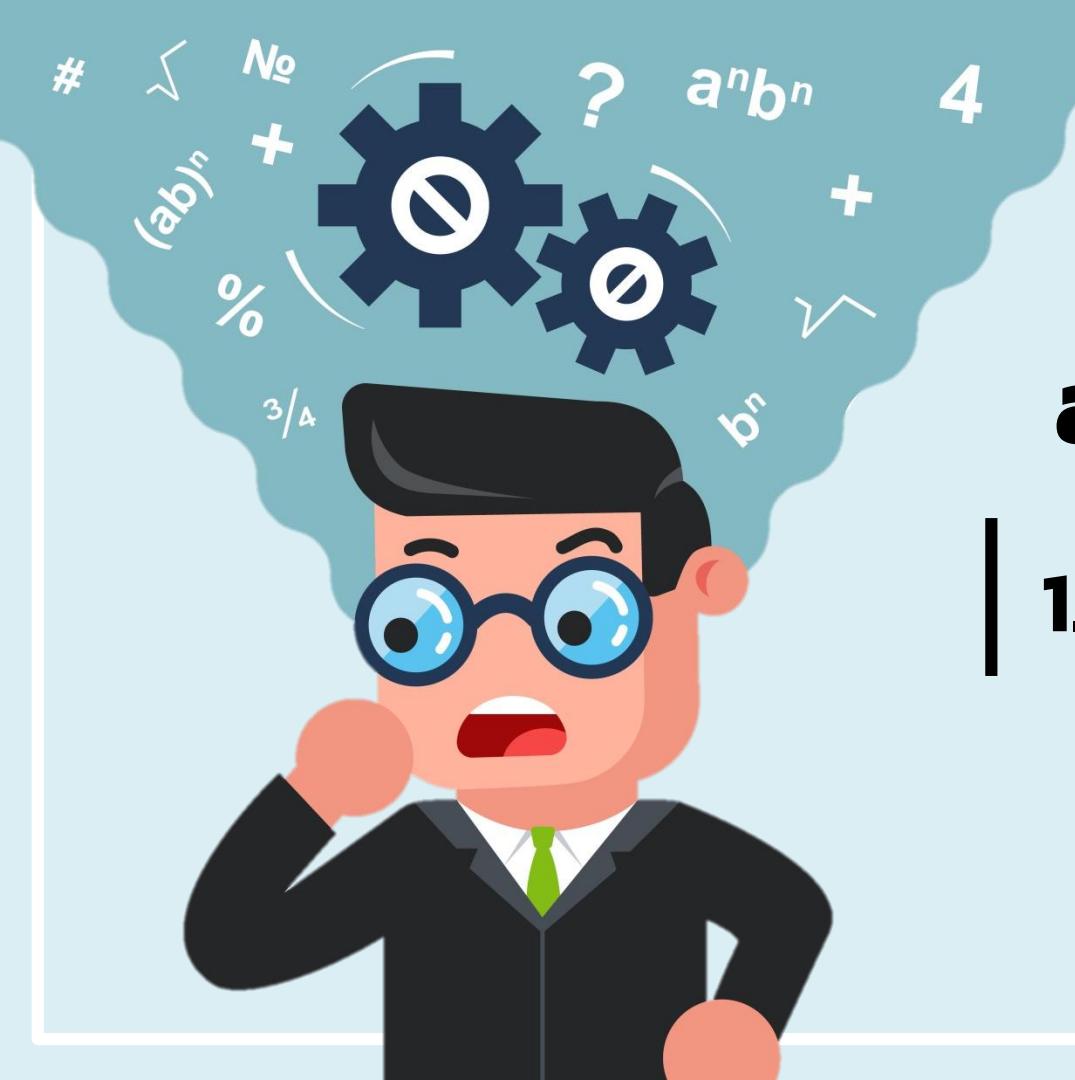




# บทที่ 9

## กำหนดการ เชิงเส้น



# สาระการเรียนรู้

## | 1. จำนวนและการเชิงเส้น

# กำหนดการเชิงเส้น

## กำหนดการเชิงเส้น (Linear Programming)

เป็นเทคนิคทางคณิตศาสตร์ที่นำมาประยุกต์ใช้ในทางธุรกิจ

สำหรับแก้ปัญหาการจัดสรรทรัพยากรที่มีอยู่อย่างจำกัด

เช่น เงินทุน เครื่องจักร จำนวนคน เวลา วัตถุดิบ เป็นต้น

ให้แก่กิจกรรมต่าง ๆ เพื่อให้เกิดประโยชน์มากที่สุด และมี

ประสิทธิภาพสูงสุด หรือก่อให้เกิดการสูญเสียน้อยที่สุด

# การหาค่าสูงสุดหรือค่าต่ำสุดภายในรูปแบบคับหรือข้อจำกัด

1) **ฟังก์ชันเชิงเส้นหรือสมการเชิงเส้น** เป็นฟังก์ชันที่เราต้องการนำไปหาค่าที่เหมาะสม เช่น ฟังก์ชันเกี่ยวกับกำไร ซึ่งเราต้องการให้มีค่ามากที่สุด โดยที่สร้างขึ้นจากเงื่อนไขที่โจทย์กำหนด เรียกว่า ฟังก์ชันจุดประสงค์ (Objective Function) หรือสมการจุดประสงค์

2) **ระบบสมการเชิงเส้น** โดยสร้างจากเงื่อนไขบังคับหรือข้อจำกัด ที่มีอยู่ในปัญหาต่าง ๆ เหล่านั้น ซึ่งเรียกว่า สมการขอจำกัด



