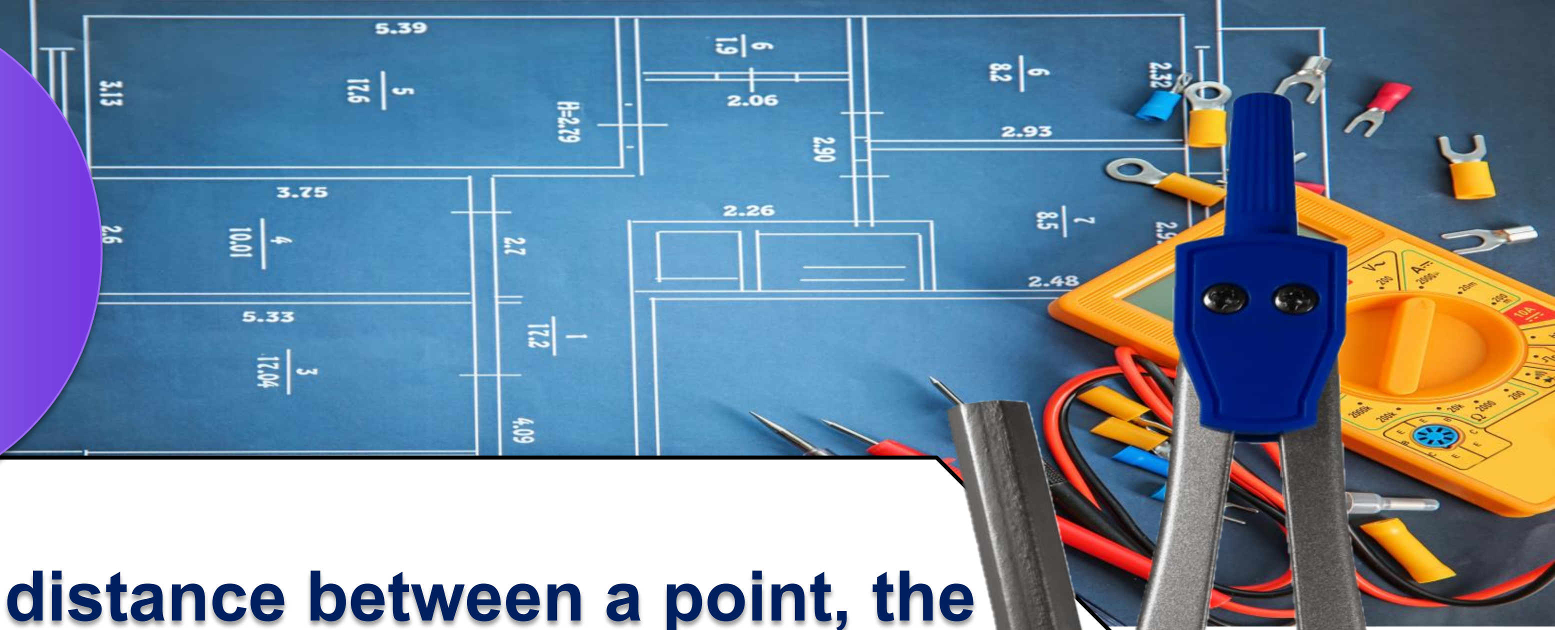
Unit

4

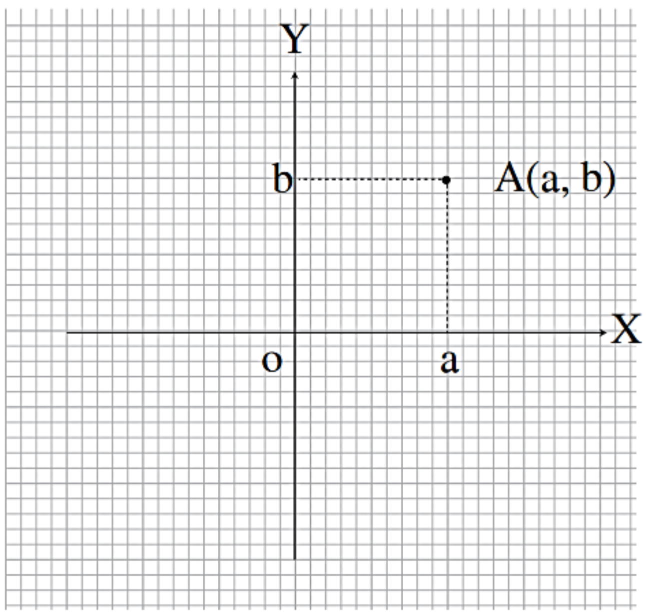
The distance between a point, the midpoint, and the slope of a line.



