



$E = mc^2$ หน่วยที่ 9

การประยุกต์คณิตศาสตร์ในการวางแผนออกแบบ
และประดิษฐ์คิดค้นในงานอาชีพ



Math





หัวข้อเรื่อง

Topics

9.1 คาน

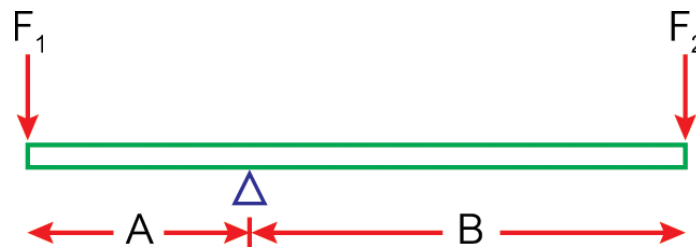
9.2 ล้อและเฟลา

9.3 รอก



9.1 คาน

คาน (Lever) เป็นเครื่องจักรอย่างง่ายที่ช่วยผ่อนแรง ประกอบด้วย วัสดุที่เป็นแท่งยาว หรือก้านแข็งหมุนยึดติดกับจุดหมุนคงที่



การได้เปรียบเชิงกล แบ่งออกเป็น 2 ประเภท คือ การได้เปรียบเชิงกลอุดมคติและการได้เปรียบเชิงกลของคานจริง มีสูตรดังนี้





การได้เปรียบเชิงกลอุดมคติ

$$(IMA) = \text{ระยะทางของแรงต้าน} / \text{ระยะทางของแรงกระทำ}$$

$$IMA = B/A$$

การได้เปรียบเชิงกลของคานจริง

$$(AMA) = \text{แรงต้าน} / \text{แรงกระทำ}$$

$$AMA = F_2/F_1$$

โดยที่

$$F_1 = \text{แรงกระทำ มีหน่วยเป็น นิวตัน}$$

$$F_2 = \text{แรงต้าน มีหน่วยเป็น นิวตัน}$$

ประสิทธิภาพเชิงกล (η)

$$= \frac{\text{งานที่ได้} \times 100\%}{\text{งานที่ให้}}$$

หรือ (η)

$$= \frac{AMA \times 100\%}{IMA}$$

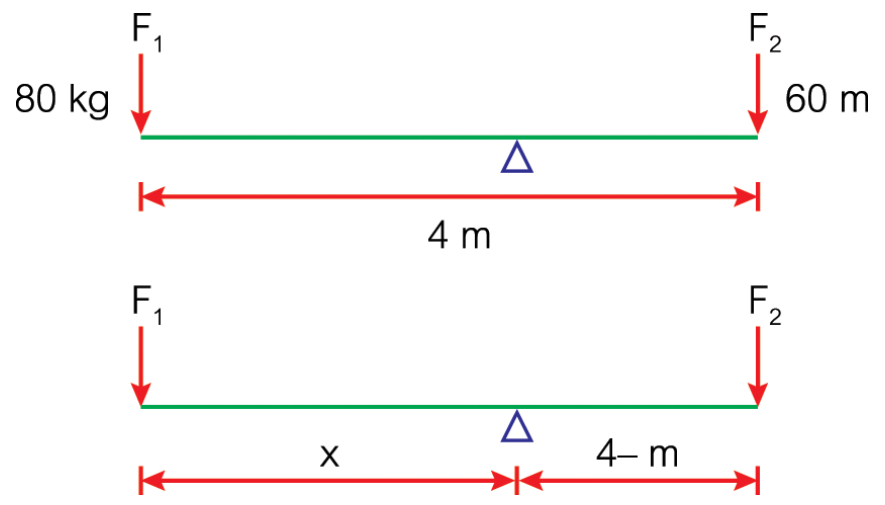




ตัวอย่าง ฦเตชน้มีมวล 80 kg และมาริไ้มีมวล 60 kg น้องยู่ที่ปลายคานท้องด้ำนซึ่งมีควมยว 4 เมตร ดังรูป จงหา

1. ระยะทงที่ฦเตชน้และระยะทงที่มาริไ้น้งห่งจกจุดหมุน เพื่ให้คานอยู่ในสภวะสมดุล
2. การได้เปรียบเชิงกล
3. ประสิทธิภาพเชิงกล

