400 T	+190.20 - 400	-209.80

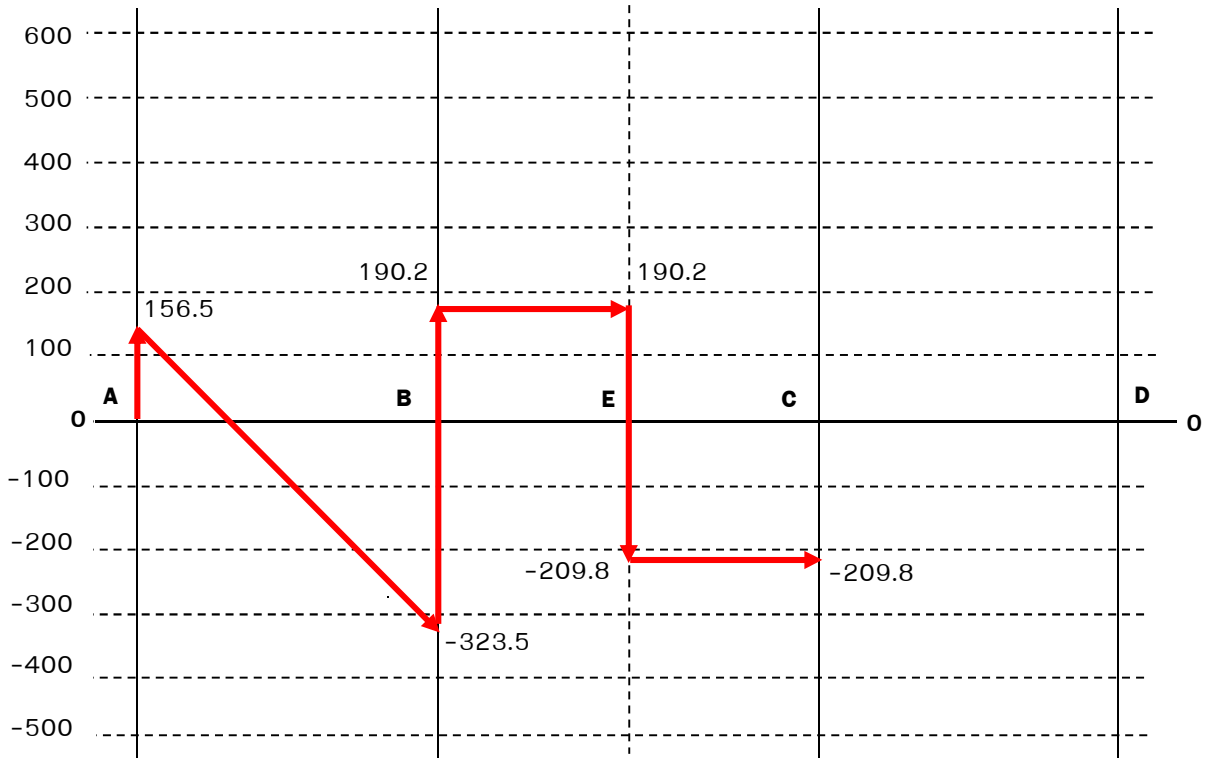




7. คำนวณต่อไปที่ ช่วงคาน E-C ไม่มีน้ำหนักมากระทำกับคาน ดังนั้นแรงเฉือนจะเคลื่อนไปทางด้านขวาขนานกับเส้น 0-0 ค่าระดับแรงคงเดิม (-209.8 T) ไปจนถึงเส้นแรงดิ่ง C ดังรูป

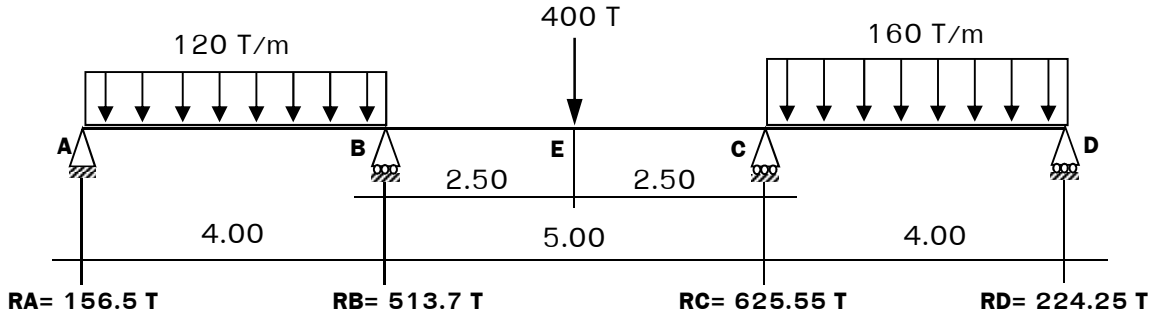
จุด / ช่วงคาน	แรง หรือ น้ำหนัก	ขนาดของแรง หรือน้ำหนัก	บวก-ลบ แรงและน้ำหนัก	คงเหลือ แรง/น้ำหนัก
ที่จุด A	RA ↑	+156.5 T	+156.5 T	156.50
A-B	W1 ↘	(-120 x 4) = -480 T	+156.5 - 480	-323.50
B	RB ↑	+513.7 T	-323.5 + 513.7	190.20
B-E	No.F →	0	+190.20 + 0	190.20
E	P1 ↓	-400 T	+190.20 - 400	-209.80
E-C	No.F →	0	-209.8 + 0	-209.80

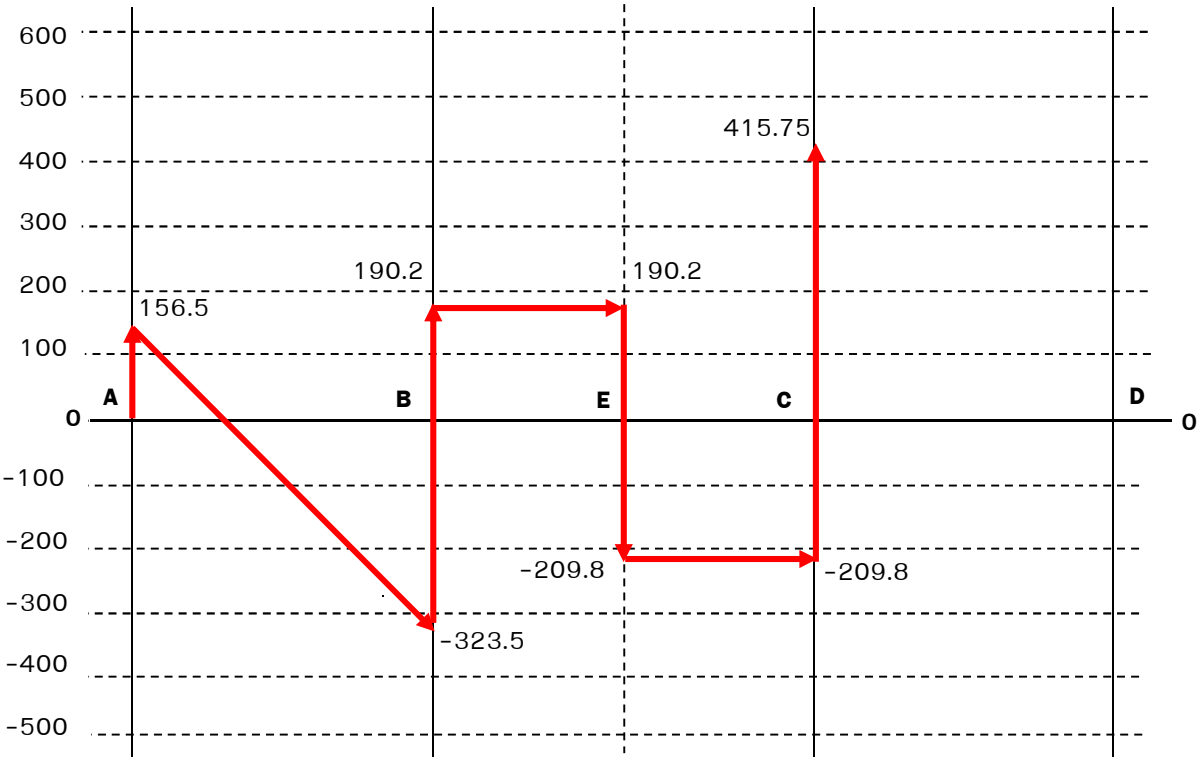




8. คำนวณต่อไปที่ จุด C หรือเส้นแรงแนวดิ่ง C มีแรงปฏิกิริยา RC พุ่งขึ้นทิศเหนือ ค่าแรงปฏิกิริยาเท่ากับ +625.55 T

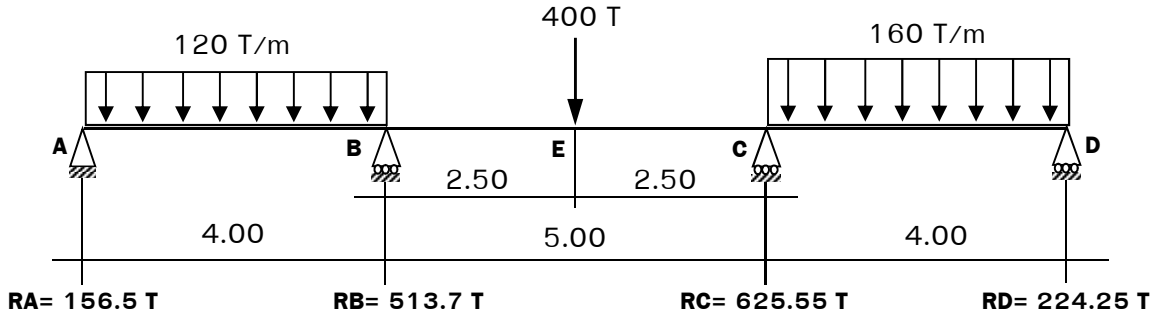
จุด / ช่วงคาน	แรง หรือ น้ำหนัก	ขนาดของแรง หรือน้ำหนัก	บวก-ลบ แรงและน้ำหนัก	คงเหลือ แรง/น้ำหนัก
ที่จุด A	RA ↑	+156.5 T	+156.5 T	156.50
A-B	W1 ↘	(-120 x 4) = -480 T	+156.5 - 480	-323.50
B	RB ↑	+513.7 T	-323.5 + 513.7	190.20
B-E	No.F →	0	+190.20 + 0	190.20
E	P1 ↓	-400 T	+190.20 - 400	-209.80
E-C	No.F →	0	-209.8 + 0	-209.80
C	RC ↑	+625.55 T	-209.8 + 625.55	415.75

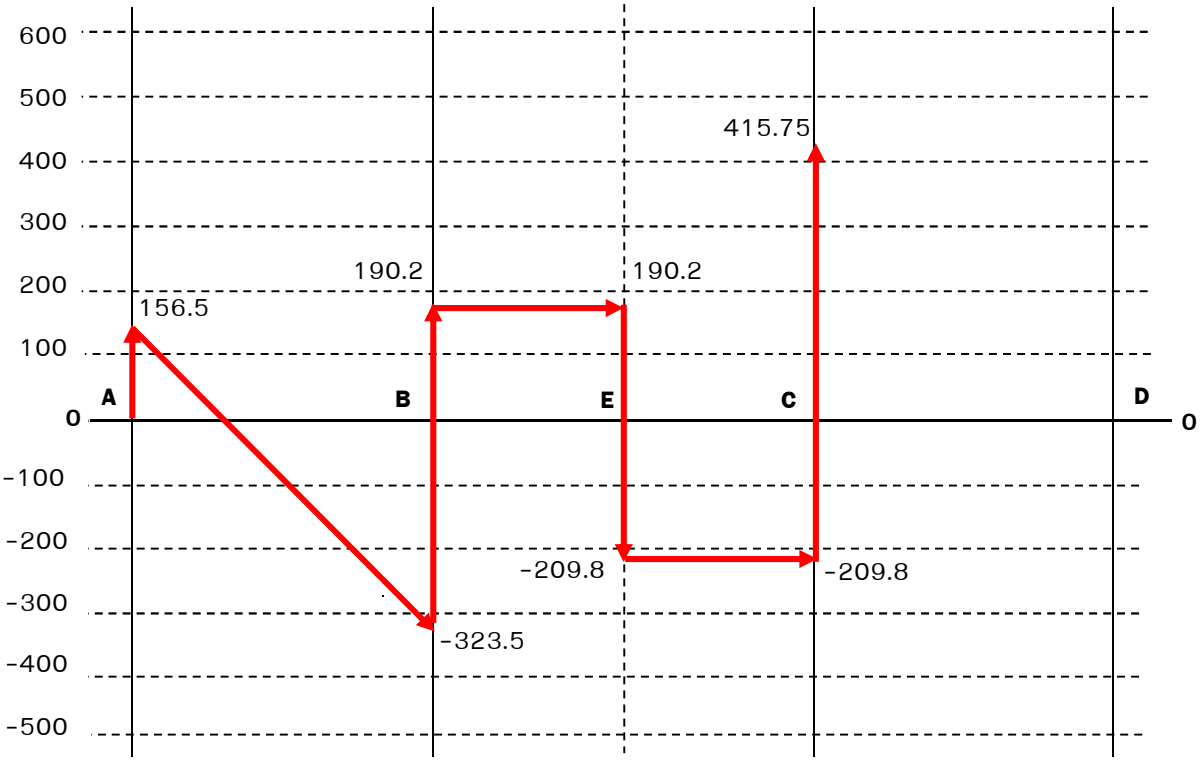




9. คำนวณต่อไปที่ จุด C หรือเส้นแรงแนวดิ่ง C มีแรงปฏิกิริยา RC พุ่งขึ้นทิศเหนือ ค่าแรงปฏิกิริยาเท่ากับ +625.55 T