Orthogonal coordinate system

4

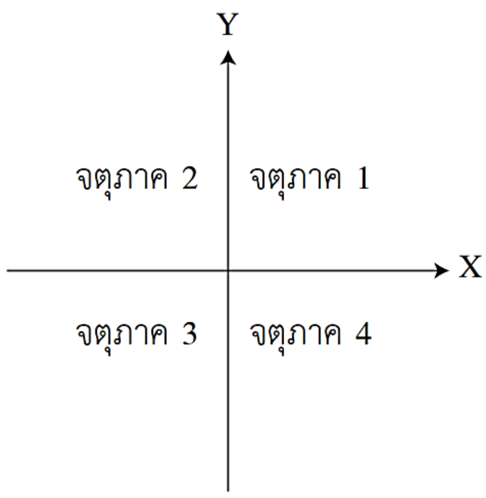
A orthogonal coordinate system consists of two lines perpendicular to the same plane. Lines that lie horizontally are called the horizontal axis or the Replace the origin with the letter O.



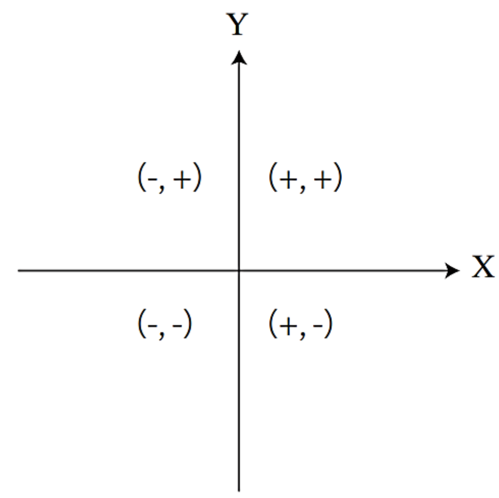
รูปที่ 4.1

The position of a point in the orthogonal coordinate system is written in the form of A(a,b), an ordered pair or coordinate (coodinate) by specifying the distance on the X axis first followed by the distance on the Y axis or (x, y), such as a point. A has coordinates of (a, b) or A(a, b) as shown in Figure 4.1.

The coordinate axis divides the plane into four parts, each part called a quadrant. Quadrants are popularly numbered from 1 to 4 counterclockwise, as shown. Real numbers on the X-axis to the right of the origin have a positive sign on the left. of the origin will have a negative sign. The real numbers on the Y axis above the origin have a positive sign. Below the origin there is a negative



รูปที่ 4.2



รูปที่ 4.3

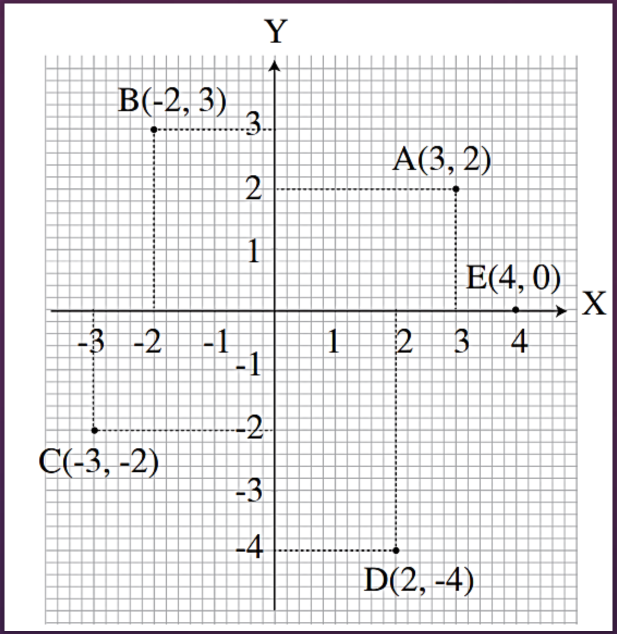
example

4

Write the following coordinates in the plane.A(3, 2), B(-2, 3), C(-3, -2), D(2, -4) and E(4, 0)

