บทที่ 4
ค่ามาตรฐาน

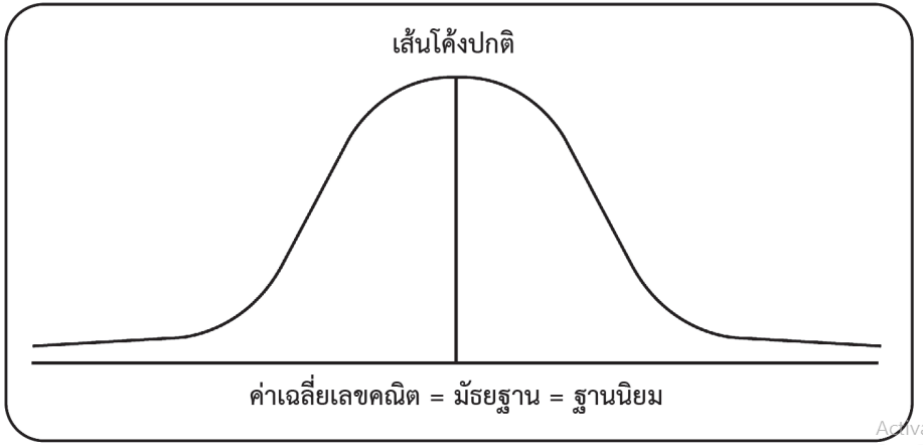
สาระการเรียนรู้

1. ค่ามาตรฐาน
2. สมบัติของค่ามาตรฐาน

1 ค่ามาตรฐาน

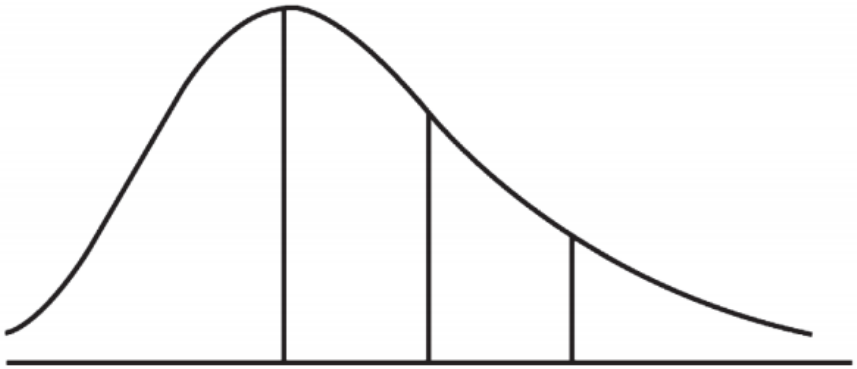
1. เส้นโค้งปกติหรือโค้งรูประฆังคว่ำ (Normal of Bell-Shaped Curve)

คือ เส้นโค้งความถี่ที่มีค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน และฐานนิยมอยู่ที่ตำแหน่งเดียวกัน คือ ตำแหน่งที่มีความถี่สูงสุด



2. เส้นโค้งเบ้ทางขวาหรือทางบวก (Positively Skewed Curve)

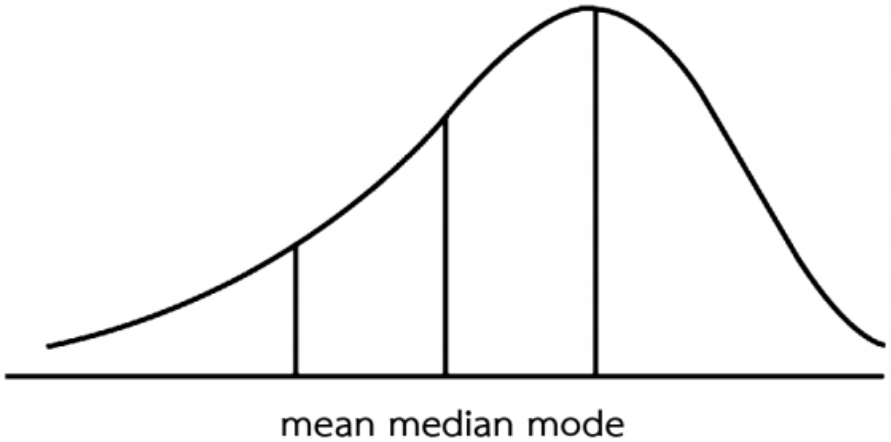
คือ เส้นโค้งความถี่ที่มีความชันน้อยอยู่ทางด้านขวา ค่าเฉลี่ยเลขคณิตมีค่ามากที่สุด รองลงมาเป็นมัธยฐาน และฐานนิยม มีค่าน้อยที่สุด