## การหาคำต่อของกำหนดการเชิงเส้นโดยวิธีใช้กราฟ

- 1) สร้างพังก์ชันจุดประสงค์และอสมการข้อจำกัด ตามเงื่อนไขข้อจำกัดที่โจทย์กำหนด
- 2) เขียนกราฟของระบบสมการจากอสมการข้อจำกัด บริเวณที่แรเงาซึ่งสอดคล้องกับอสมการข้อจำกัด เรียกว่า **รูปหลายเหลี่ยมของบริเวณที่หาคำต่อได้**
- 3) หาพิกัดจากจุดมุนของรูปหลายเหลี่ยมของบริเวณที่หาคำต่อได้
- 4) แทนค่าพิกัดของจุดมุนของรูปหลายเหลี่ยมในพังก์ชันจุดประสงค์ **จุดมุนเป็นไปตามเงื่อนไข นั่นคือคำต่อของโจทย์ปัญหา**

# ตัวอย่างที่ 1

จงหาค่าสูงสุดของ  $P = 15x + 50y$  ภายใต้ 조건  $2x + 4y \geq 80$ ,  $x + 5y \leq 70$ ,  $x \geq 0$ ,  $y \geq 0$

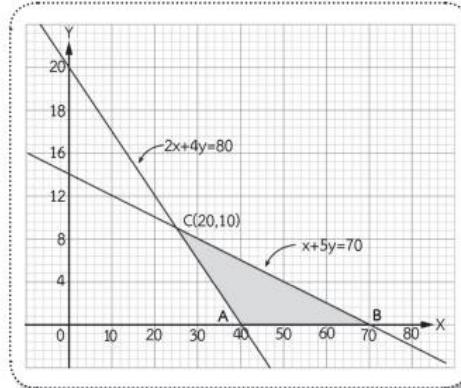
$$2x + 4y \geq 80, \quad x + 5y \leq 70, \quad x \geq 0, \quad y \geq 0$$

วิธีทำ

ฟังก์ชันจุดประสงค์  $P = 15x + 50y$

อสมการข้อจำกัด  $2x + 4y \geq 80$ ,  $x + 5y \leq 70$ ,  $x \geq 0$  และ  $y \geq 0$

เขียนกราฟของอสมการข้อจำกัดได้ดังรูป



# ตัวอย่างที่ 1



พิกัดของจุดมุน ABC คือ  $(40, 0)$ ,  $(70, 0)$  และ  $(20, 10)$  แทนค่าพิกัดของจุดมุนข้างต้นในฟังก์ชัน  
จุดประสงค์  $P = 15x + 50y$  ได้ดังนี้