วิธีทำ

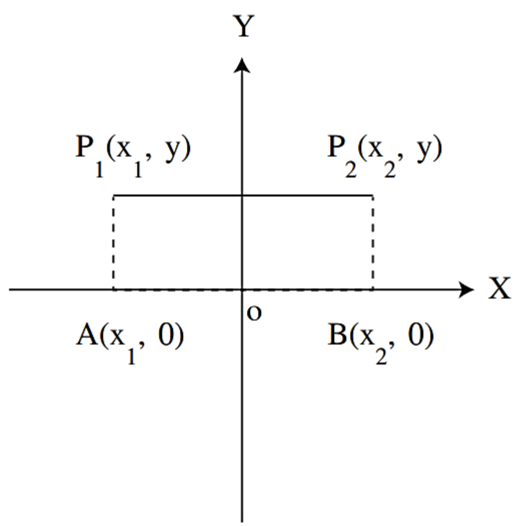
สามารถเขียนจุดต่าง ๆ บนระนาบพิกัดฉาก ดังนี้



Distance between 2 points

4

A straight line passing through two points parallel to the X-axis.



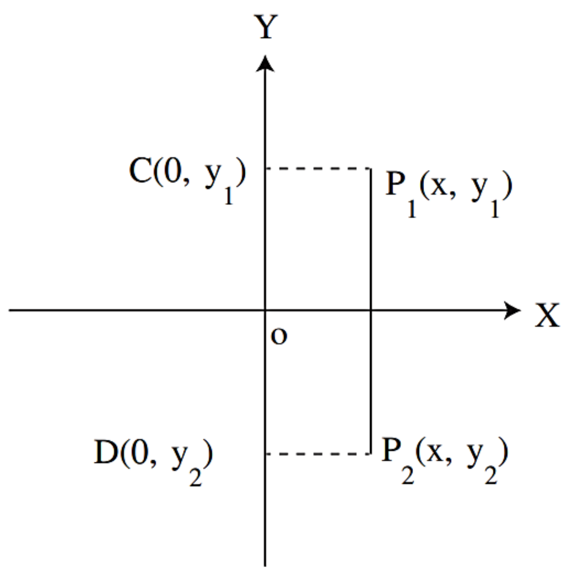
รูปที่ 4.5

Points P_1 and P_2 will have the same coordinates or the same y value. Therefore, P_1 (X_1 , y) and P_2 (X_2 , y) are points on a line parallel to the X-axis as shown in the figure. P_1 A is perpendicular to the X-axis at Points A(X_1 , 0) and P_2 B are perpendicular to the X axis at point B(X_2, 0). Therefore, the distance between points P_1 (X_1 , y) and P_2 (X_2 , y)

$$\left|P_1P_2\right| = \left|x_2 - x_1\right|$$

4

A straight line passing through two points parallel to the Y axis.



รูปที่ 4.6

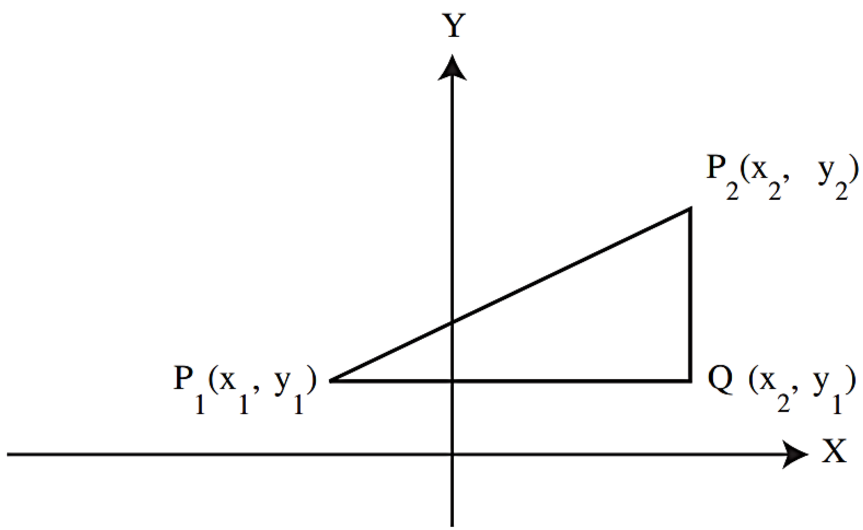
Points P_1 and P_2 will have the same front coordinates or the same x value. Therefore, P_1 (X, Y_1) and P_2 (X, y_2) are points on a straight line parallel to the Y axis as shown in the figure. P_1 C is perpendicular to the Y axis at Points C(0, y_1) and P_2 D are perpendicular to the Y axis at point D(0, y_2). Therefore, the distance between points P_1 (X, y_1) and P_2 (X, y_2)