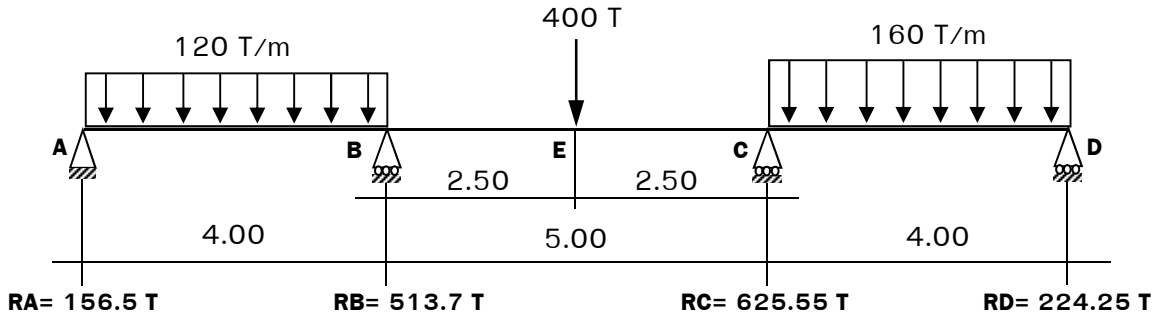
จุด / ช่วงคาน	แรง หรือ น้ำหนัก	ขนาดของแรง หรือน้ำหนัก	บวก-ลบ แรงและน้ำหนัก	คงเหลือ แรง/น้ำหนัก
ที่จุด A	RA ↑	+156.5 T	+156.5 T	156.50
A-B	W1 ↘	(-120 x 4) = -480 T	+156.5 - 480	-323.50
B	RB ↑	+513.7 T	-323.5 + 513.7	190.20
B-E	No.F →	0	+190.20 + 0	190.20
E	P1 ↓	-400 T	+190.20 - 400	-209.80
E-C	No.F →	0	-209.8 + 0	-209.80
C	RC ↑	+625.55 T	-209.8 + 625.55	415.75

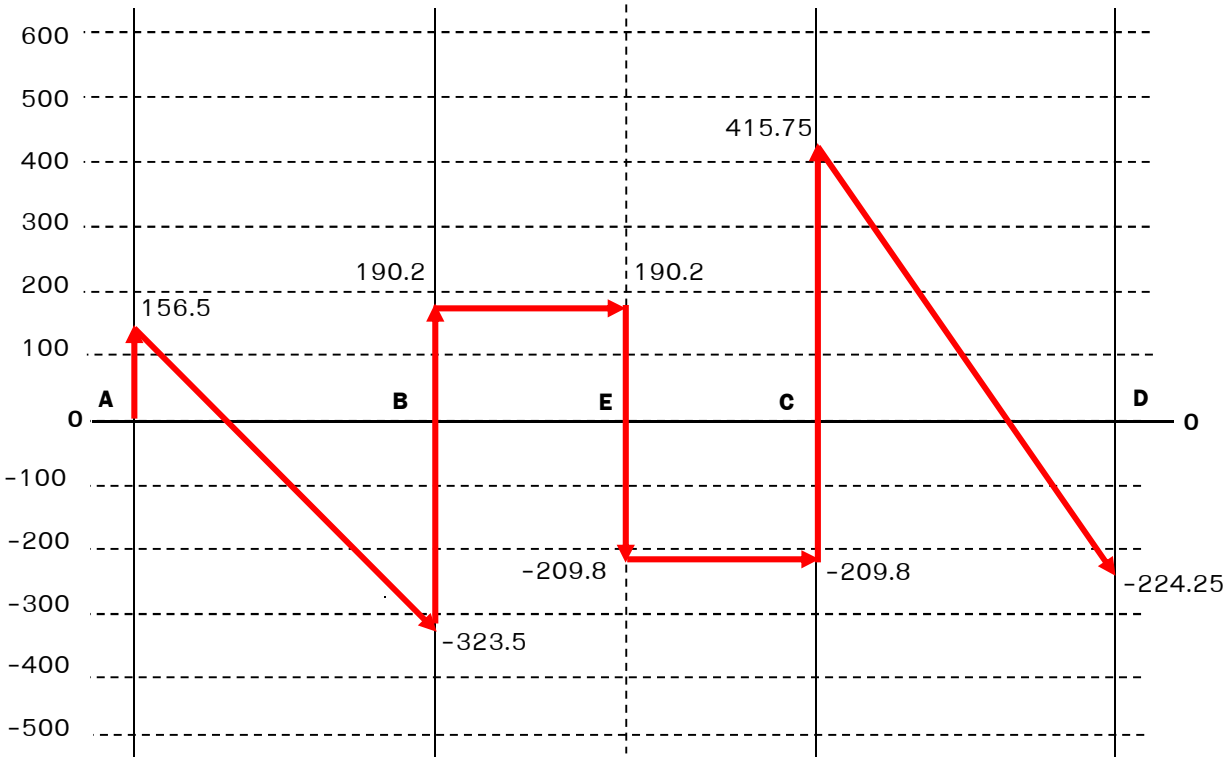




10. คำนวณต่อไปที่ ช่วงคาน C-D (เส้นแรงดิ่ง C-D) มีแรงแผ่เฉลี่ย (Uniform Load) ขนาด 160 T/m กระทำเต็มความยาวคาน C-D เส้นแรงเฉือนของน้ำหนักแผ่เฉลี่ย จะเป็นเส้นแนวเฉียงจากซ้าย ลงไปขวา

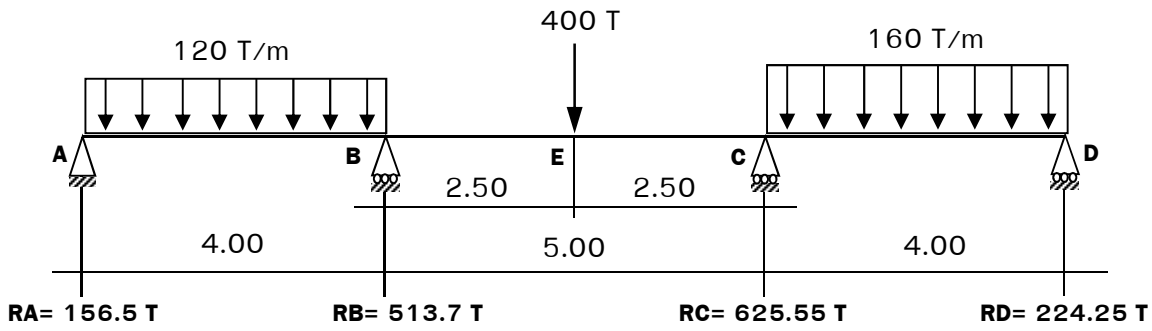
จุด / ช่วงคาน	แรง หรือ น้ำหนัก	ขนาดของแรง หรือน้ำหนัก	บวก-ลบ แรงและน้ำหนัก	คงเหลือ แรง/น้ำหนัก
ที่จุด A	RA ↑	+156.5 T	+156.5 T	156.50
A-B	W1 ↘	(-120 x 4) = -480 T	+156.5 - 480	-323.50
B	RB ↑	+513.7 T	-323.5 + 513.7	190.20
B-E	No.F →	0	+190.20 + 0	190.20
E	P1 ↓	-400 T	+190.20 - 400	-209.80
E-C	No.F →	0	-209.8 + 0	-209.80
C	RC ↑	+625.55 T	-209.8 + 625.55	415.75
C-D	W2 ↘	(-160 x 4) = -640 T	+415.75 - 640	-224.25