วิธีทำ



1. สมมติให้ถนัดหนึ่งห่างจากจุดหมุนเป็นระยะทาง x ดังนั้น $A = x$

และมีมวล 80 kg

$$\text{ดังนั้น } F_1 = 80 \times 10 = 800 \text{ N}$$

มารีโธหนึ่งห่างจากจุดหมุนเป็นระยะทาง $4 - x$

$$\text{ดังนั้น } B = 4 - x$$

และมีมวล 60 kg

$$\text{ดังนั้น } F_2 = 60 \times 10 = 600 \text{ N}$$

จากโมเมนต์ทวนเข็มนาฬิกา = โมเมนต์ตามเข็มนาฬิกา

$$F_1 \times A = F_2 \times B$$

$$800x = 600(4 - x)$$

$$800x = 2,400 - 600x$$

$$1,400x = 2,400$$

$$x = 1.71 \text{ m}$$

ดังนั้น ถนัดหนึ่งห่างจากจุดหมุนเป็นระยะทาง $= 1.71 \text{ m}$

มารีโธหนึ่งห่างจากจุดหมุนเป็นระยะทาง $= 4 - 1.71 = 2.29 \text{ m}$

ตอบ



2. การได้เปรียบเชิงกลอุดมคติ (IMA)=ระยะทางของแรงต้าน/ระยะทางของแรงกระทำ

$$IMA = B/A$$

$$IMA = 2.29/1.71$$

$$\text{ดังนั้น IMA} = 1.33 : 1$$

การได้เปรียบเชิงกลของคานจริง (AMA)= แรงกระทำ/แรงต้าน

$$AMA = F_1/F_2$$

$$AMA = 800/600$$

$$\text{ดังนั้น AMA} = 1.33 : 1$$

ตอบ

$$3. \text{ ประสิทธิภาพเชิงกล } (\eta) = \frac{AMA \times 100\%}{IMA}$$

$$\eta = (1.33 / 1.33) \times 100\%$$

$$\text{ดังนั้น } \eta = 100\%$$

ตอบ



9.2 ล้อและเพลา

ล้อและเพลาที่พบเห็นโดยทั่วไปมักจะมีลักษณะล้อที่ติดอยู่กับเพลา

การได้เปรียบเชิงกลของล้อและเพลา แบ่งออกเป็น 2 ประเภท คือ การได้เปรียบเชิงกลทางอุดมคติ และการได้เปรียบเชิงกลจริงมีสูตร ดังนี้

การได้เปรียบเชิงกลทางอุดมคติ (IMA) = รัศมีล้อ/รัศมีเพลา

$$\text{IMA} = R/r$$

การได้เปรียบเชิงกลจริง (AMA) = F_2/F_1

โดยที่ F_2 = แรงต้าน เช่น น้ำหนักของวัตถุ มีหน่วยเป็น นิวตัน

F_1 = แรงกระทำ มีหน่วยเป็น นิวตัน



ตัวอย่าง ชุดเครื่องกลของล้อและเฟลา ดังรูป ล้อมีรัศมี 0.35 m และเฟลามีรัศมี 0.1 m กำลังจะยกวัตถุมวล 150 kg ขึ้นจากพื้น จงหา

- 1.แรงที่ใช้ในการยกวัตถุ
- 2.การได้เปรียบเชิงกลทางอุดมคติ
- 3.การได้เปรียบเชิงกลจริง

วิธีทำ

1. **รัศมีล้อ** $R = 0.35 \text{ m}$

รัศมีเฟลา $r = 0.10 \text{ m}$

แรงที่กระทำ $F = ?$

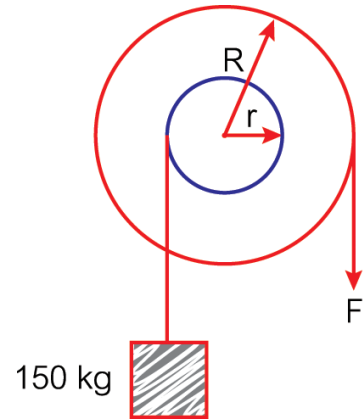
แรงต้าน = น้ำหนักที่ยกได้ $F = 150 \times 10 = 1,500 \text{ N}$

จาก โมเมนต์ตามเข็มนาฬิกา = โมเมนต์ทวนเข็มนาฬิกา

$$F_1 \times R = F_2 \times r$$

$$F_1 \times 0.35 = 1,500 \times 0.10$$

$$F_1 = 428.57 \text{ N}$$



ตอบ





2. การได้เปรียบเชิงกลทางอุดมคติ (IMA) = รัศมีล้อ/รัศมีเพลา

$$= R/r$$

$$= 0.35/0.1$$

$$\text{IMA} = 3.5 : 1 \quad \text{ตอบ}$$

3. การได้เปรียบเชิงกลจริง

(AMA) = แรงต้าน/แรงกระทำ

$$= F_2/F_1$$

$$= 1,500/428.57$$

$$\text{AMA} = 3.5 : 1 \quad \text{ตอบ}$$

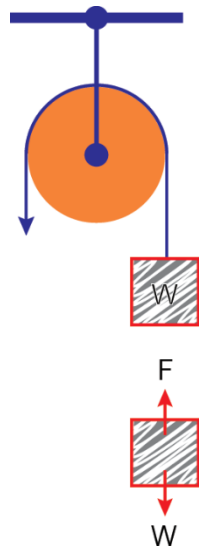


9.3 รอก

รอก (Pulley) คือ ล้อที่ติดอยู่บนเพลา เพื่อรองรับการเคลื่อนที่ของสายเคเบิล สายพาน ไช้ และเชือก