ฐานนิยม < มัธยฐาน < ค่าเฉลี่ยเลขคณิต

3. เส้นโค้งเบ้ทางซ้ายหรือทางลบ (Negatively Skewed Curve)

คือ เส้นโค้งความถี่ที่มีความชันน้อยอยู่ทางด้านซ้าย ฐานนิยมมีค่ามากที่สุด รองลงมาเป็นมัธยฐาน และค่าเฉลี่ยเลขคณิตมีค่าน้อยที่สุด



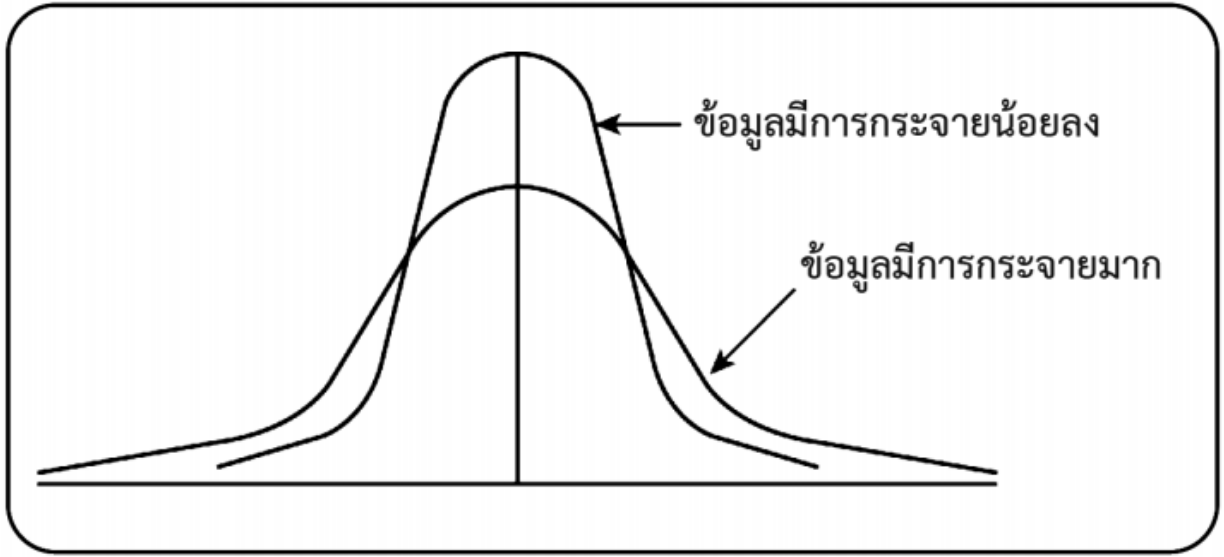
ฐานนิยม > มัธยฐาน > ค่าเฉลี่ยเลขคณิต

เส้นโค้งปกติจะมีความโด่งมากหรือน้อยขึ้นอยู่กับการกระจายของข้อมูล

เส้นโค้งปกติจะมีความโด่งมากหรือน้อยขึ้นอยู่กับการกระจายของข้อมูล ดังนี้

- 1) ถ้าข้อมูลมีการกระจายมาก เส้นโค้งปกติจะมีความโด่งน้อย หรือค่อนข้างแบน (ข้อมูลส่วนใหญ่จะกระจายจากค่ากลาง)
- 2) ถ้าข้อมูลมีการกระจายน้อย เส้นโค้งปกติจะมีความโด่งมาก (ข้อมูลส่วนใหญ่จะจับกลุ่มกันใกล้ค่ากลาง)

เส้นโค้งปกติจะมีความโด่งมากหรือน้อยขึ้นอยู่กับการกระจายของข้อมูล



เส้นโค้งปกติจะมีความโด่งมากหรือน้อยขึ้นอยู่กับการกระจายของข้อมูล

ในกรณีที่ต้องการเปรียบเทียบค่าของข้อมูลตั้งแต่สองชุดขึ้นไป แต่ไม่สามารถนำค่าของข้อมูลมาเปรียบเทียบกันโดยตรงได้ เช่น สุภาสอบวิชาคณิตศาสตร์ได้ 36 คะแนน และวิชาภาษาอังกฤษ 39 คะแนน เราไม่สามารถสรุปทันทีว่าสุภาทำวิชาใดได้ดีกว่า แม้ว่าคะแนนเต็มจะเท่ากัน