$$\left|P_1 P_2\right| = \left|y_2 - y_1\right|$$

4

A straight line passing through any two points in the orthogonal coordinate plane.

ให้ P_1 (X_1 , y_1) P_2 (X_2 , y_2) เป็นจุดใด ๆ บนระนาบพิกัดฉากส่วนของเส้นตรง P_1P_2 เชื่อมต่อจุด 2 จุด ดังรูป จุด Q มีพิกัดเป็น $Q(X_2 , y_1)$



ส่วนของเส้นตรง P_1Q ขนานกับแกน X และส่วนของเส้นตรง P_2Q ขนานกับแกน Y มุม P_1QP_2 เป็นมุมฉากจากทฤษฎีพีทาโกรัสเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

$$(P_1P_2)^2 = (P_1Q)^2 + (P_2Q)^2$$

$$P_1P_2 = \sqrt{(P_1Q)^2 + (P_2Q)^2}$$

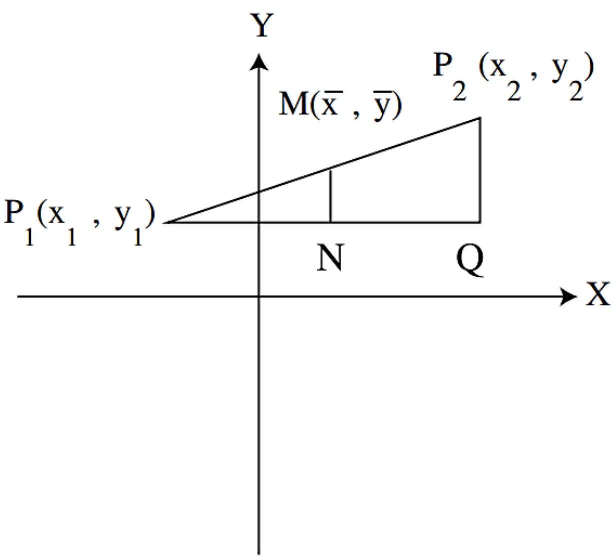
$$P_1P_2 = \sqrt{|x_2 - x_1|^2 + |y_2 - y_1|^2}$$

ดังนั้น ระยะทางระหว่างจุด $P_1(x_1, y_1)$ และ $P_2(x_2, y_2)$ แทนด้วย $|P_1P_2|$

$$\boxed{|P_1P_2| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}}$$

Midpoint between 2 points

4



รูปที่ 4.10

ให้ P_1 (x_1, y_1) และ P_2 (x_2, y_2) เป็นจุดใด ๆ บนระนาบพิกัดฉาก และ $M(\bar{x}\ ,\ \bar{y})$ เป็นจุดกึ่งกลางระหว่างจุด 2 จุด ดังรูปที่ 4.10 ส่วนของเส้นตรง P_1Q ขนานกับแกน X และส่วนของเส้นตรง MN ขนานกับส่วนของเส้นตรง P_2Q เนื่องจากรูป $\triangle$ P_1MN และ รูป $\triangle$ P_1P_2Q เป็นรูปสามเหลี่ยมคล้าย

$$\frac{P_1N}{P_1Q} = \frac{P_1M}{P_1P_2}$$

$$\frac{\bar{x} - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{1}{2}$$

$$2(\bar{x} - x_1) = x_2 - x_1$$

$$2\bar{x} - 2x_1 = x_2 - x_1$$

$$2\bar{x} = x_1 + x_2$$

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

ในทำนองเดียวกัน สามารถหา $\bar{y}$ ดังนี้ $$\bar{y} = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