จุดมุน $(x, y)$	$P = 15x + 50y$
$(70, 0)$	$1,050 = \text{ค่าสูงสุด}$
$(40, 0)$	$600$
$(20, 10)$	$800$

ดังนั้น ค่า  $P$  มีค่าสูงสุด คือ  $1,050$  เมื่อ  $x = 70$  และ  $y = 0$

จากตัวอย่างที่ 1 หาจุดตัดโดยการแก้ระบบสมการ ดังนี้

$$2x + 4y = 80 \quad \dots 1$$

$$x + 5y = 70 \quad \dots 2$$

$$(2) \times 2 ; 2x + 10y = 140 \quad \dots 3$$

$$(3) - (1) ; 6y = 60$$

$$y = 10$$

## ตัวอย่างที่ 1

แทนค่า  $y = 10$  ใน (1) ;  $2x + 4(10) = 80$

$$2x + 40 = 80$$

$$2x = 40$$

$$x = 20$$

จุดตัดคือ  $(20, 10)$

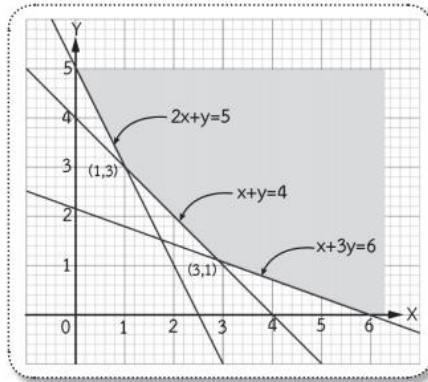
# ตัวอย่างที่ 2

จงหาค่าต่ำสุดของ  $C = 3x + 2y$  ภายใต้อสมการข้อจำกัดที่กำหนดให้

$$2x + y \geq 5, \quad x + 3y \geq 6, \quad x + y \geq 4, \quad x \geq 0 \text{ และ } y \geq 0$$

วิธีทำ

เขียนกราฟของอสมการข้อจำกัดได้ดังรูป



พิกัดของจุดมุ�  $(0, 5), (6, 0), (1, 3)$  และ  $(3, 1)$

แทนค่าพิกัดของจุดมุนในฟังก์ชันจุดประสงค์  $C = 3x + 2y$  เดี๋ยงนี้

# ตัวอย่างที่ 2

จุดมุ่ง (x, y)	$C = 3x + 2y$
(0, 5)	10
(6, 0)	18
(1, 3)	9 = ค่าต่ำสุด
(3, 1)	11

ดังนั้น ค่าต่ำสุดของ  $C = 3x + 2y$  คือ 9

จากตัวอย่างที่ 2 หาจุดตัดโดยการแก้ระบบสมการ ดังนี้

จุดตัด (1, 3) หาได้โดยการแก้ระบบสมการ ดังนี้

$$2x + y = 5 \quad \dots ①$$

$$x + y = 4 \quad \dots ②$$

$$\textcircled{1} - \textcircled{2}; x = 1$$

แทนค่า  $x = 1$  ในสมการ ②

$$1 + y = 4$$

$$y = 3$$

## ตัวอย่างที่ 2

จุดตัด  $(3, 1)$  หาได้โดยการแก้ระบบสมการ ดังนี้

$$x + y = 4 \quad \dots \textcircled{1}$$

$$x + 3y = 6 \quad \dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{2} - \textcircled{1}; 2y = 2$$

$$y = 1$$

แทนค่า  $y = 1$  ในสมการ  $\textcircled{1}$

$$x + 1 = 4$$

$$x = 3$$



## ตัวอย่างที่ ๓



**โจทย์ :**

ในการตัดกางเกงและเสื้อสูท เพื่อขายส่งร้านจำหน่ายเสื้อผ้าจากผ้าที่มีอยู่ 60 เมตร ถ้ากางเกงแต่ละตัวใช้ผ้า 1.2 เมตร และเสื้อสูทแต่ละตัวใช้ผ้า 1.5 เมตร ซ่างตัดเสื้อผ้า ควรตัดกางเกงและเสื้อสูทอย่างละเอห่าไรจึงจะได้เงินจากการขายมากที่สุด และจะได้เงินจากการขายมากที่สุดเท่าได ถ้าซ่างตัดเสื้อผ้าขายกางเกงตัวละ 150 บาท และเสื้อสูทตัวละ 180 บาท