เพื่อให้การเปรียบเทียบมีความถูกต้อง จึงต้องแปลงคะแนนดังกล่าวให้เป็นค่ามาตรฐานหรือคะแนนมาตรฐาน แล้วจึงจะนำค่ามาตรฐานมาเปรียบเทียบกันได้ โดยพิจารณาคะแนนมาตรฐานวิชาใดมีค่ามากกว่า ถือว่าสอบวิชานั้นได้ดีกว่าหรือเก่งกว่า

ค่ามาตรฐานหรือคะแนนมาตรฐาน

เป็นค่าที่บอกให้ทราบความแตกต่างระหว่างค่าของข้อมูลนั้น กับค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลชุดนั้นว่าเป็นกี่เท่าของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ใช้สัญลักษณ์ Z-Score แทนคะแนนมาตรฐาน มีสูตรการคำนวณดังนี้

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma} \quad \text{หรือ} \quad Z = \frac{X - \bar{X}}{S}$$

โดยที่ Z คือ ค่ามาตรฐานหรือคะแนนมาตรฐาน

X คือ คะแนนดิบที่ต้องการแปลงให้เป็นคะแนนมาตรฐาน

μ, $\bar{X}$ คือ ค่าเฉลี่ยของข้อมูลชุดนั้น

σ, S คือ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อมูลชุดนั้น

ค่ามาตรฐานหรือคะแนนมาตรฐาน

ค่ามาตรฐานใช้ในการเปรียบเทียบค่าคะแนนของข้อมูลที่มาจากข้อมูลต่างชุดกันว่าจะมีความแตกต่างกันอย่างไร โดยการเปลี่ยนคะแนนดิบของข้อมูลทั้งสองชุดนั้นให้เป็นค่ามาตรฐานแล้วจึงนำเปรียบเทียบกัน

ตัวอย่างที่ 1

นายภิรมย์สอบวิชาภาษาอังกฤษได้ 72 คะแนน ถ้าการสอบครั้งนี้หาค่าเฉลี่ยเลขคณิตได้ 60 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 5 คะแนน อยากทราบว่า ค่ามาตรฐานของคะแนนสอบของนายภิรมย์คือเท่าใด

วิธีทำ จากสูตร $Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$

แทนค่า $X = 72$, $\mu = 60$ และ $\sigma = 5$

$$Z = \frac{72 - 60}{5} = \frac{12}{5}$$

$$Z = 2.4$$

ดังนั้น ค่ามาตรฐานของคะแนนสอบของนายภิรมย์ เท่ากับ 2.4

ตัวอย่างที่ 2

ถ้าค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของจำนวนยอดขายสินค้า (เครื่อง) ในเดือนธันวาคมของพนักงานขายในแผนกเครื่องใช้ไฟฟ้าของบริษัทแห่งหนึ่งเป็นดังนี้

รายการสินค้า / ค่าทางสถิติ	พัดลม (เครื่อง)	ตู้เย็น (เครื่อง)	โทรทัศน์ (เครื่อง)
ค่าเฉลี่ยเลขคณิต	75	70	85
ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	16	15	20

ธเนศเป็นพนักงานขายคนหนึ่งของแผนกนี้ และในเดือนธันวาคม เขาขายพัดลม ตู้เย็น และโทรทัศน์ ได้ 80, 70 และ 90 เครื่องตามลำาดับ อยากทราบว่าธเนศขายสินค้าชนิดใดได้ดีที่สุด

ตัวอย่างที่ 2

วิธีทำ จากสูตร $Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$

จำนวนยอดขายพัดลม 80 เครื่อง, $\mu = 75$, $\sigma = 16$

จะได้ $Z_1 = \frac{80 - 75}{16} = 0.3125$

จำนวนยอดขายตู้เย็น 70 เครื่อง, $\mu = 70$, $\sigma = 15$

จะได้ $Z_2 = \frac{70 - 70}{15} = 0$

จำนวนยอดขายโทรทัศน์ 90 เครื่อง, $\mu = 85$, $\sigma = 20$

จะได้ $Z_3 = \frac{90 - 85}{20} = 0.25$

ดังนั้น ค่ามาตรฐานที่คำนวณได้ สรุปได้ว่า นายธเนศขายพัดลมได้ดีที่สุด รองลงมาขายโทรทัศน์และขายตู้เย็นได้น้อยที่สุด

