## Unit

Algebraic functions

## Ordered Pairs

## Definition

The ordered pair $(\mathbf{a}, \mathrm{b})=(\mathbf{c}, \mathrm{d})$ if and only if $\mathrm{a}=\mathbf{c}$ and $b=d$.

Ordered Pairs are symbols that show the pairing of two things in parentheses ( ), separating each thing with a comma. Generally in mathematics it is popular to write ordered pairs ( $\mathrm{a}, \mathrm{b}$ ) or $(\mathrm{x}, \mathrm{y})$ in which a or $\mathbf{x}$ is the preceding element, b or y is the latter element. Switching between members The front member and the back member will display that pairing. changed from the original, that is, $(a, b) \neq(b, a)$

## Definition

Let $A$ and $B$ be a set. The Cartesian product of $A$ and $B$ is denoted by $A \times B$, where $A \times B=\{(a, b) \mid a \in A$ and $b \in B\}$.

## example Given $A=\{1,2,3\}, B=\{a, c\}$

Find $\mathrm{A} \times \mathrm{B}, \mathrm{B} \times \mathrm{A}, \mathrm{A} \times \mathrm{A}$, and $\mathrm{B} \times \mathrm{B}$.

$$
\begin{aligned}
& A \times B=\{(1, a),(1, c),(2, a),(2, c),(3, a),(3, c)\} \\
& B \times A=\{(a, 1),(a, 2),(a, 3),(c, 1),(c, 2),(c, 3)\} \\
& A \times A=\{(1,1),(1,2),(1,3),(2,1),(2,2),(2,3),(3,1),(3,2),(3,3)\} \\
& B \times B=\{(a, a),(a, c),(c, a),(c, c)\}
\end{aligned}
$$

## สิ่งที่ควรทราบเกี่ยวกับผลคูณคาร์ทีเซียน

1. $\mathrm{A} \times \mathrm{B}=\mathrm{B} \times \mathrm{A}$ ก็ต่อเมื่อ $\mathrm{A}=\mathrm{B}$ และ $\mathrm{B}=\mathrm{A}$
2. ถ้า A มีสมาชิก m ตัว และ B มีสมาชิก n ตัว แล้ว $\mathrm{A} \times \mathrm{B}$ มีสมาชิก mn ตัว
3. $\mathrm{A} \times(\mathrm{B} \cup \mathrm{C})=(\mathrm{A} \times \mathrm{B}) \cup(\mathrm{A} \times \mathrm{C})$
4. $\mathrm{A} \times(\mathrm{B} \cap \mathrm{C})=(\mathrm{A} \times \mathrm{B}) \cap(\mathrm{A} \times \mathrm{C})$
5. $\mathrm{A} \times(\mathrm{B}-\mathrm{C})=(\mathrm{A} \times \mathrm{B})-(\mathrm{A} \times \mathrm{C})$
6. ถ้า A และ B เป็นเซตจำกัด $\mathrm{n}(\mathrm{A} \times \mathrm{B})=\mathrm{n}(\mathrm{A}) \times \mathrm{n}(\mathrm{B})$
7. ถ้า $A$ เป็นเซตอนันต์, $B$ เป็นเซตจำกัด $B \neq 0$ แล้ว $A \times B$ และ $B \times A$ เป็นเซตอนันต์

## Definition

## Let $A$ and $B$ be sets, $r$ be relations. From $A$ to



## Domain and range of relations

## Definition

Let $r$ be the relationship from $A$ to $B$. The domain of $r$ is denoted by $D_{\_} r$ where $D_{-} r=\{x \mid(x, y) \in r\}$ and the range of $r$ is denoted by R_r.where R_r $=\{y \mid(x, y) \in r\}$

จงพิจารณาความสัมพันธ์ต่อไปนี้

$$
\begin{aligned}
\mathrm{r} & =\{(1,6),(2,7),(3,8),(4,9),(5,10)\} \\
\text { และ } \mathrm{D}_{\mathrm{r}} & =\{1,2,3,4,5\} \\
\mathrm{R}_{\mathrm{r}} & =\{6,7,8,9,10\}
\end{aligned}
$$

เขียนแผนภาพแสดงการจับคู่ของโดเมนและเรนจ์ ดังนี้


## Checking function by graph

It is useful to determine whether a relationship is a function or not using a graph. How to check can be done by Draw a line parallel to the y-axis. The line will only intersect the graph at one point. The point at which the line intersects the graph is the value of the function $x$.