**วิธีทำ**

กำหนดให้ จำนวนกางเกง  $x$  ตัว

จำนวนสูท  $y$  ตัว

$$\text{พั่งก์ชันจุดประสงค์ คือ } P = 150x + 180y$$

## ตัวอย่างที่ 3

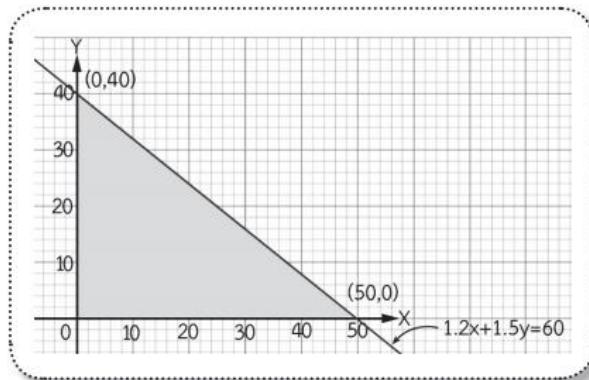
อสมการข้อจำกัดคือ

$$1.2x + 1.5y \leq 60 \text{ มีผ้าอยู่ } 60 \text{ เมตร}$$

$x \geq 0$  (จำนวนการเก็บไม่เป็นจำนวนลบ)

$y \geq 0$  (จำนวนเสื้อสูทไม่เป็นจำนวนลบ)

เขียนกราฟของอสมการข้อจำกัดได้ดังรูป



พิกัดของจุดมุ่งที่ได้จากการข้อจำกัด คือ  $(50, 0)$ ,  $(0, 40)$  และ  $(0, 0)$

## ตัวอย่างที่ 3

แทนค่าพิกัดของมุมดังกล่าวใน方程式ชันจุดประสงค์  $P = 150x + 180y$

จุดมุม ( $x, y$ )	$P = 150x + 180y$
(0, 0)	0
(50, 0)	7,500 = ค่าสูงสุด
(0, 40)	7,200

ดังนั้น ช่างตัดเสื้อครัวตัดเฉพาะกางเกง 50 ตัว จึงจะได้เงินจากการขายมากที่สุดเป็นเงิน 7,500 บาท

# ตัวอย่างที่ 4



**โจทย์ :**

บริษัทผลิตผ้าเช็ดตัวแห่งหนึ่งได้ผลิตผ้าเช็ดตัวออกจำหน่ายแบบ A และแบบ B แบบ A ใช้เวลาตัดผืนละ 5 นาที ใช้เวลาเย็บผืนละ 10 นาที แบบ B ใช้เวลาตัดผืนละ 8 นาที ใช้เวลาเย็บผืนละ 8 นาที โดยบริษัทมีเวลาสำหรับการตัด 3 ชั่วโมง 20 นาที และเวลาสำหรับการเย็บ 4 ชั่วโมง ถ้าบริษัทได้กำไรจากการขายผ้าเช็ดตัวแบบ A ผืนละ 50 บาท และแบบ B ผืนละ 60 บาท บริษัทควรจะผลิตผ้าเช็ดตัวทั้งสองแบบนี้อย่างละเอียดเท่าไร จึงจะได้กำไรสูงสุด

**วิธีทำ**

กำหนดให้ จำนวนของผ้าเช็ดตัวแบบ A ที่ผลิตได้  $x$  ผืน  
จำนวนของผ้าเช็ดตัวแบบ B ที่ผลิตได้  $y$  ผืน  
ฟังก์ชันจุดประสงค์ คือ  $P = 50x + 60y$