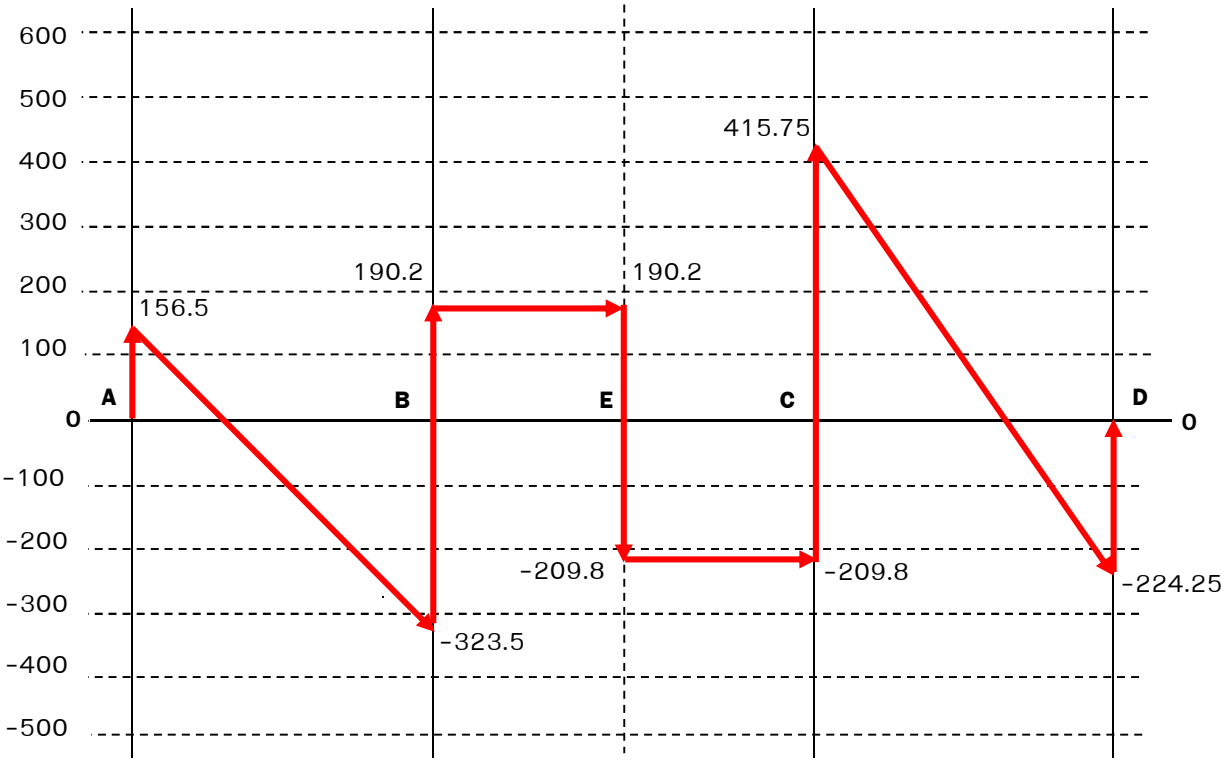




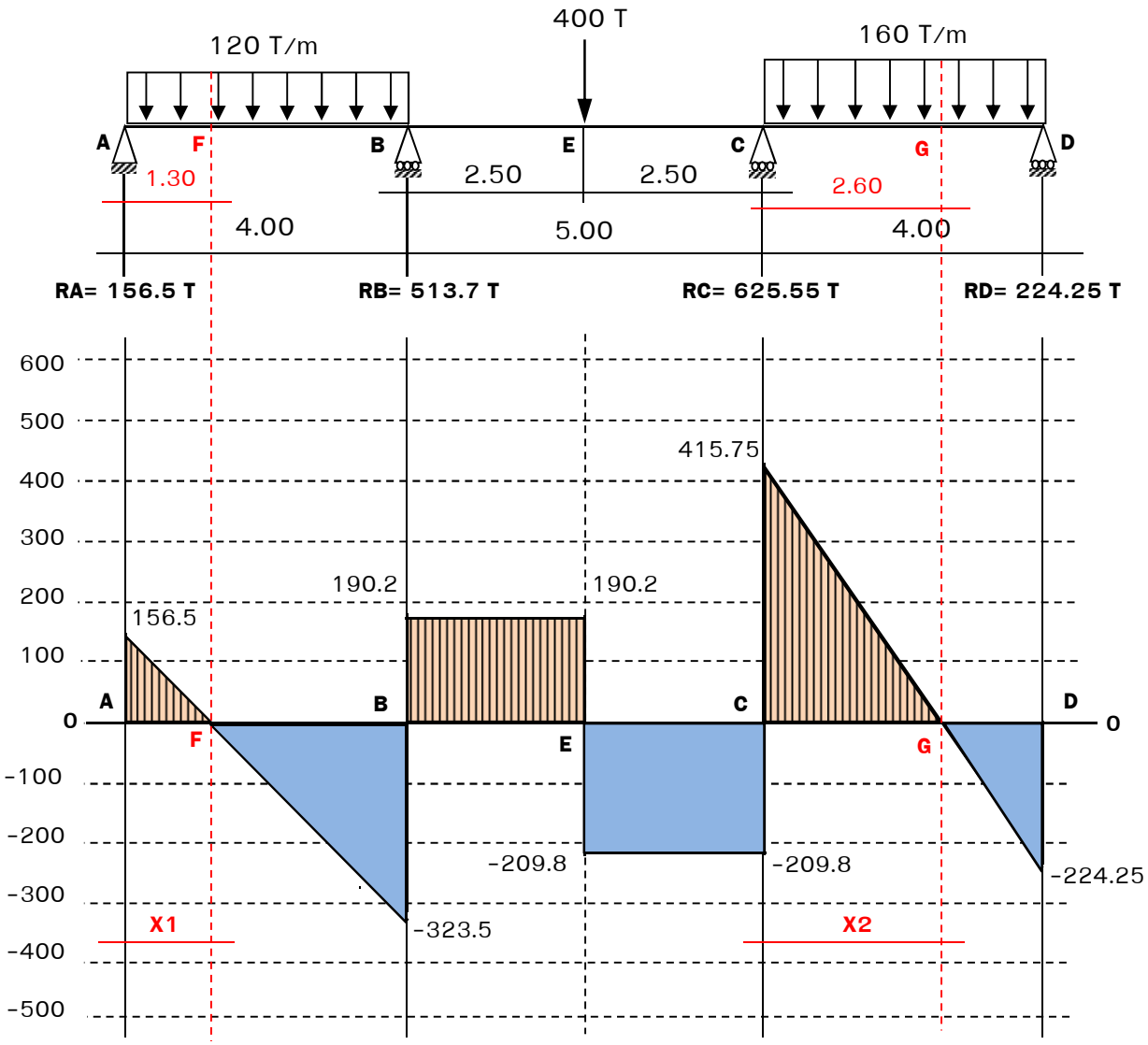
11. คำนวณจุดสุดท้าย จุด D หรือเส้นแรงแนวดิ่ง D มีแรงปฏิกิริยา RD พุ่งขึ้นทิศเหนือ ค่าแรงปฏิกิริยาเท่ากับ +224.25 T

จุด / ช่วงคาน	แรง หรือ น้ำหนัก	ขนาดของแรง หรือน้ำหนัก	บวก-ลบ แรงและน้ำหนัก	คงเหลือ แรง/น้ำหนัก
ที่จุด A	RA ↑	+156.5 T	+156.5 T	156.50
A-B	W1 ↘	(-120 x 4) = -480 T	+156.5 - 480	-323.50
B	RB ↑	+513.7 T	-323.5 + 513.7	190.20
B-E	No.F →	0	+190.20 + 0	190.20
E	P1 ↓	-400 T	+190.20 - 400	-209.80
E-C	No.F →	0	-209.8 + 0	-209.80
C	RC ↑	+625.55 T	-209.8 + 625.55	415.75
C-D	W2 ↘	(-160 x 4) = -640 T	+415.75 - 640	-224.25
D	RD ↑	+224.25 T	-224.25 + 224.25	0.00





เราสามารถเขียนรูปกราฟแรงเฉือนใหม่ได้ดังรูปข้างล่างนี้



ข้อสังเกต ช่วงคาน A-B และช่วงคาน C-D ที่มีน้ำหนักแผ่เฉลี่ย (Uniform Load) กระทำและมีเส้นแรงเฉือนตัดกับเส้น 0-0 เป็นจุดตัดที่สำคัญ เพราะจะเป็นจุดที่มีค่าแรงโมเมนต์เกิดขึ้น จะต้องคำนวณหาความยาวจุดตัดดังรูปกราฟแรงเฉือนข้างบน สมมติ ดังนี้

1. ช่วงคาน A-B สมมติหาระยะความยาว X1
2. ช่วงคาน C-D สมมติหาระยะความยาว X2 โดยมีสูตรคำนวณหา ดังนี้

$$X = V/w$$

$$X1 = 156.5/120$$

$$= 1.30 \text{ ม.}$$

$$X2 = 415.75/160$$

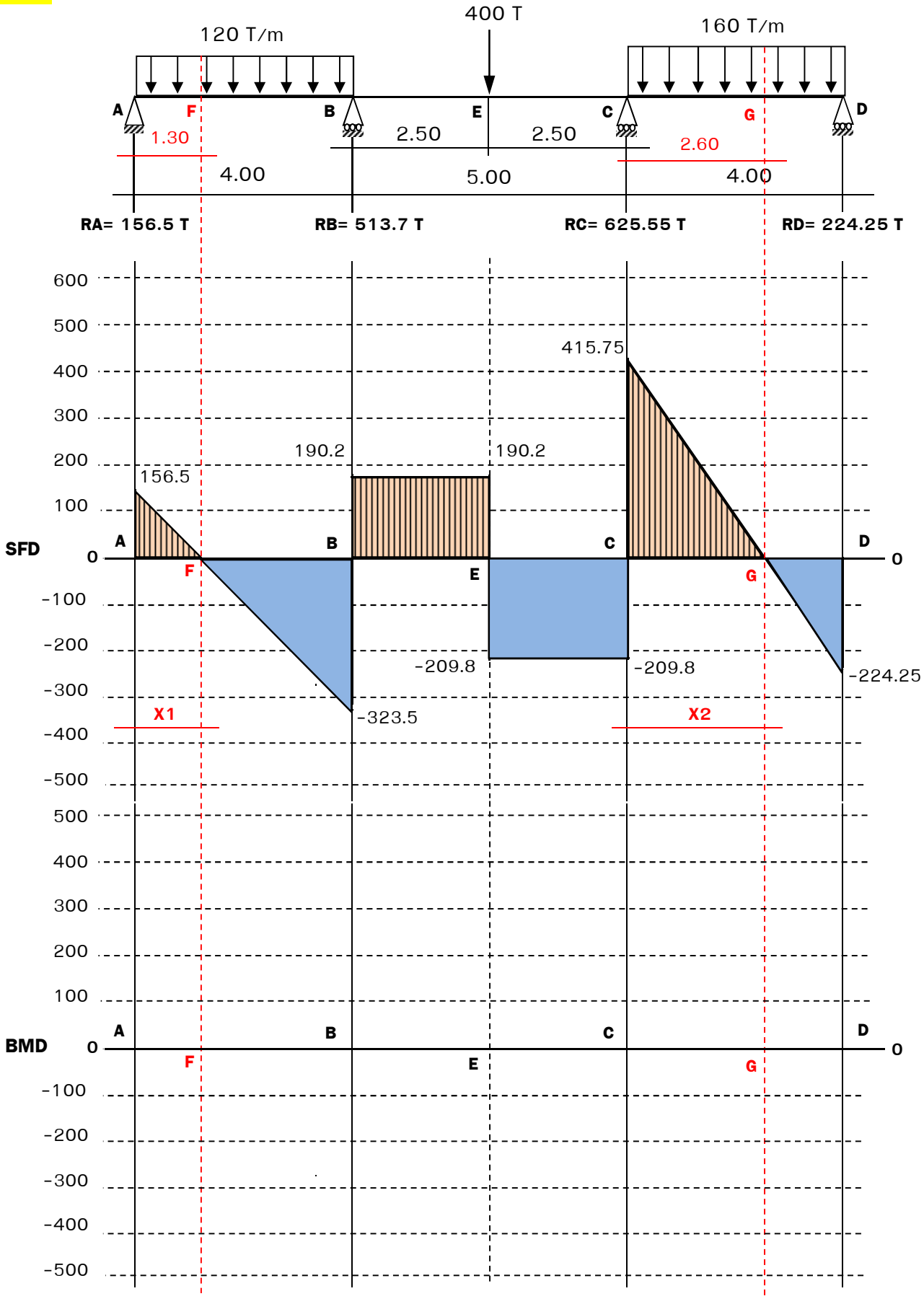
$$= 2.60 \text{ ม.}$$

แล้วให้ชื่อเส้นแนวดิ่งที่เกิดขึ้นใหม่ที่จุดตัดนั้น ในที่นี้ ช่วงคาน A-B ชื่อเส้นแนวดิ่ง F และช่วงคาน C-D ชื่อเส้นแนวดิ่ง G

2. การหาค่าแรงโมเมนต์ดัด และเขียนกราฟแรงโมเมนต์ดัด (Bending Moment Diagram)

การหาค่าแรงเฉือน และค่าโมเมนต์ดัด รูปไม่ต้องแสดงค่าแรงโมเมนต์ MB

ตย.2



การเตรียมเส้นกราฟแรงโมเมนต์ ค่าระดับแรงแนวนอน เหมือนกับกราฟแรงเฉือน ยกเว้นมีค่าแรงกราฟเพิ่มขึ้นก็ให้เพิ่มเส้นแรง การคำนวณและเขียนเส้นกราฟทำได้ ดังนี้

1. จากรูปตัวอย่างโจทย์ ตย.2 เราจะเริ่มคำนวณแรงโมเมนต์จาก ซ้าย ไป ขวา ดังนี้ ที่จุดเริ่มต้น จุด A ดังที่เราทราบว่า เสาริมที่ไม่มีคานยื่น ค่าแรงโมเมนต์ เท่ากับ 0 ดังนั้นที่จุด A จุดเส้นกราฟเป็น 0

2. ช่วงคาน A-F ดูรูปโจทย์ข้างบน วิธีการคำนวณ ดังนี้

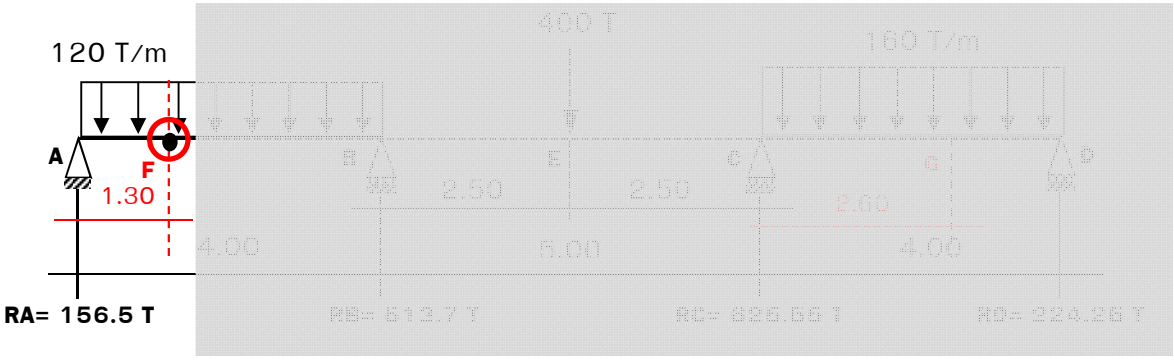
หาค่าแรงโมเมนต์ที่จุด F เรียกว่าแรงโมเมนต์ MF โดยกำหนดดังนี้

2.1 ให้จุด F เป็นจุดหมุน แล้วใช้สมการ $\Sigma MF = 0$ ในการคำนวณหาแรงโมเมนต์ MF

2.2 ให้แรงที่หมุนตามเข็มเป็น + และแรงที่หมุนทวนเข็มเป็น - โดยควรให้แรงตามเข็มขึ้นก่อน