ตัวอย่างที่ 3

พนักงานคนหนึ่งมีค่ามาตรฐาน 1.5 ในขณะที่เงินเดือนจริงเป็น 25,500 บาท ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็น 1,200 บาท อยากทราบว่าค่าเฉลี่ยเงินเดือนของพนักงาน คือเท่าใด

วิธีทำ จากสูตร $Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$

แทนค่า $Z = 1.5$, $X = 25{,}500$ และ $\sigma = 1{,}200$

$$1.5 = \frac{25{,}500 - \mu}{1{,}200}$$

$$(1.5)1{,}200 = 25{,}500 - \mu$$

$$\mu = 25{,}500 - 1{,}800$$

$$\mu = 23{,}700$$

ดังนั้น ค่าเฉลี่ยของเงินเดือนพนักงาน เท่ากับ 23,700 บาท

ตัวอย่างที่ 4

ตารางต่อไปนี้เป็นคะแนนสอบวิชาสถิติของนักศึกษา 30 คน จงหาส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์

คะแนนสอบ	21 - 25	26 - 30	31 - 35	36 - 40	41 - 45
จำนวนนักศึกษา	4	6	10	6	4

วิธีทำ จากสูตร $Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$

แทนค่า $Z = 0.2$, $\mu = 420$ และ $\sigma = 10$

$$0.2 = \frac{X - 420}{10}$$

$$(0.2)10 = X - 420$$

$$2 + 420 = X$$

$$X = 422$$

ดังนั้น ส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์คะแนนสอบวิชาสถิติของนักศึกษา คือ 422 คะแนน

2 สมบัติของค่ามาตรฐาน

สมบัติของค่ามาตรฐาน

- 1) ค่ามาตรฐานเป็นตัวเลขไม่มีหน่วย
- 2) ค่ามาตรฐานอาจมีค่าเป็นบวก ลบ หรือศูนย์ก็ได้
- 3) ค่ามาตรฐานที่เป็นลบ แสดงว่าคะแนนค่านั้นต่ำกว่าคะแนนเฉลี่ย, ถ้าเป็นบวกแสดงว่าคะแนนค่านั้นสูงกว่าค่าเฉลี่ย และถ้าเป็นศูนย์แสดงว่าคะแนนค่านั้นเท่ากับค่าเฉลี่ย

2 สมบัติของค่ามาตรฐาน

สมบัติของค่ามาตรฐาน

- 4) ค่ามาตรฐานมีค่าตั้งแต่ –3 ถึง 3 แต่อาจมีค่าต่ำกว่า –3 หรือสูงกว่า 3 เล็กน้อย
- 5) ค่าเฉลี่ยของค่ามาตรฐานทั้งหมดของชุดข้อมูล จะมีค่าเท่ากับ 0
- 6) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่ามาตรฐานทั้งหมดของชุดข้อมูล จะมีค่าเท่ากับ 1

สรุป

ค่ามาตรฐานหรือคะแนนมาตรฐาน เป็นค่าที่บอกให้ทราบความแตกต่างระหว่างค่าของข้อมูลนั้นกับค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลชุดนั้นเป็นกี่เท่าของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ใช้สัญลักษณ์ Z-Score แทนค่ามาตรฐาน มีสูตรการคำนวณดังนี้

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$ หรือ $$Z = \frac{X - \bar{X}}{S}$$

ใช้ในการเปรียบเทียบค่าคะแนนของข้อมูลที่มาจากข้อมูลต่างชุดกัน ว่าจะมีความแตกต่างกันอย่างไร โดยการเปลี่ยนคะแนนดิบของข้อมูลทั้งสองชุดนั้นให้เป็นค่ามาตรฐาน แล้วจึงนำเปรียบเทียบกัน ค่ามาตรฐานไม่มีหน่วย ค่ามาตรฐานมีค่าเป็นได้ทั้ง ลบ ศูนย์ และบวก