# ตัวอย่างที่ 4

อสมการข้อจำกัดคือ

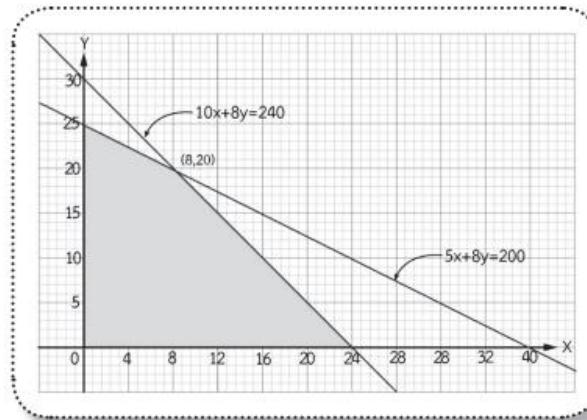
$5x + 8y \leq 200$  เวลาตัดไม่เกิน 3 ชั่วโมง 20 นาที (200 นาที)

$10x + 8y \leq 240$  เวลาเย็บไม่เกิน 4 ชั่วโมง (240 นาที)

$x \geq 0$

$y \geq 0$

เขียนกราฟของอสมการข้อจำกัดได้ดังรูป





## ตัวอย่างที่ 4



พิกัดของจุดมุ่งที่ได้จากอสมการข้อจำกัด คือ  $(0, 0)$ ,  $(0, 25)$ ,  $(24, 0)$  และ  $(8, 20)$

แทนค่าพิกัดของมุ่งกล่าวในพัฟ์ชันจุดประสงค์  $P = 50x + 60y$

จุดมุ่ง ( $x, y$ )	$P = 50x + 60y$
$(0, 0)$	0
$(0, 25)$	1,500
$(24, 0)$	1,200
$(8, 20)$	1,600 = ค่าสูงสุด

ดังนั้น ผลิตผ้าเช็ดตัวแบบ A 8 ผืน และแบบ B 20 ผืน จึงจะได้กำไรสูงสุดเป็นเงิน 1,600 บาท

หมายเหตุ จากตัวอย่างที่ 4 หาจุดตัดโดยการแก้ระบบสมการ ดังนี้

$$5x + 8y = 200 \quad \dots ①$$

$$10x + 8y = 240 \quad \dots ②$$

$$② - ① ; 5x = 40$$

$$x = 8$$

แทนค่า  $x = 8$  ในสมการ ① ;  $5(8) + 8y = 200$

$$40 + 8y = 200$$

$$8y = 160$$

$$y = \frac{160}{8}$$

$$y = 20$$

ดังนั้น จุดตัดคือ  $(8, 20)$

# สรุป

**กำหนดการเชิงเส้น** เป็นการประยุกต์ของวิชาคณิตศาสตร์ที่นำไปใช้ทางธุรกิจเพื่อใช้หาค่าสูงสุดหรือ

ต่ำสุด ตามเงื่อนไขบังคับหรือข้อจำกัด ประกอบด้วย พัฟ์ชันจุดประสงค์ และอสมการข้อจำกัด

การหาค่าตอบของกำหนดการเชิงเส้นโดยวิธีใช้กราฟ มีขั้นตอนดังนี้

- 1) สร้างพัฟ์ชันจุดประสงค์และอสมการข้อจำกัด ตามเงื่อนไขข้อจำกัดที่โจทย์กำหนด
- 2) เขียนกราฟของระบบสมการจากอสมการข้อจำกัด บริเวณที่แรเงาซึ่งสอดคล้องกับอสมการข้อจำกัด เรียกว่า **รูปหลายเหลี่ยมของบริเวณที่หาคำตอบได้**
- 3) หาพิกัดจากจุดมุนของรูปหลายเหลี่ยมของบริเวณที่หาคำตอบได้
- 4) แทนค่าพิกัดของจุดมุนของรูปหลายเหลี่ยมในพัฟ์ชันจุดประสงค์ จุดมุนเป็นไปตามเงื่อนไข นั่นคือค่าตอบของโจทย์ปัญหา