ดังนั้น จุดกึ่งกลางระหว่างจุด $P_1(x_1, y_1)$ และ $P_2(x_2, y_2)$ คือ จุด $M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$

$$\boxed{(\bar{x}, \bar{y}) = \frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}}$$

example

4

จงหาจุดกึ่งกลางระหว่างจุด (-3, 2) และ (5, 4)

วิธีทำ

จาก $\overline{\mathrm{X}} = \dfrac{X_1 + X_2}{2}$

$= \dfrac{-3+5}{2} = 1$

และ $\overline{\mathrm{y}} = \dfrac{X_1 + X_2}{2}$

$= \dfrac{2+4}{2} = 3$

ดังนั้น จุดกึ่งกลางคือ (1, 3)

Slope of a straight line

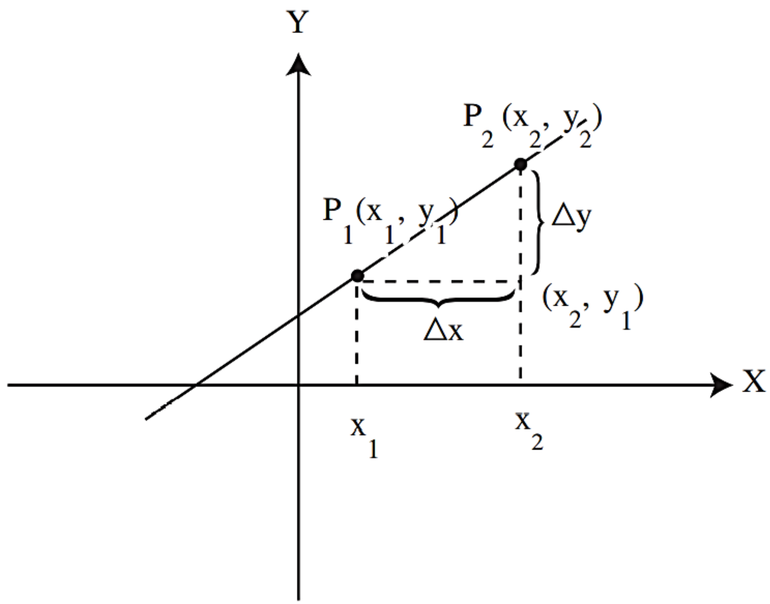
4

Definition

If P 1 (x1 , y1) and P 2 (x2 , y2) are any points on a line and m represents the slope of the line, then

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad \text{เมื่อ } x_1 \neq x_2$$

จากรูป ให้ $P_1(x_1, y_1)$ และ $P_2(x_2, y_2)$ เป็นจุดใด ๆ บนระนาบพิกัดฉาก ผลต่างของพิกัด x คือ $|x_2 - x_1|$ แทนด้วย Δx และผลต่างของพิกัด y คือ $|y_2 - y_1|$ แทนด้วย Δy อัตราส่วนระหว่าง Δy ต่อ Δx หรือ $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ เรียกว่า ความชันของเส้นตรง



รูปที่ 4.11

4

Observations

1. A straight line has an acute angle. The slope is a positive number.
2. A straight line has an obtuse angle. The slope value is a negative number.
3. A straight line has an angle of inclination equal to 0º A straight line parallel to the X axis has a slope value of 0.
4. The straight line has an angle of inclination equal to 90º. The straight line is parallel to the Y axis. The slope value is not