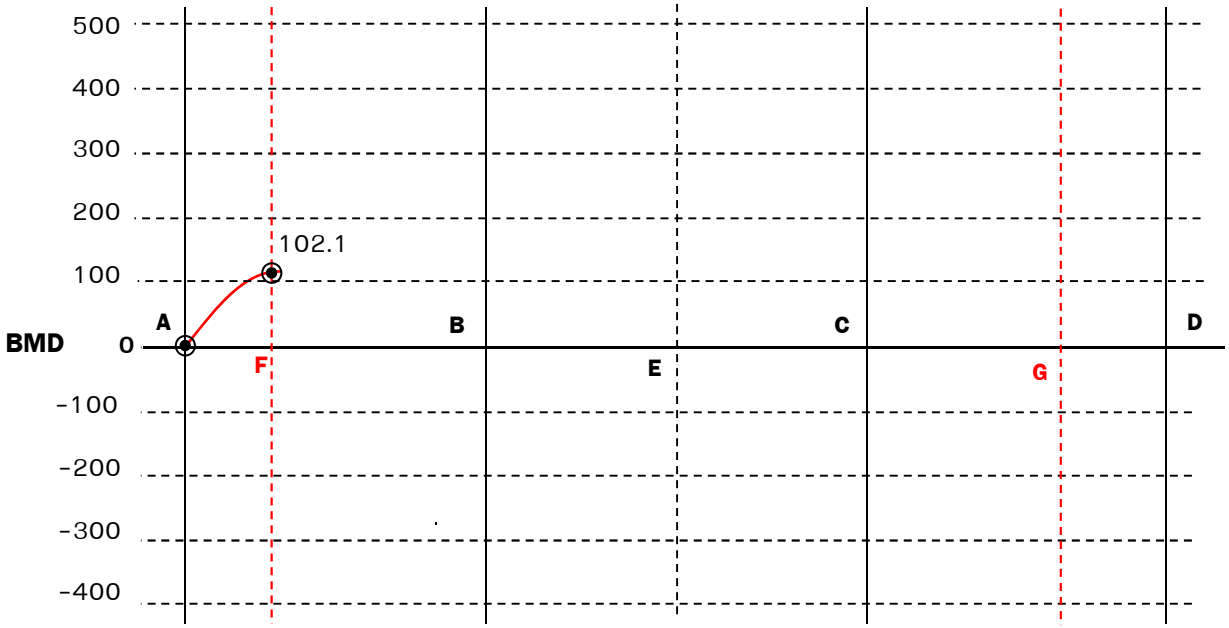
2.3 จากรูปมีแรงที่คำนวณ 2 ค่า คือ -แรงปฏิกิริยา RA หมุนตามเข็มค่าเป็น +

-น้ำหนักแผ่เฉลี่ย w1= 120 T/m หมุนทวนเข็มค่าเป็น -

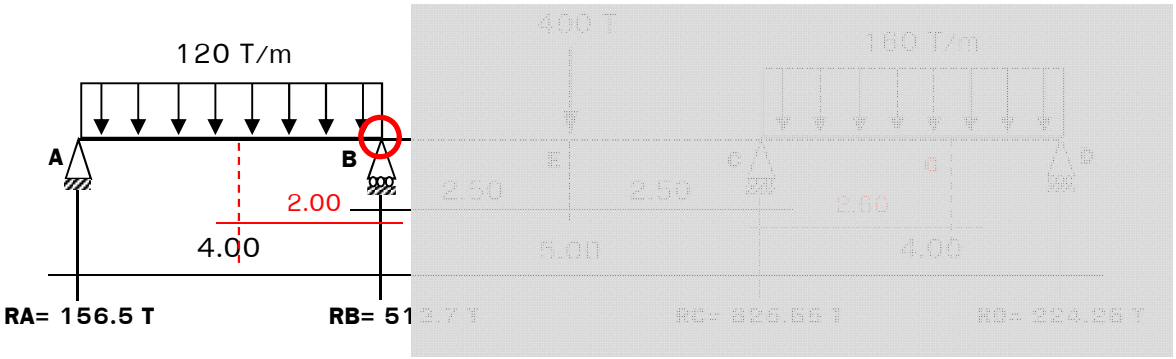


ตารางคำนวณ BMD

ช่วงคาน	ระยะทาง (เมตร)	ชื่อแรงโมเมนต์	ขนาดแรงโมเมนต์	ผลรวมแรงโมเมนต์
ที่จุด A	0.00	MA	0	0
A - F	1.30	MF	(156.5 x1.3)-(120 x1.3 x0.65)	102.1

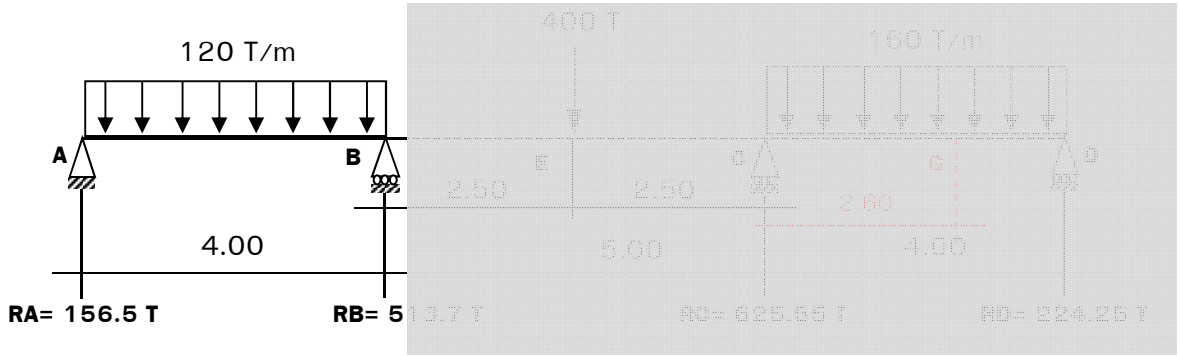


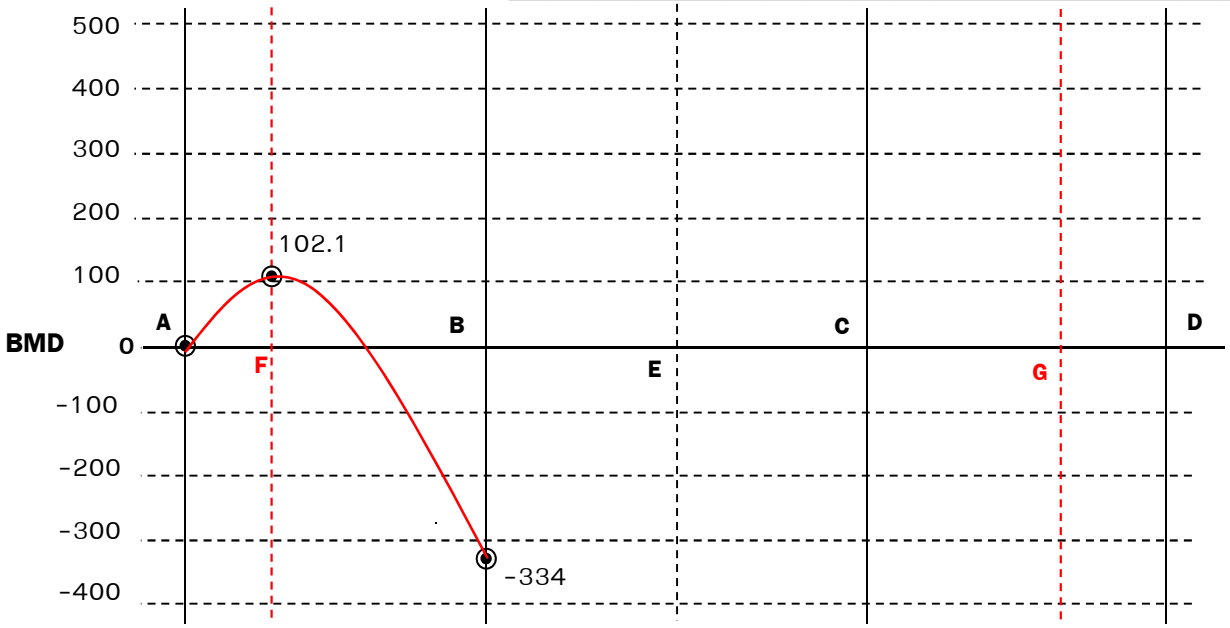
3. คำนวณต่อไปที่ ช่วงคาน A-B จากรูปมีแรงที่คำนวณ 2 ค่าคือ 3.1 แรงปฏิกิริยา RA หมุนตามเข็มเป็น +
3.2 น้ำหนักแผ่เฉลี่ย w1 = 120 T/m หมุนทวนเข็มเป็น - (แรงปฏิกิริยา RB วิ่งผ่านจุดหมุน มีค่าเป็น 0 ไม่นำมาคำนวณ)



ตารางคำนวณ BMD

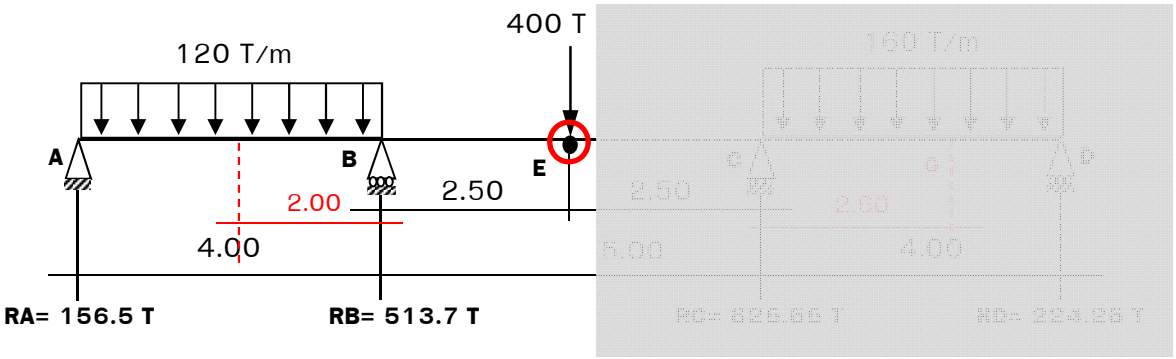
ช่วงคาน	ระยะทาง (เมตร)	ชื่อแรงโมเมนต์	ขนาดแรงโมเมนต์	ผลรวมแรงโมเมนต์
ที่จุด A	0.00	MA	0	0
A - F	1.30	MF	(156.5 x1.3)-(120 x1.3 x0.65)	102.1
A - B	4.00	MB	(156.5 x4)-(120 x4 x2)	-334.0





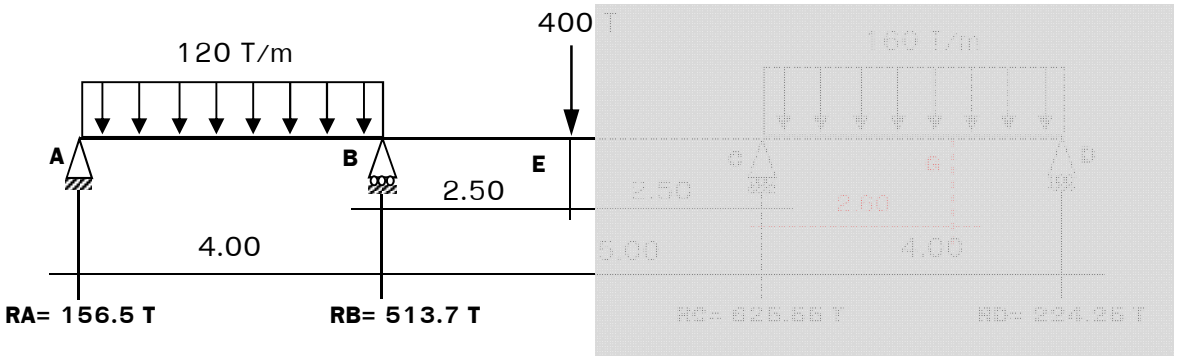
4. คำนวณต่อไปที่ ช่วงคาน A-E จากรูปมีแรงที่คำนวณ 3 ค่าคือ 4.1 แรงปฏิกิริยา RA หมุนตามเข็มเป็น +

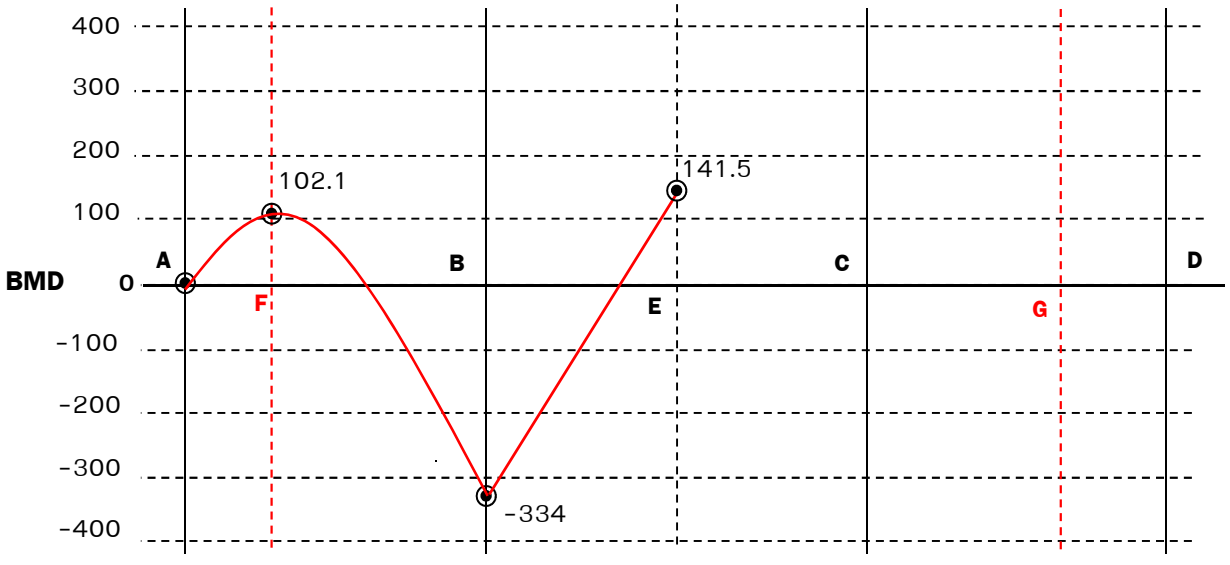
4.2 น้ำหนักแผ่เฉลี่ย w1= 120 T/m หมุนทวนเข็มเป็น - 4.3 แรงปฏิกิริยา RB หมุนตามเข็มเป็น + (ส่วนน้ำหนัก P1= 400 T วิ่งผ่านจุดหมุนมีค่าเป็น 0 ไม่นำมาคำนวณด้วย)