## Execution of the function



ให้ f และ g เป็นฟังก์ชัน $\mathrm{D}_{\mathrm{f}}$ และ $\mathrm{D}_{\mathrm{g}}$ เป็นโดเมนของ f และ g ตามลำดับ

1. $(\mathrm{f}+\mathrm{g})(\mathrm{x})=\mathrm{f}(\mathrm{x})+\mathrm{g}(\mathrm{x})$ และ $\mathrm{D}_{\mathrm{f}+\mathrm{g}}=\mathrm{D}_{\mathrm{f}} \cap \mathrm{D}_{\mathrm{g}}$
2. $(\mathrm{f}-\mathrm{g})(\mathrm{x})=\mathrm{f}(\mathrm{x})-\mathrm{g}(\mathrm{x})$ และ $\mathrm{D}_{\mathrm{f}-\mathrm{g}}=\mathrm{D}_{\mathrm{f}} \cap \mathrm{D}_{\mathrm{g}}$
3. $(\mathrm{f} \cdot \mathrm{g})(\mathrm{x})=\mathrm{f}(\mathrm{x})-\mathrm{g}(\mathrm{x})$ และ $\mathrm{D}_{\mathrm{f} \cdot \mathrm{g}}=\mathrm{D}_{\mathrm{f}} \cap \mathrm{D}_{\mathrm{g}}$
4. $\left(\frac{\mathrm{f}}{\mathrm{g}}\right)(\mathrm{x})=\frac{\mathrm{f}(\mathrm{x})}{\mathrm{g}(\mathrm{x})}$ และ $\mathrm{D}_{\frac{\mathrm{f}}{\mathrm{g}}} \quad=\mathrm{D}_{\mathrm{f}} \cap \mathrm{D}_{\mathrm{g}}-\{\mathrm{x} \lg (\mathrm{x}) \neq 0\}$

$$
\begin{array}{lll}
\text { example } \\
\text { และ } & f=\{(1,3),(2,5),(3,2),(4,6)\} \\
\text { จงหา } & f(2,1),(3,0),(4,2),(5,-1)\} \\
\text { จง } & f-g, f g \text { และ } \frac{f}{g}
\end{array}
$$

เนื่องจาก $\mathrm{f}+\mathrm{g}, \mathrm{f}-\mathrm{g}, \mathrm{f} \cdot \mathrm{g}$ มีโดเมนเป็น $\mathrm{D}_{\mathrm{f}} \cap \mathrm{D}_{\mathrm{g}}$

$$
D_{f} \cap D_{g}=\{2,3,4\}
$$

(1) $\mathrm{f}+\mathrm{g}=\{(2,5+1),(3,2+0),(4,6+2)\}$

$$
=\{(2,6),(3,2),(4,8)\}
$$

(2) $f-g$

$$
\begin{aligned}
& =\{(2,5-1),(3,2-0),(4,6-2)\} \\
& =\{(2,4),(3,2),(4,4)\} \\
& =\{(2,5 \cdot 1),(3,2 \cdot 0),(4,6 \cdot 2)\} \\
& =\{(2,5),(3,0),(4,12)\}
\end{aligned}
$$

$$
\text { (3) } \mathrm{f} \cdot \mathrm{~g}=\{(2,5 \cdot 1),(3,2 \cdot 0),(4,6 \cdot 2)\}
$$

(4) เนื่องจาก $\frac{\mathrm{f}}{\mathrm{g}}$ มีโดเมนเป็น $\mathrm{D}_{\frac{\mathrm{f}}{\mathrm{g}}}=\mathrm{D}_{\mathrm{f}} \cap \mathrm{D}_{\mathrm{g}}-\{\mathrm{x} \mid \mathrm{g}(\mathrm{x}) \neq 0\}$

$$
\begin{aligned}
\mathrm{D}_{\frac{\mathrm{f}}{}} & =\mathrm{D}_{\mathrm{f}} \cap \mathrm{D}_{\mathrm{g}}-\{3\} \\
& =\{2,4\} \\
\frac{\mathrm{f}}{\mathrm{~g}} & =\left\{\left(2, \frac{5}{1}\right),\left(4, \frac{6}{2}\right)\right\} \\
& =\{(2,5),(4,3)\}
\end{aligned}
$$