example

จงหาความชันเส้นตรงที่มีมุมเอียง 60°

วิธีทำ

จาก $m = \tan\theta$

แทนค่า $m = \tan 60^{\circ}$

$m = \sqrt{3}$

Parallel and perpendicular lines

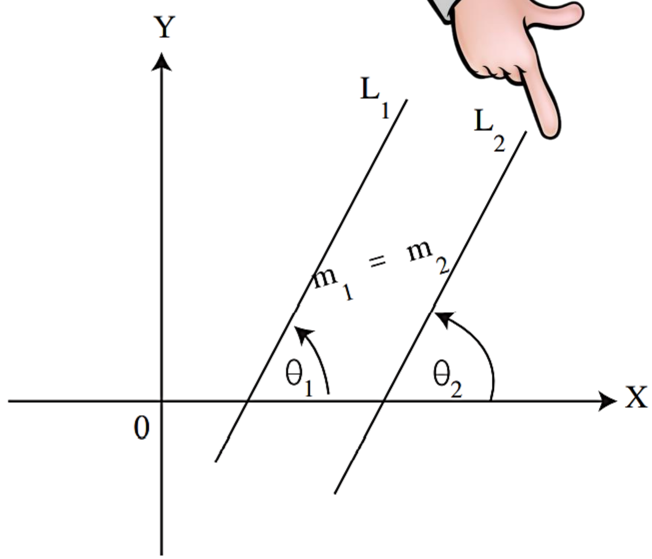
4

Theorem 1

Two straight lines are parallel if they have the same slope.

4

พิสูจน์



รูปที่ 4.14

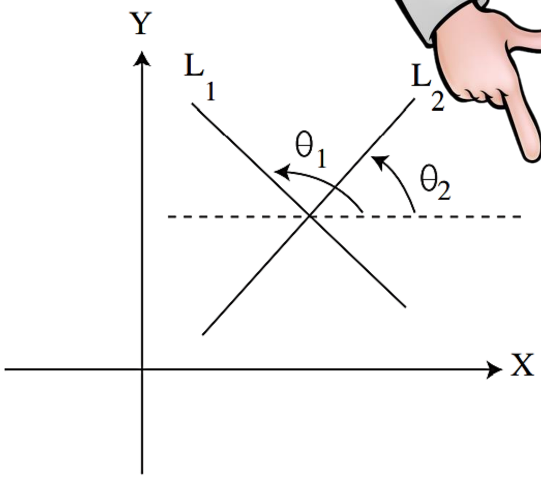
ถ้า L_1 และ L_2 เป็นเส้นตรงที่ขนานกัน มีแกน x ตัดผ่าน คู่ขนานมุมเอียง θ_1 และ มุม θ_2 ย่อมเท่ากัน ดังรูป ให้ m_1 แทน ความชันของเส้นตรง L_1 เท่ากับ $\tan \theta_1$ และ m_2 แทน ความชันของเส้นตรง L_2 เท่ากับ $\tan\theta_2$ เนื่องจาก $\theta_1 = \theta_2$ ดังนั้น $\tan \theta_1 = \tan_2$ หรือ $m_1 = m_2$

4

Theorem 2

Two straight lines are perpendicular if the product of their slopes is -1.

4



รูปที่ 4.15

พิสูจน์

ถ้า L_1 และ L_2 เป็นเส้นตรงที่ตั้งฉากกัน

มีมุมเอียง θ_1 และ θ_2 ตามลำดับ

$$\theta_2 = \frac{\pi}{2} + \theta_1$$

$$\tan\theta_2 = \tan\left(\frac{\pi}{2} + \theta_1\right)$$

$$= -\cot\theta_1$$

$$= -\frac{1}{\tan\theta_1}$$

$$m_2 = -\frac{1}{m_1}$$

หรือ $m_1 m_2 = -1$

example

4

จงแสดงว่าเส้นตรงที่ลากผ่านจุด A(-2, 6) และ B(3, -4) ตั้งฉากกับเส้นตรงที่ผ่านจุด C(1, 4) และ D(3, 5)

วิธีทำ

ให้ m_1 แทนความชันของเส้นตรง AB และ m_2 แทนความชันของเส้นตรง CD

$$m_1 = \frac{-4 - 6}{3 - (-2)} = \frac{-10}{5}$$

$$= -2$$

$$m_2 = \frac{5 - 4}{3 - 1}$$

$$= \frac{1}{2}$$

เนื่องจาก $m_1 m_2 = (-2)\left(\frac{1}{2}\right) = -1$

ดังนั้น เส้นตรง AB ตั้งฉากกับเส้นตรง CD