ตารางคำนวณ BMD

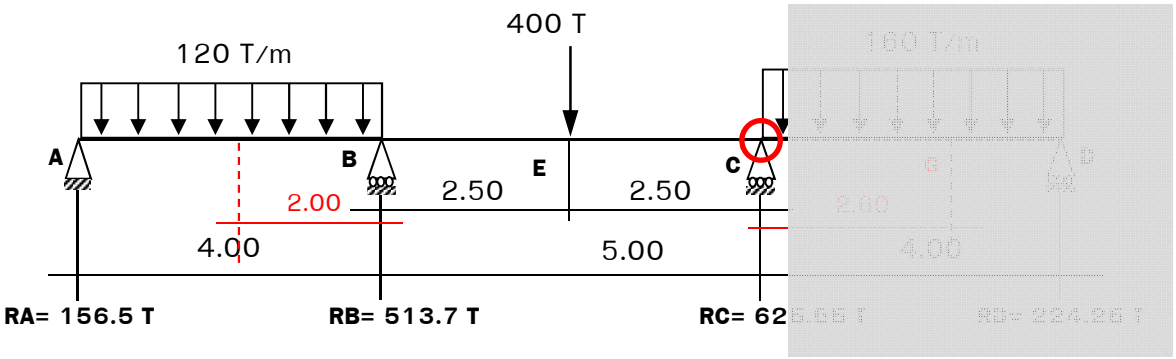
ช่วงคาน	ระยะทาง (เมตร)	ชื่อแรงโมเมนต์	ขนาดแรงโมเมนต์	ผลรวมแรงโมเมนต์
ที่จุด A	0.00	MA	0	0
A - F	1.30	MF	(156.5 x1.3)-(120 x1.3 x0.65)	102.1
A - B	4.00	MB	(156.5 x4)-(120 x4 x2)	-334.0
A - E	6.50	ME	(156.5 x6.5)+(513.7 x2.5)-(120 x4 x4.5)	141.5





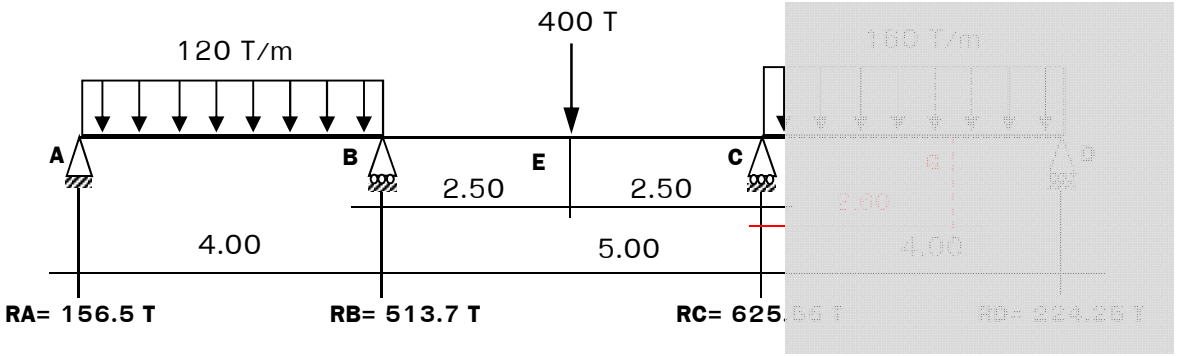
5. คำนวณต่อไปที่ ช่วงคาน A-C จากรูปมีแรงที่คำนวณ 4 ค่าคือ 5.1 แรงปฏิกิริยา RA หมุนตามเข็มเป็น +

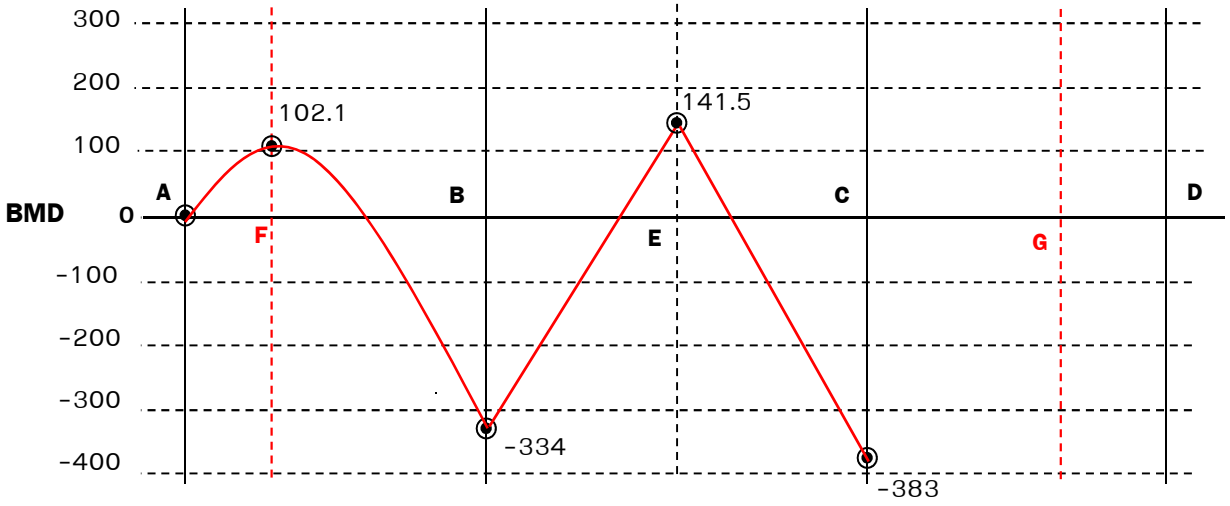
5.2 น้ำหนักแผ่เฉลี่ย w1= 120 T/m หมุนทวนเข็มเป็น - 5.3 แรงปฏิกิริยา RB หมุนตามเข็มเป็น + 5.4 น้ำหนัก P1= 400 T หมุนทวนเข็มเป็น - (แรงปฏิกิริยา RC วิ่งผ่านจุดหมุน มีค่าเป็น 0 ไม่นำมาคำนวณ)



ตารางคำนวณ BMD

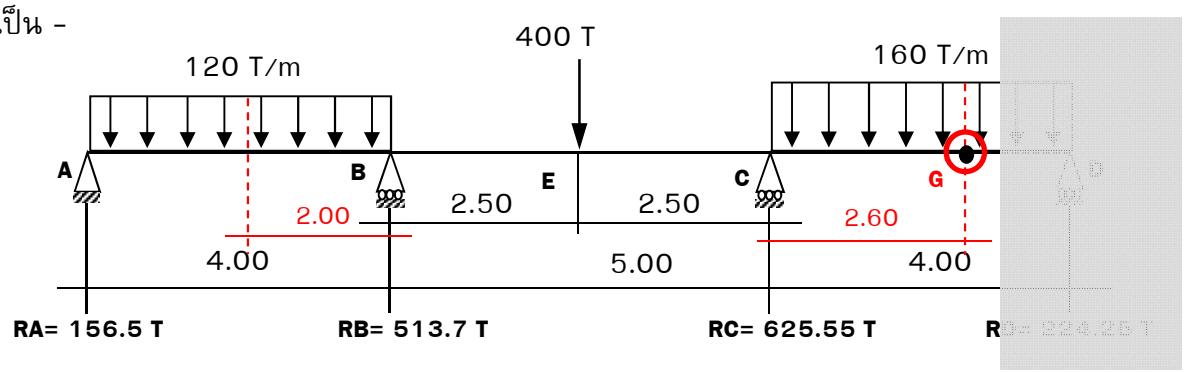
ช่วงคาน	ระยะทาง (เมตร)	ชื่อแรงโมเมนต์	ขนาดแรงโมเมนต์	ผลรวมแรงโมเมนต์
ที่จุด A	0.00	MA	0	0
A - F	1.30	MF	(156.5 x1.3)-(120 x1.3 x0.65)	102.1
A - B	4.00	MB	(156.5 x4)-(120 x4 x2)	-334.0
A - E	6.50	ME	(156.5 x6.5)+(513.7 x2.5)-(120 x4 x4.5)	141.5
A - C	9.00	MC	(156.5 x9)+(513.7 x5)-(120 x4 x7)-(400 x2.5)	-383.0



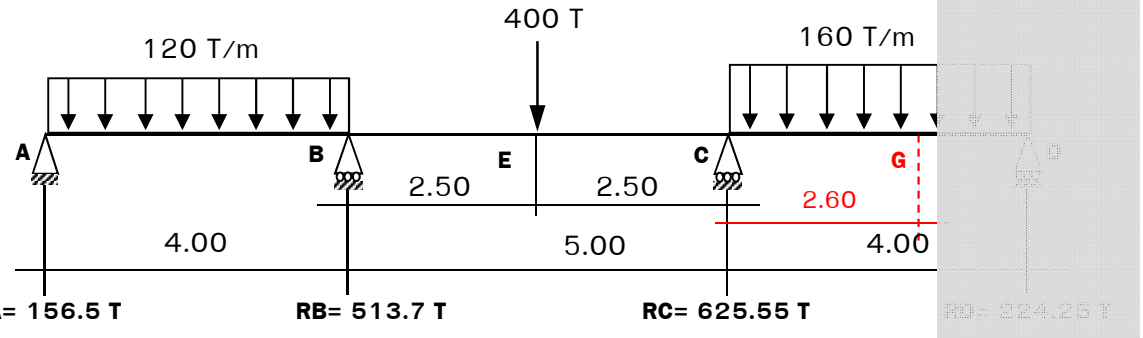


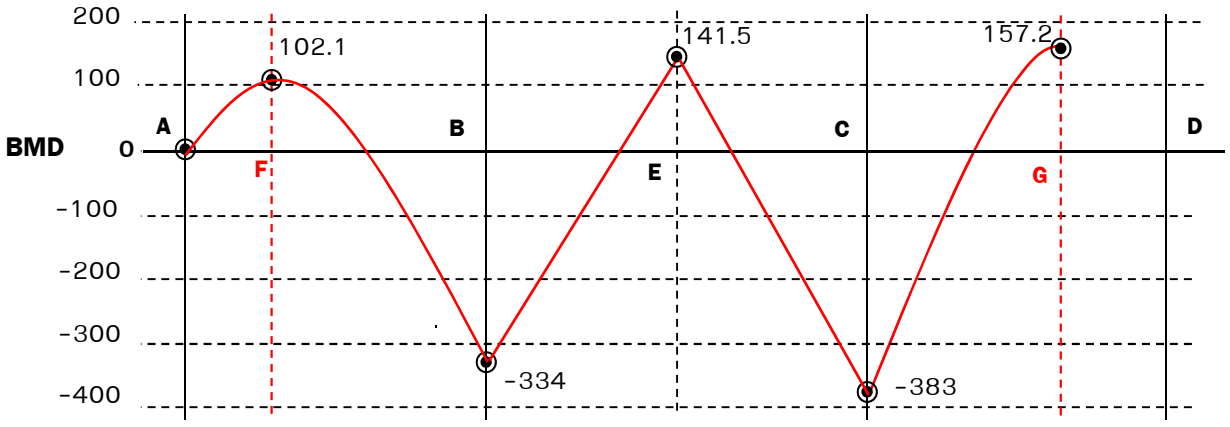
6. คำนวณต่อไปที่ ช่วงคาน A-G จากรูปมีแรงที่คำนวณ 6 ค่าคือ 6.1 แรงปฏิกิริยา RA หมุนตามเข็มเป็น +

6.2 น้ำหนักแผ่เฉลี่ย w1= 120 T/m หมุนทวนเข็มเป็น - 6.3 แรงปฏิกิริยา RB หมุนตามเข็มเป็น + 6.4 น้ำหนัก P1= 400 T หมุนทวนเข็มเป็น - 6.5 แรงปฏิกิริยา RC หมุนตามเข็มเป็น + 6.6 น้ำหนักแผ่เฉลี่ย w2= 160 T/m หมุนทวนเข็มเป็น -