ชนิดของรอกแบ่งได้ 3 ชนิด ดังนี้

1. รอกเดี่ยวตายตัว (Fixed Pulley)



$$\sum F_y = 0 \text{ หรือ } \text{แรงขึ้น} = \text{แรงลง}$$

$$F = W ; \text{ (หรือ } mg \text{)}$$

$$\text{และ การได้เปรียบเชิงกล} = W/F = 1$$



2. รอกเดี่ยวเคลื่อนที่ (Movable Pulley)

$F = 0$ หรือ แรงขึ้น = แรงแลง

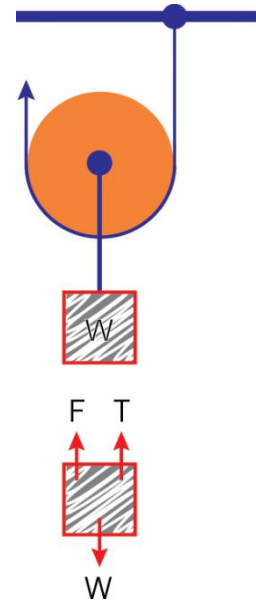
$$F + T = W$$

$$F + F = W ; (F = T)$$

$$2F = W$$

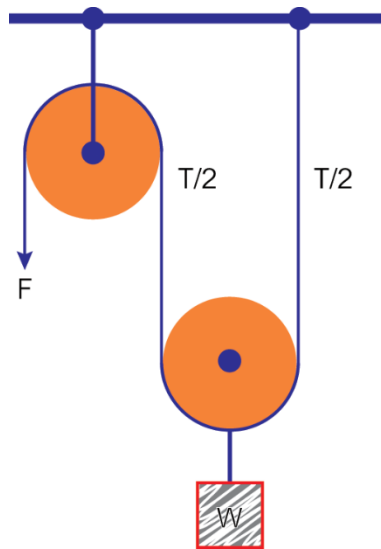
$$F = W/2$$

และ การได้เปรียบเชิงกล = $W/F = 2$

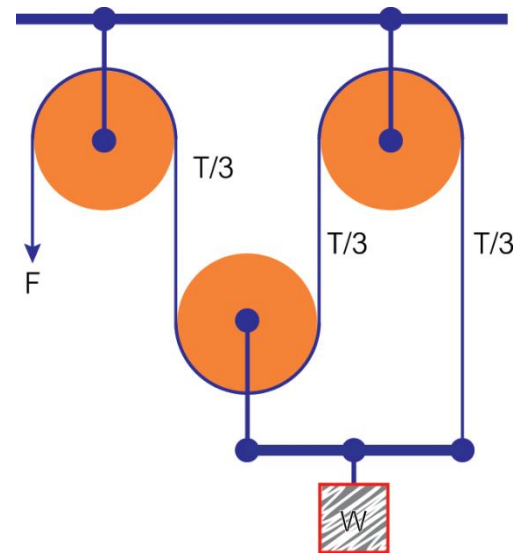


3. รอกพวง (Compound Pulley)

โดยที่ n = จำนวนของภาคตัดของเชือกที่รับน้ำหนัก



รอกพวง $n = 2$



รอกพวง $n = 3$



ตัวอย่าง รอกเคลื่อนที่ที่ตัวหนึ่งรับน้ำหนัก 200 N จงหา

1. แรง F ที่ใช้ในการดึงวัตถุขึ้น

2. การได้เปรียบเชิงกล

วิธีทำ 1. $\sum F_y = 0$ หรือ แรงขึ้น = แรงลง

$$F + T = W$$

$$F + F = W ; (T = F)$$

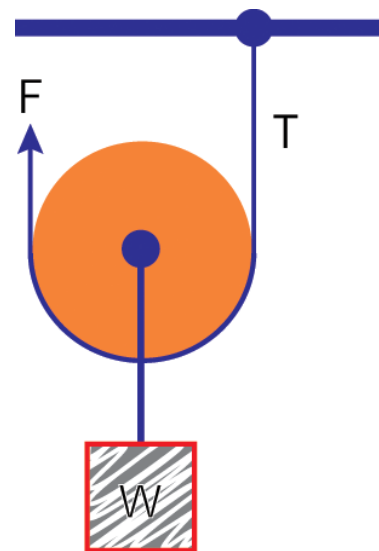
$$2F = W$$

$$2F = 200$$

$$F = 100 \text{ N}$$

2. การได้เปรียบเชิงกล = W/F

$$= n = 2$$



ตอบ

ตอบ