ช่วงคาน	ระยะทาง (เมตร)	ชื่อแรงโมเมนต์	ขนาดแรงโมเมนต์	ผลรวมแรงโมเมนต์
ที่จุด A	0.00	MA	0	0
A - F	1.30	MF	(156.5 x1.3)-(120 x1.3 x0.65)	102.1
A - B	4.00	MB	(156.5 x4)-(120 x4 x2)	-334.0
A - E	6.50	ME	(156.5 x6.5)+(513.7 x2.5)-(120 x4 x4.5)	141.5
A - C	9.00	MC	(156.5 x9)+(513.7 x5)-(120 x4 x7)-(400 x2.5)	-383.0
A - G	11.60	MC	(156.5 x11.6)+(513.7 x7.6)+(625.55 x2.6)-(120 x4 x9.6)-(400 x5.1)	157.2
			(160 x2.6 x1.3)	





7. คำนวณคานช่วงสุดท้าย ช่วงคาน A-D จากรูปมีแรงที่คำนวณ 6 ค่าคือ

7.1 แรงปฏิกิริยา RA หมุนตามเข็มเป็น +

7.2 น้ำหนักแผ่เฉลี่ย w1= 120 T/m หมุนทวนเข็มเป็น -

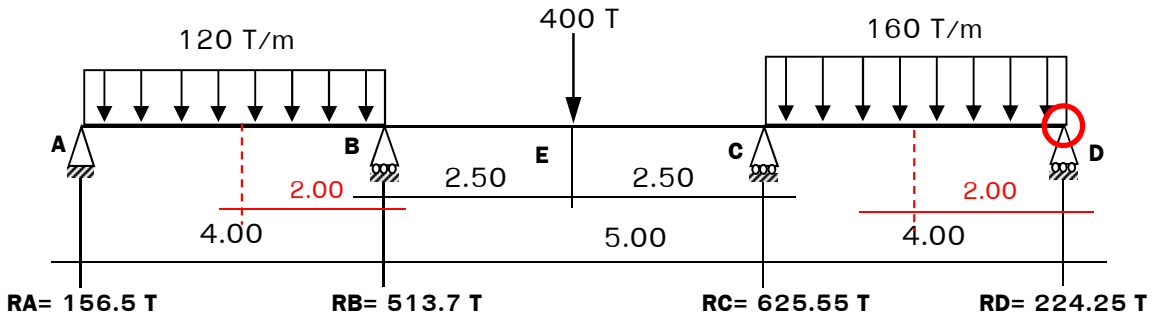
7.3 แรงปฏิกิริยา RB หมุนตามเข็มเป็น +

7.4 น้ำหนัก P1= 400 T หมุนทวนเข็มเป็น -

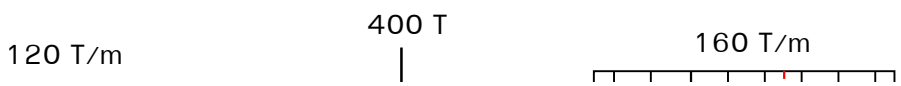
7.5 แรงปฏิกิริยา RC หมุนตามเข็มเป็น +

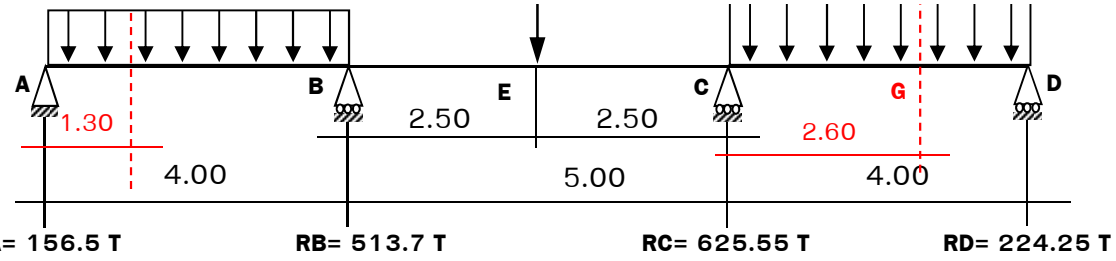
7.6 น้ำหนักแผ่เฉลี่ย w2= 160 T/m หมุนทวนเข็มเป็น -

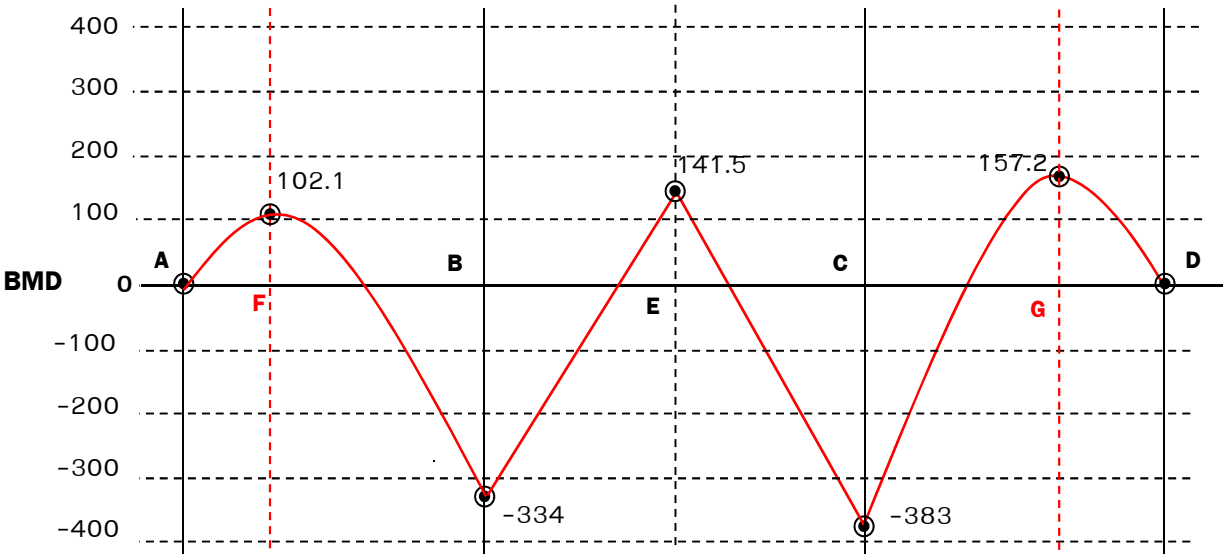
(ส่วนแรงปฏิกิริยา RD วิ่งผ่านจุดหมุน มีค่าเป็น 0 ไม่นำมาคำนวณ)



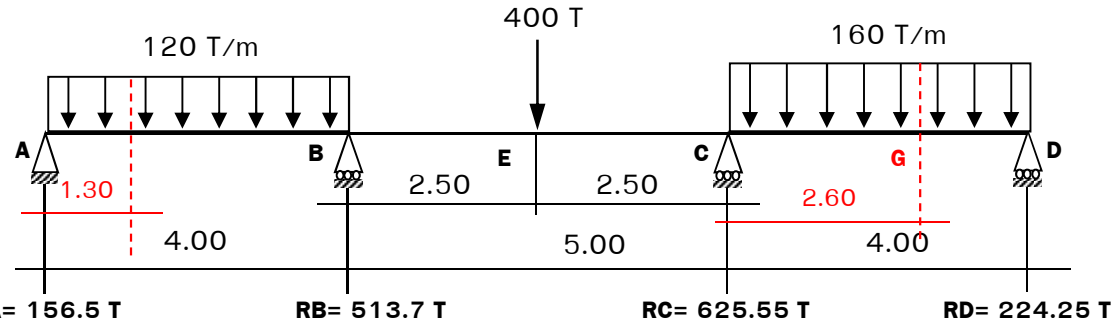
ช่วงคาน	ระยะทาง (เมตร)	ชื่อแรงโมเมนต์	ขนาดแรงโมเมนต์	ผลรวมแรงโมเมนต์
ที่จุด A	0.00	MA	0	0
A - F	1.30	MF	(156.5 x1.3)-(120 x1.3 x0.65)	102.1
A - B	4.00	MB	(156.5 x4)-(120 x4 x2)	-334.0
A - E	6.50	ME	(156.5 x6.5)+(513.7 x2.5)-(120 x4 x4.5)	141.5
A - C	9.00	MC	(156.5 x9)+(513.7 x5)-(120 x4 x7)-(400 x2.5)	-383.0
A - G	11.60	MC	(156.5 x11.6)+(513.7 x7.6)+(625.55 x2.6)-(120 x4 x9.6)-(400 x5.1)	157.2
			(160 x2.6 x1.3)	
A - D	13.00	MD	(156.5 x13)+(513.7 x9)+(625.55 x4)-(120 x4 x11)-(400 x6.5)	0
			(160 x4 x2)	

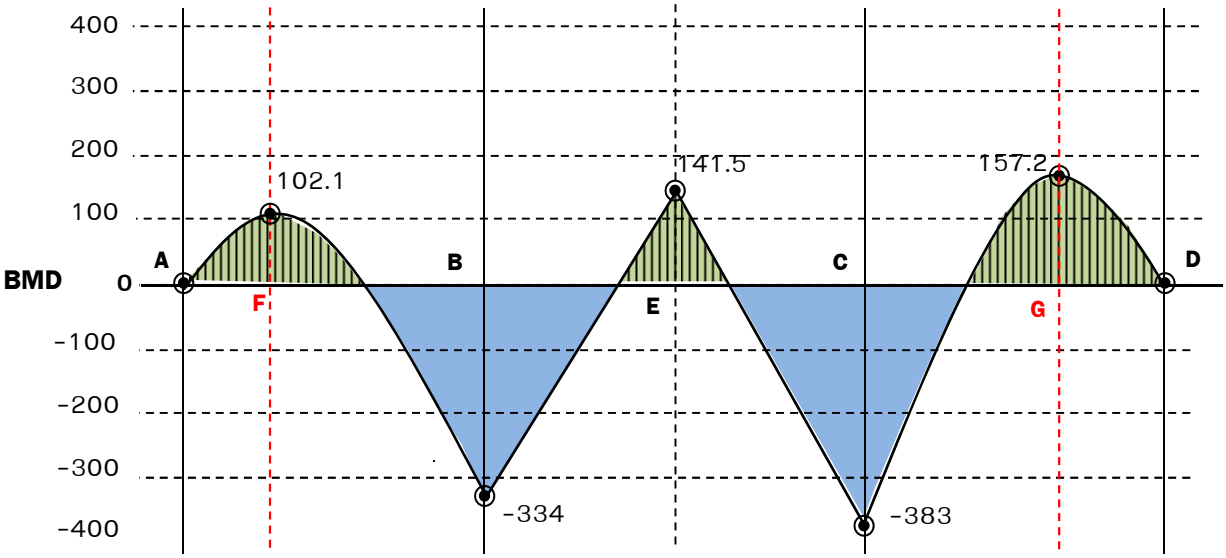






เราสามารถเขียนรูปกราฟแรงเฉือนใหม่ได้ดังรูปข้างล่างนี้

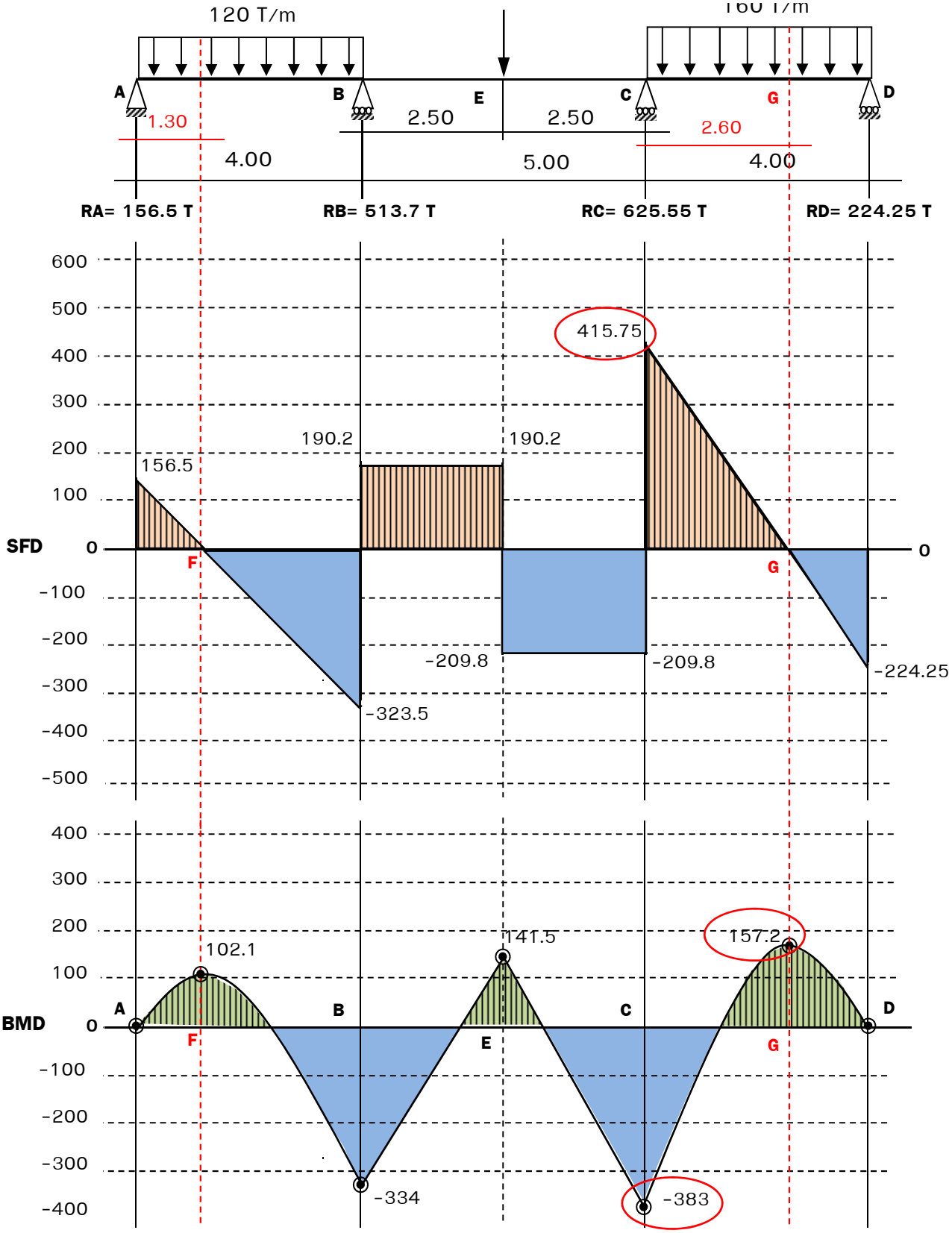




สรุป กราฟแรงเฉือน (SFD) และกราฟแรงโมเมนต์ (BMD)

400 T

160 T/m



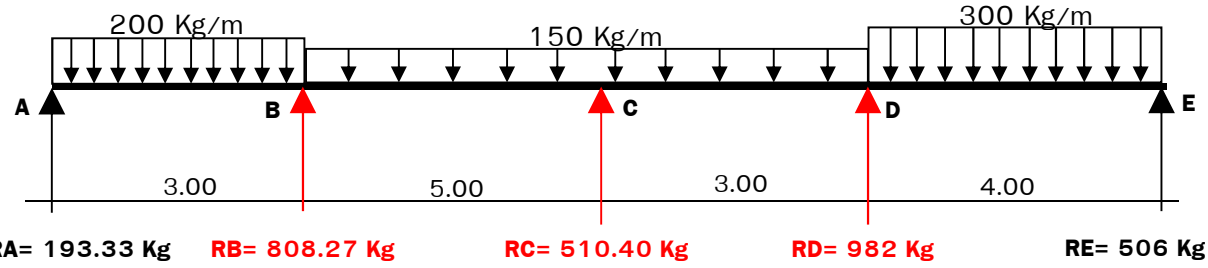
1. สรุป ค่าแรงเฉือนสูงสุด Vmax = 415.75 T

2. สรุป ค่าแรงโมเมนต์ดัดบวก สูงสุด M+max = 157.20 T-m

3. สรุป ค่าแรงโมเมนต์ดัดลบ สูงสุด M-max = 383.00 T-m

WEEK 11 **1. จงหาแรงเฉือน และแรงโมเมนต์ ลงในตาราง พร้อมหาระยะ x**

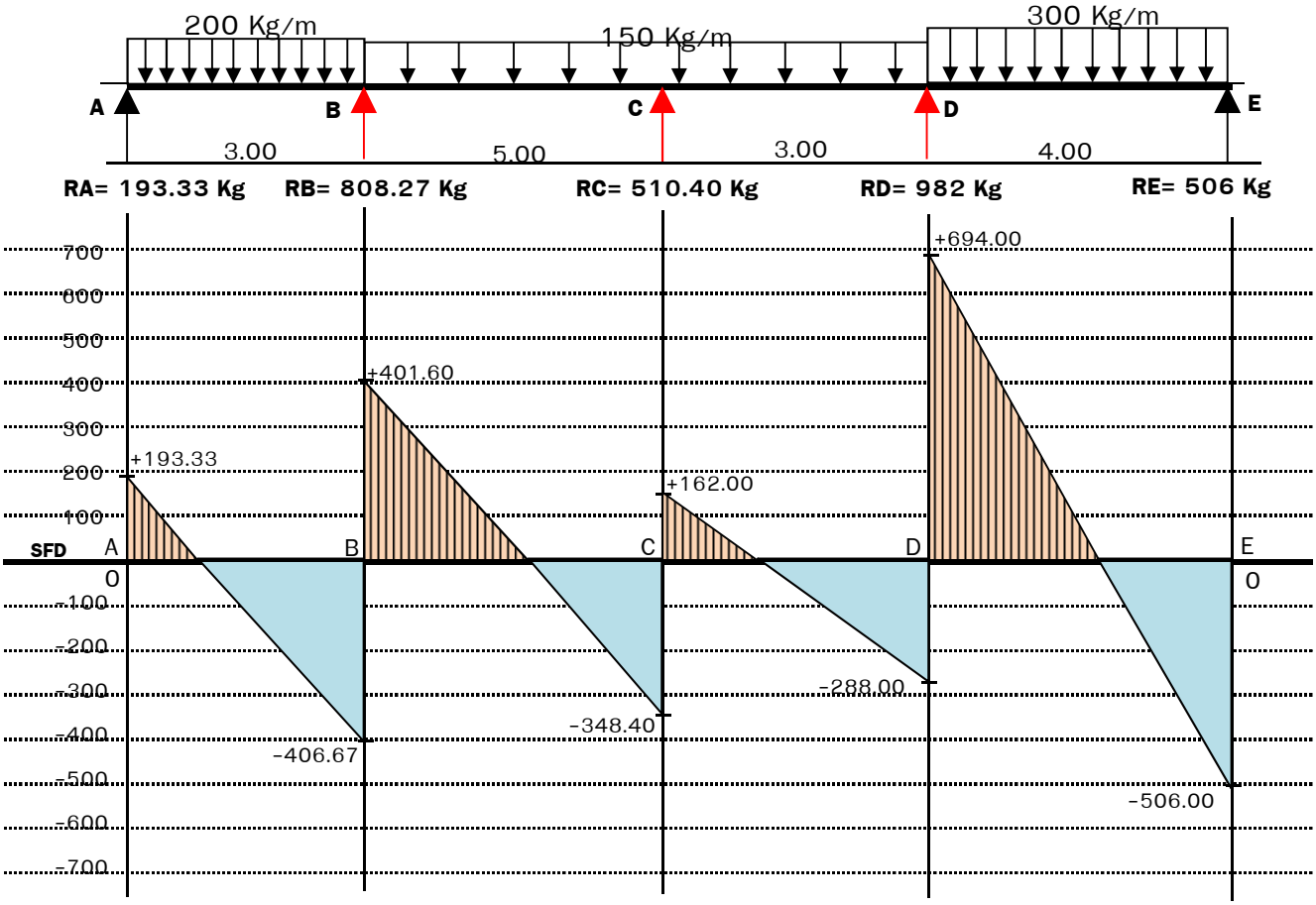
2. เขียนกราฟแรงเฉือน (SFD) และกราฟแรงโมเมนต์ (BMD) ลงในใบกราฟแรง พร้อมระบุชื่อ แสดงค่าแรง และกำหนดแรง ในแนวนอนของกราฟให้ถูกต้อง



RA= 193.33 Kg **RB= 808.27 Kg** **RC= 510.40 Kg** **RD= 982 Kg** **RE= 506 Kg**

1. การหาค่าแรงเฉือน (Shearing Force)

จุด/ช่วงคาน	แรง/ทิศทาง	ขนาดของแรง หรือน้ำหนัก	บวก–ลบ แรงและน้ำหนัก	คงเหลือแรง หรือน้ำหนัก	พล็อตจุดที่เส้นแรง
A	RA ↑	193.33	-	193.33	A
A – B	W1 ↓	(-200 x 3) = -600.00	193.33 - 600.00	-406.67	B
B	RB ↑	808.27	-406.67 + 808.27	401.60	B
B – C	W2 ↓	(-150 x 5) = -750.00	401.60 - 750.00	-348.40	C
C	RC ↑	510.40	-348.40 + 510.40	162.00	C
C – D	W3 ↓	(-150 x 3) = -450.00	162.00 - 450.00	-288.00	D
D	RD ↑	982.00	-288.00 + 982.00	694.00	D
D – E	W4 ↓	(-300 x 4) = -1200.00	694.00 - 1200.00	-506.00	E
E	RE ↑	506.00	-506.00 + 506.00	0.00	E
สรุป แรงเฉือนสูงสุด เท่ากับ		694.00 Kg	**อยู่ที่เส้นแรง**	D	



2. หาระยะทาง X

2.1 หาระยะ X1 ช่วงคาน A-B

X1 = V1/ w1

= 193.33/ 200

= 0.96 ม.

2.2 หาระยะ X2 ช่วงคาน B-C

X2 = V2/ w2

= 401.60/ 150

= 2.68 ม.

2.3 หาระยะ X3 ช่วงคาน C-D

X3 = V3/ w3

= 162/ 150

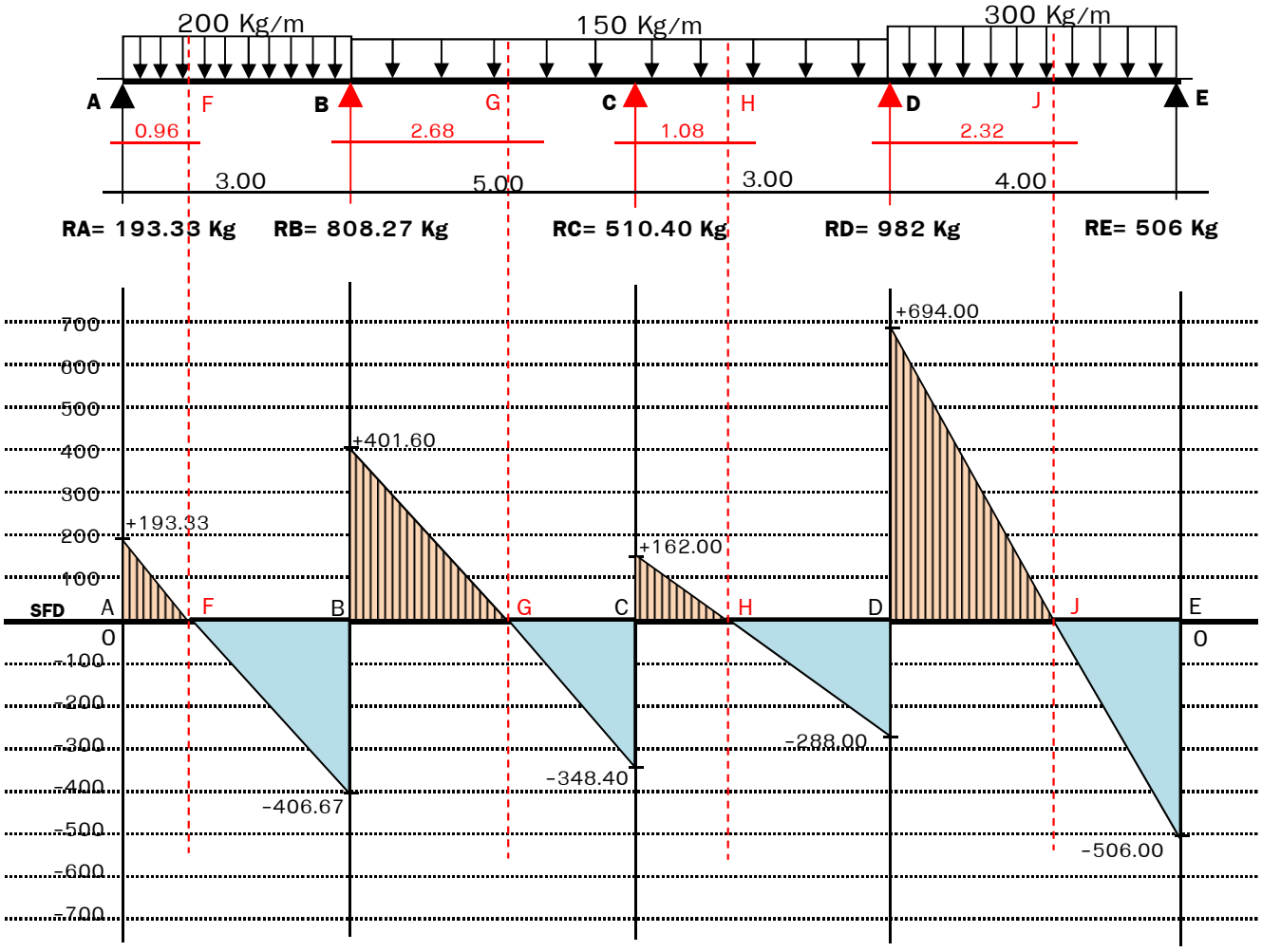
= 1.08 ม.

2.4 หาระยะ X4 ช่วงคาน D-E

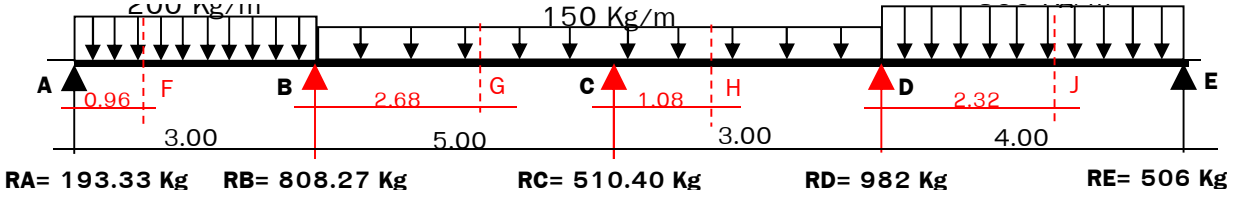
X4 = V4/ w4

= 694/ 300

= 2.32 ม.

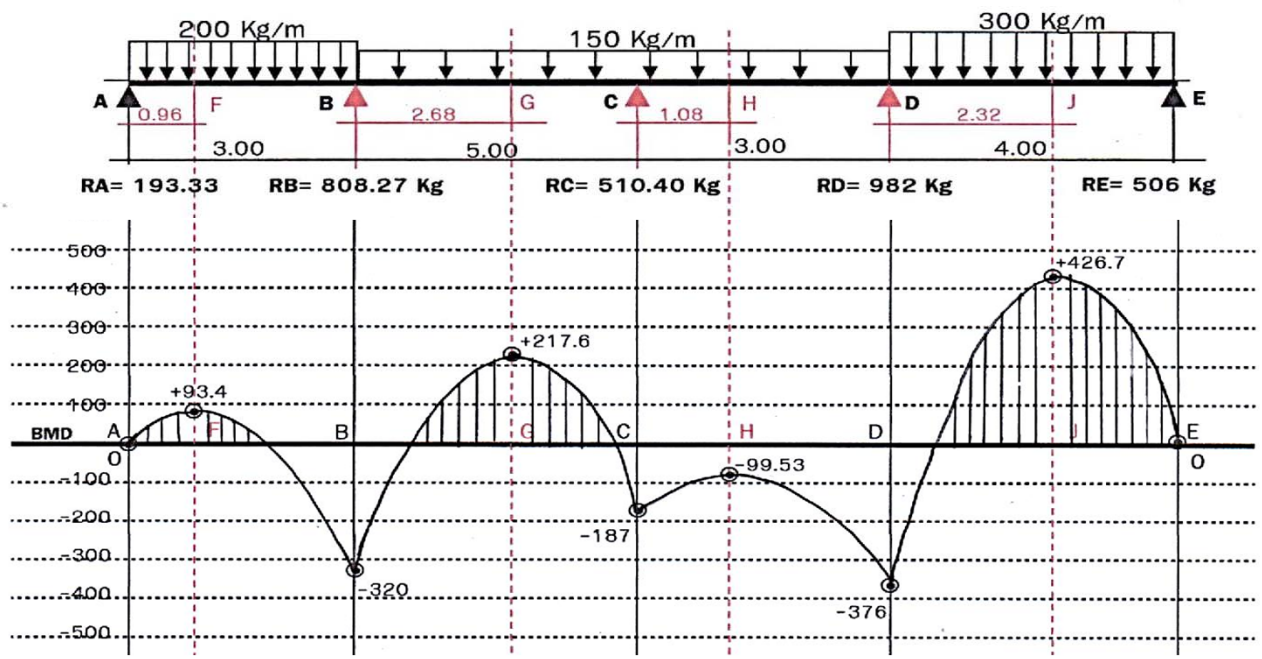


200 Kg/m 300 Kg/m

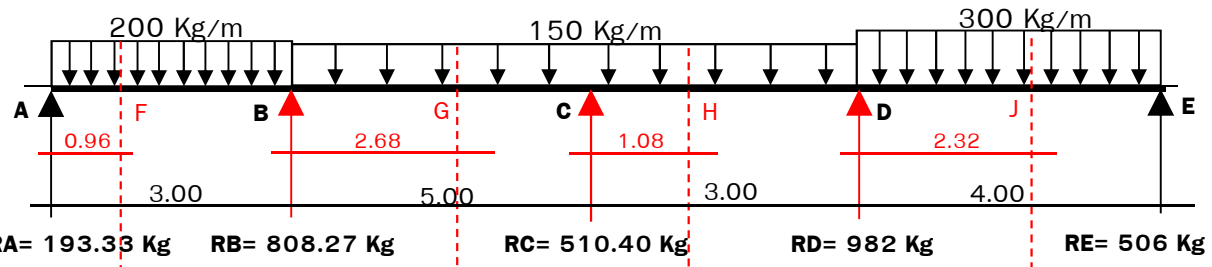


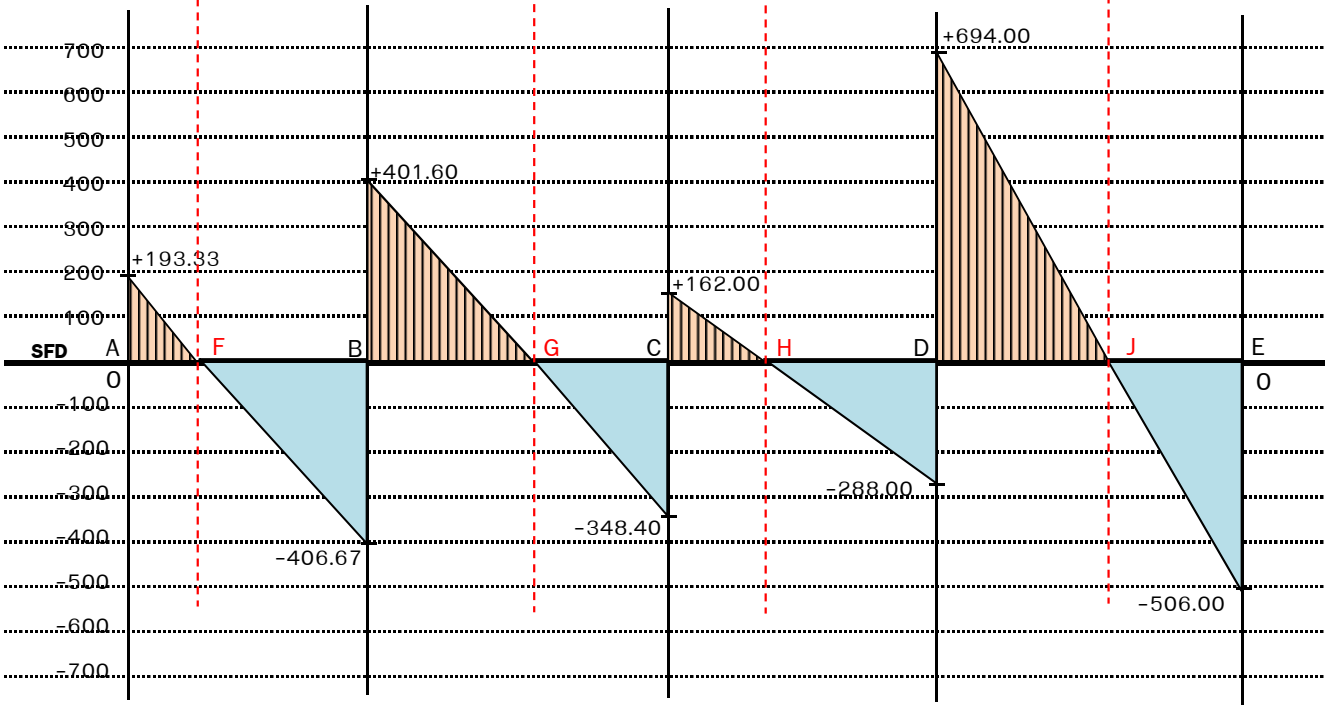
3. การหาค่าแรงโมเมนต์ (Bending Moment Force)

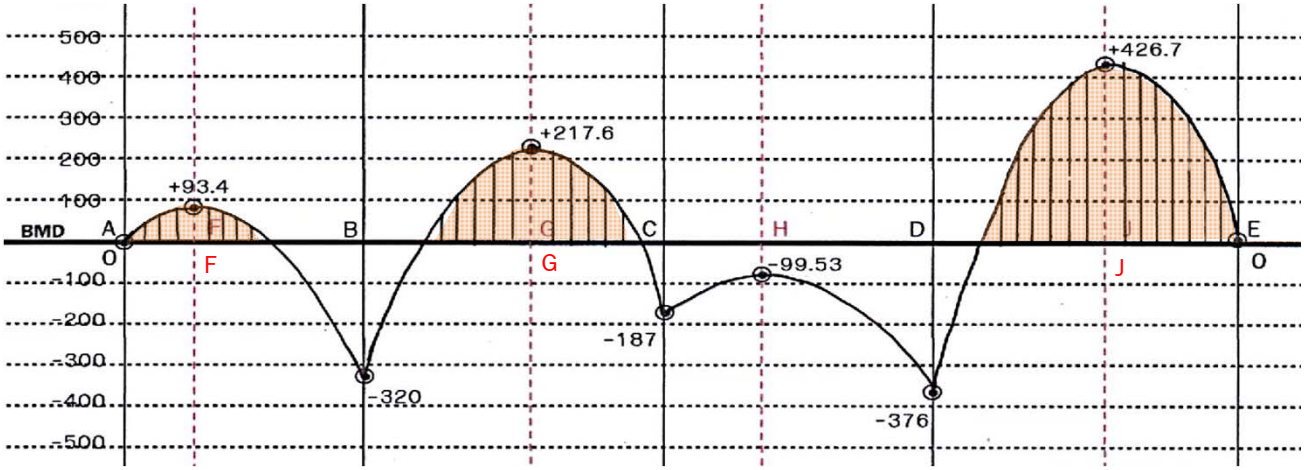
ช่วงคาน	ชื่อโมเมนต์	ขนาดของโมเมนต์	ผลรวม	พล็อตจุดที่เส้นแรง
A	MA	0	0	A
A-F	MF	(193.33 x0.96)-(200 x0.96 x0.48)	93.44	F
A-B	MB	(193.33 x3)-(200 x3 x1.5)	-320.01	B
A-G	MG	(193.33 x5.68)+(808.27 x2.68)-(150 x2.68 x1.34)	217.60	G
		-(200 x3 x4.18)		
A-C	MC	(193.33 x8)+(808.27 x5)-(150 x5 x2.5)-(200 x3 x6.	-187.01	C
A-H	MH	(193.33 x9.08)+(808.27 x6.08)+(510.4 x1.08)	-99.53	H
		-(150 x1.08 x0.54)-(150 x5 x3.58)-(200 x3 x7.58)		
A-D	MD	(193.33 x11)+(808.27 x8)+(510.4 x3)-(150 x8 x4)	-376.01	D
		-(200 x3 x9.5)		
A-J	MJ	(193.33 x13.32)+(808.27 x10.32)+(510.4 x5.32)	426.71	J
		+(982 x2.32)-(300 x2.32 x1.16)-(150 x8 x6.32)		
		-(200 x3 x11.82)		
A-E	ME	(193.33 x15)+(808.27 x12)+(510.4 x7)+(982 x4)	-0.01	E
		-(300 x4 x2)-(150 x8 x8)-(200 x3 x13.5)		
สรุป แรงโมเมนต์ดัดบวก สูงสุด คือ		**M+ =** 426.7 Kg-m	**อยู่ที่เส้นแรง**	J
แรงโมเมนต์ดัดลบ สูงสุด คือ		**M- =** 376 Kg-m	**อยู่ที่เส้นแรง**	D



สรุปรูปกราฟแรงเฉือน (SFD) และกราฟแรงโมเมนต์ (BMD)


200 Kg/m
150 Kg/m
300 Kg/m
A
F
B
G
C
H
D
J
E
0.96
2.68
1.08
2.32
3.00
5.00
3.00
4.00
RA= 193.33 Kg
RB= 808.27 Kg
RC= 510.40 Kg
RD= 982 Kg
RE= 506 Kg


SFD
700
600
500
400
300
200
100
0
-100
-200
-300
-400
-500
-600
-700
+193.33
+401.60
+162.00
+694.00
-406.67
-348.40
-288.00
-506.00


BMD
500
400
300
200
100
0
-100
-200
-300
-400
-500
+93.4
+217.6
+426.7
-320
-187
-99.53
-376